РАЗРАБОТКА И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЦЕНАРИЕВ ПЛАЗМЕННЫХ РАЗРЯДОВ В ТОКАМАКЕ

П.С. Коренев (Москва), Ю.В. Митришкин (Москва), М.И. (Санкт-Петербург)

Постановка задачи

Токамак (**то**роидальная **ка**мера с **ма**гнитными **к**атушками) является установкой для магнитного удержания и исследования высокотемпературной плазмы [1]. Плазма удерживается комбинацией тороидальных и полоидальных магнитных полей, создаваемых токами в катушках токамака и током, протекающим в самой плазме.

В работе решается задача расчета токов в обмотках токамака, необходимых для получения заданных формы и положения плазмы.

Форма плазмы определяется распределением полоидального магнитного поля, ограничивающая плазму сепаратриса может быть найдена, как наибольшая замкнутая линия уровня полоидального магнитного потока. В случае, если сепаратриса касается камеры (лимитера) токамака, конфигурацию плазмы называют *лимитерной*. Помимо лимитерной конфигурации, выделяют *диверторную*, характеризующуюся наличием на сепаратрисе X-точки, в которой полоидальное магнитное поле обращается в нуль, а также двух точек пересечения сепаратрисы с камерой, называемых ударными точками, на которые приходится поток покидающих плазму частиц. На многих токамаках ударные точки должны удерживаться на специальных диверторных пластинах, способных выдержать поток высокотемпературных частиц. Помимо этого, возможность управления формой и положением плазмы является интересной и полезной для исследования режимов удержания плазмы в токамаке.

Задача осложняется тем, что помимо токов в катушках полоидального поля, которые могут задаваться экспериментаторами, на форму плазмы влияет распределение тороидального тока самой плазмы, которое точно неизвестно.

В данной работе сценарные токи рассчитывались для токамака Глобус-М [2] (ФТИ им. А.Ф. Иоффе, г. Санкт-Петербург). Глобус-М — это сферический токамак с большим радиусом плазмы R=0,36 м и малым радиусом плазмы r=0,24 м, максимальный ток плазмы I=0,5 МА. Обмотки полоидального поля токамака Глобус-М включают центральный соленоид, предназначенный для управления полным током плазмы, «быстрые» обмотки HFC и VFC, для стабилизации заданного положения плазмы и пять обмоток PF1, PF2t, PF2b, PF4, CC, которые и определяют форму плазмы. Конфигурация токамака Глобус-М представлена на Рис. 1.

Задача ставится следующим образом: *необходимо найти сценарии токов* $I_k(t),\ k=1,\ldots 5$*, такие, чтобы сепаратриса плазмы* Γ*, как можно меньше отличалась от сепаратрисы, заданной набором точек* $(r_i, z_i),\ i=1,\ldots,M$.

Метод решения

Распределение полоидального магнитного потока ψ связано с создающей его плотностью тороидального тока J_φ уравнением [1]:

$$r\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=-\mu_0 r J_\varphi, \qquad (8)$$

где μ_0 – магнитная постоянная. Функция Грина G для уравнения (1) известна и выражается аналитически через эллиптические интегралы первого и второго рода.

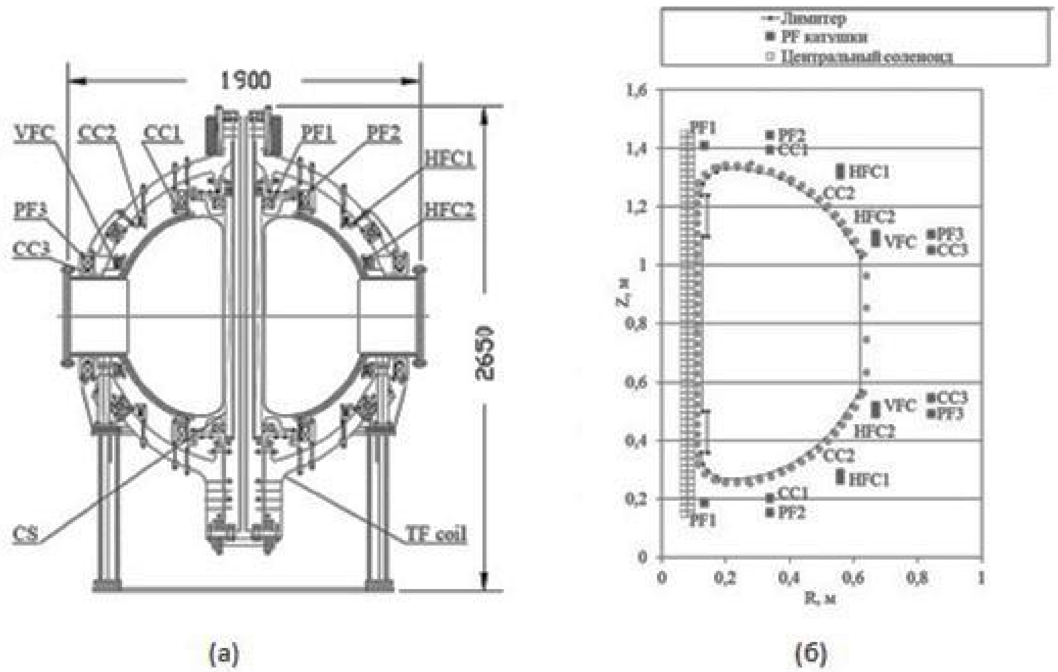

Рис. 1. Расположение катушек полоидального поля в токамаке ГЛОБУС-М: (*а*) – в конструкции токамака; (*б*) – в вертикальном сечении

Считая обмотки токамака бесконечно тонкими, полоидальный поток, создаваемый токами I_k, $k = 1,...5$ обмоток и распределением плотности тороидального тока плазмы J, определяется выражением

$$\psi(P) = \sum_{k=1}^{5} I_k G(P, P_k) + \int_{S'} (P')G(P, P')dS', \qquad (9)$$

где P_k — координаты k-й обмотки полоидального поля, интеграл берется по поперечному сечению токамака.

Поскольку сепаратриса является линией уровня полоидального потока, необходимо обеспечить, чтобы полоидальные потоки в точках заданной сепаратрисы совпадали: $\psi(r_i, z_i) = \psi(r_j, z_j),\ i, j = 1,...,M$, а поскольку сепаратриса должна быть *наибольшей* замкнутой линией уровня, одна из точек $(r_i, z_i),\ i = 1,...,M$ заданной границы должна лежать на камере токамака (лимитерная фаза), либо должна являться X-точкой, что накладывает условия равенств r и z компонент магнитного поля в этой точке нулю (диверторная фаза). Компоненты полоидального магнитного поля в X-точке выражаются через полоидальный поток:

$$B_r(P) = -\sum_{k=1}^{5} I_k \frac{\partial}{\partial z} G(P, P_k) - \int J(P') \frac{\partial}{\partial z} G(P, P')dS',$$

$$B_z(P) = \sum_{k=1}^{5} I_k \frac{\partial}{\partial r} G(P, P_k) + \int J(P') \frac{\partial}{\partial r} G(P, P')dS'.$$

Распределение плотности тороидального тока плазмы неизвестно, но из уравнения баланса сил в плазме, приводящее к уравнению Града-Шафранова [1], следует, что оно выражается через две функции полоидального потока:

$$J = r\frac{d}{d\psi}p(\psi) + \frac{1}{2\mu_0 r}\frac{d}{d\psi}F^2(\psi),$$

где p – газокинетическое давление, а F – полоидальный ток плазмы. Это позволяет аппроксимировать плотность тороидального тока плазмы функциями от полоидального поток ψ. При этом функции $\frac{d}{d\psi}p(\psi)$ и $\frac{d}{d\psi}F^2(\psi)$ можно задать, исходя из экспериментальных данных, а можно считать неизвестными, меняющимися в некоторых пределах. В обоих случаях полоидальные поток и магнитное поле линейно зависят от сценарных токов $I_k,\ k=1,...5$ и функций $r\frac{d}{d\psi}p(\psi)$ и $\frac{1}{2\mu_0 r}\frac{d}{d\psi}F^2(\psi)$, что позволяет записать условия совпадения полоидальных потоков на заданной сепаратрисе и равенства нулю полоидального магнитного поля в X-точке в виде системы линейных алгебраических уравнений

$$AX = Y\,. \tag{3}$$

Здесь вектор X включает в себя искомые токи $I_k,\ k=1,...5$, функции $r\frac{d}{d\psi}p(\psi)$ и $\frac{1}{2\mu_0 r}\frac{d}{d\psi}F^2(\psi)$, если они не заданы, матрица A строится из функций Грина, а вектор Y состоит из фоновых значений полоидальных потока и магнитного поля, создаваемых током в центральном соленоиде (и плазме, если функции $r\frac{d}{d\psi}p(\psi)$ и $\frac{1}{2\mu_0 r}\frac{d}{d\psi}F^2(\psi)$ заданы).

Система полученных линейных уравнений (3), как правило, является переопределённой, и решение ищется минимизацией функционала $\|AX - Y\|^2$. Для поиска минимума и регуляризации используется метод сингулярных разложений.

Решив систему линейных уравнений, можно получить значения сценарных токов, обеспечивающих заданную форму плазмы в определенный момент времени. Для рассчитанных токов по формуле (2) находится решение прямой задачи расчета равновесия плазмы, что позволяет оценить точность решения, сравнив заданную и рассчитанную форму плазмы. Сценарий $I_k(t),\ k=1,...5$ находится интерполяцией полученных для нескольких моментов времени токов.

Результаты

Предложенный алгоритм решения был реализован в программно-вычислительной среде MATLAB. Примеры смоделированных сценариев плазмы с верхней и нижней X-точкой приведены на Рис. 2 и 3. Соответствующие сценарные токи показаны на Рис. 4.

Как видно на Рис. 2 и 3, алгоритм позволяет воспроизводить заданную форму плазмы с большой точностью, особенно для лимитерной фазы, в которой достигается полное совпадение.

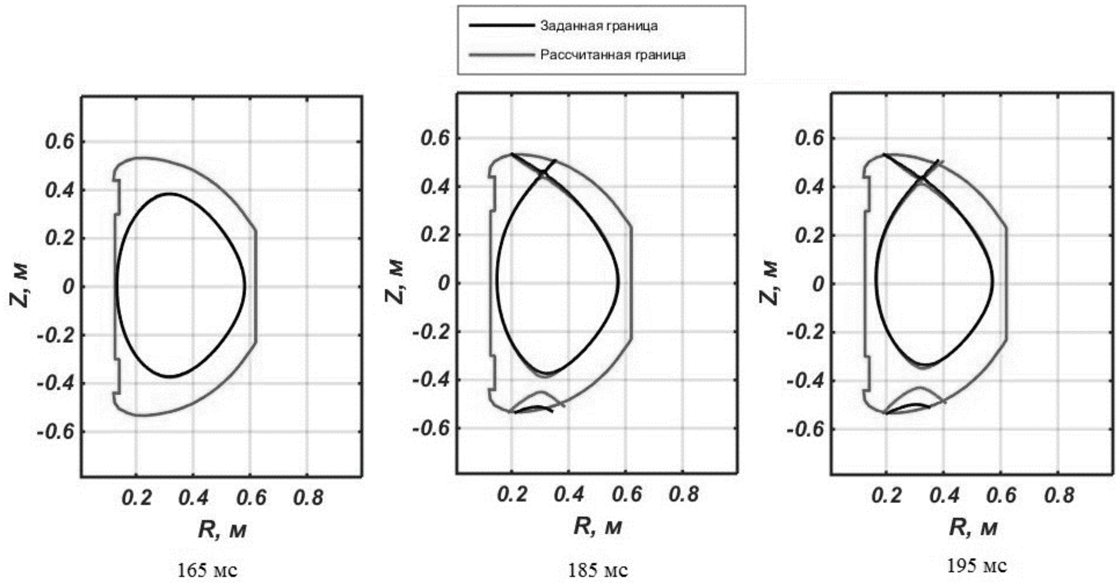

Рис. 2. Сценарий плазмы с верхней Х-точкой для токамака Глобус-М

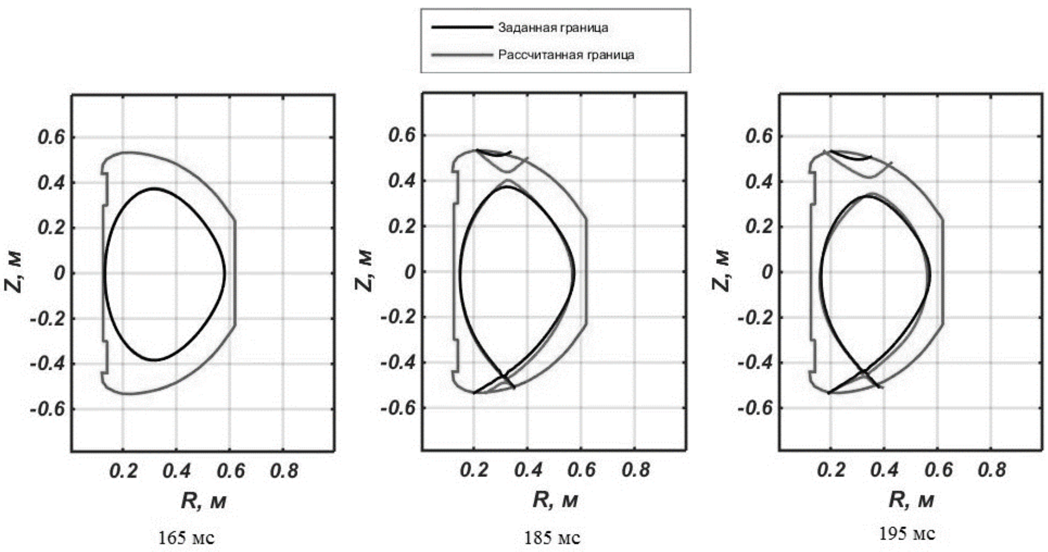

Рис. 3. Сценарий плазмы с нижней Х-точкой для токамака Глобус-М

Выводы

Как показывает моделирование, предложенный метод расчета сценарных токов позволяет воспроизводить заданные форму и положение плазмы с достаточно высокой точностью. Возможное усовершенствование алгоритма заключается в учете индукционных токов камеры токамака и составляет предмет дальнейших исследований.

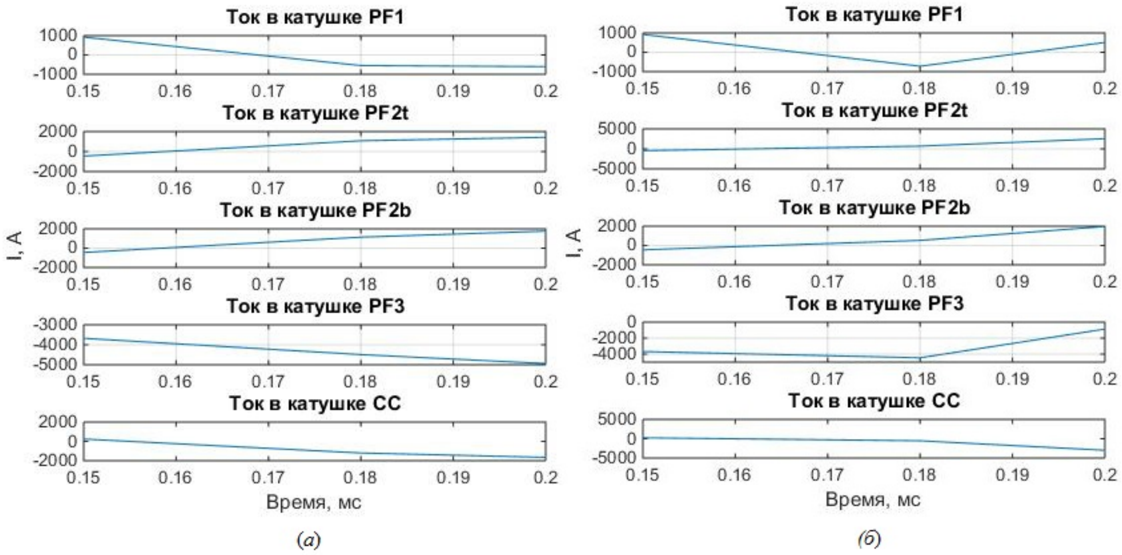

Рис. 4. Сценарные токи для конфигурации плазмы с нижней (*а*) и верхней (*б*) Х-точкой для токамака Глобус-М

Литература

1. Wesson J., Tokamaks / 2-nd ed. – Clarendon press, Oxford, 1997.
2. Gusev V.K., Azizov E.A., Alekseev A.B., et al, “Globus-M results as the basis for a compact spherical tokamak with enhanced parameters Globus-M2”, Nuclear Fusion, vol. 53, 093013, 14 pp, 2013.