
ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАССАЖИРСКОГО ПЕРЕСАДОЧНОГО УЗЛА В РЕГИОНАЛЬНОЙ ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЕ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**Ю.А. Капитонов (Санкт-Петербург)**

Роль имитационного моделирования и оптимизации (в «смешанном варианте») постепенно увеличивается во многих областях промышленности и управления. Транспорт и транспортные задачи явились первым примером применения «смешанного» подхода к решению практических задач (Groetschel [1]). Объектом управления в системе управления транспортом является транспортный поток, состоящий из технических средств. Но этот объект весьма своеобразен и многослоен, с точки зрения его свойств и задач управления. Например, известны гидродинамические модели и модели клеточных автоматов, которые в конечном итоге, позволяют получить матрицу корреспонденций, а на основе этой матрицы - рассчитать распределения потоков, а затем и матрицы перемешивания в узлах графа транспортной сети [2]. Эти задачи являются важными для определения линий движения общественного транспорта и в дальнейшем для расчета расписаний движения.

С точки зрения современного качества, в пассажирских перевозках рекомендован принцип непрерывности потоков транспортных средств или транспортных возможностей. Этот принцип непрерывности представляется как равномерная последовательность движения транспортных средств на отдельных участках и соединение различных транспортных линий в единую взаимосвязанную систему с минимальным временем пересадки с одного транспортного средства на другое. Принцип непрерывности, равномерной последовательности привел к появлению *тактовых расписаний* [3,4,5 и др.]. Под тактовым расписанием понимают такое расписание, при котором рейсы в линиях общественного транспорта осуществляются с равномерным, периодически повторяемым интервалом. Такие расписания относятся к *жестким*, точно исполняемым. Тактовые расписания очень удобны для пассажиров из-за своей предсказуемости и хорошей информированности, так как нет необходимости ожидать транспорт длительное время. Дальнейшее развитие тактовых расписаний привело к появлению *интегральных тактовых расписаний*, действующих в региональной транспортной сети. Существуют уже реализованные подобные системы или их проекты на территории Голландии, Германии, Швейцарии и других стран. В России тактовые расписания, насколько это известно автору доклада, реализованы только в работе электропоездов компании "Аэроэкспресс".

Концепция *рандеву* как элемента интегрального тактового расписания предполагает организацию работы одного транспортного пересадочного узла с учетом существующей инфраструктуры. Как правило, в нем предполагается *веерный* тип расписаний, когда транспортные средства сначала последовательно прибывают в узел, происходит пересадка пассажиров с одних транспортных средств на другие, а затем транспортные средства последовательно разъезжаются. Крупным примером работы концепции *рандеву* можно считать проектный вариант железнодорожного вокзала Штутгарта K-21, в котором планировалось согласованное прибытие и отправление 15 поездов различного класса. В автобусном пассажирском сообщении одним из примеров концепции *рандеву* является организация движения части автобусов в городе Herford, Германия, земля Северный Рейн-Вестфалия. Транспортным узлом в этом городе

является Altermarkt - площадь в центральной части города. На этой площади сходятся маршруты 6 автобусных линий. Прибытие и отправление автобусов осуществляется близко к веерной схеме. Все автобусы двигаются по тактовому расписанию.

Созданию математических моделей оптимизации или синхронизации расписаний движения транспортных средств в сети посвящены работы многих авторов. Разделим их на группы. В странах, где доминирующим региональным транспортом, являются скоростные региональные поезда (страны Центральной Европы), математические модели используют специфику железнодорожного транспорта, а именно некоторую возможность регулирования скорости движения поездов. В таких математических моделях задаются нижняя и верхняя граница наступления *временных событий*. Под событием понимается прибытие или отправление поезда в узловой станции. Основным критерием оптимизации является минимальное взвешенное суммарное время пересадки в транспортных узлах. Альтернативным критерием считают минимизацию времени поездки из одной точки в другую с наличием пересадки, или взвешенную сумму времени поездок из множества исходных точек в сети в другое множество точек. Доказано, что задачи данного типа являются *NP-трудными*. Задачи данного типа решаются в работах Schrijver, Steenbeek, Nachtigal, Kroon, Liebchen, Peeters, Goerigk, Schoebel и других авторов.

В странах, где доминирующим региональным транспортом являются автобусы (Мексика, Израиль, Новая Зеландия, Австралия и другие) авторы работ создают математические модели, которые сводятся к задачам линейного целочисленного программирования. В данных моделях используются отработанные, точно заданные эталонные маршруты. Задавая одну временную точку на маршруте (например время прибытия в транспортный узел), можно сразу полностью определить и время отправления из исходной точки маршрута. Некоторые авторы сводят задачу планирования движения пассажирского транспорта в сети к квадратичной задаче о назначениях [6 и другие]. Подавляющее большинство описанных моделей при большом количестве узлов в сети неразрешимо точными методами, и для их решения предложены либо специальные эвристические алгоритмы, либо соответствующие варианты метаэвристик.

Наибольшее распространение в сетях автобусных пассажирских перевозок получила математическая модель синхронизации израильского специалиста Ceder [7,8]. Модель базируется на интервальных расписаниях. Мы провели апробацию модели синхронизации по Ceder'у для расчета расписаний автобусных маршрутов на примере автовокзала Зеленогорска (курортный район Санкт-Петербурга), задав один узел и три линии. Исходные данные для задачи взяты с действующего расписания автобусных маршрутов 211,213,305 [9]. В результате пробных расчетов выяснилось, что синхронизация при произвольно назначаемых интервалах движения (одновременное прибытие) носит "пульсирующий", не стабильный характер; для более устойчивой синхронизации необходима по меньшей мере кратность интервалов. Существуют и другие существенные недостатки в подходе к постановке и решению данной задачи.

Ввиду осложнений при использовании модели Ceder'a для построения расписания в пересадочном узле региональной системы, построим иную имитационно - оптимизационную модель, близкую к квадратичной задаче о назначениях [7]. Пусть в одном узле встречаются *n* транспортных средств, работающих на *n* линиях. Прибытие и отправление осуществляются по веерной схеме, то есть сначала последовательно прибывают транспортные средства, а затем последовательно убывают. Одновременное

прибытие и убытие не допускается. Известна матрица чисел пассажиров, желающих пересест с одной линии на другую, приведенных к единице времени (часу). Эта матрица, в общем случае, не является симметричной. Известны 2 вектора - вектор возможных времен прибытия и вектор возможных времен отправления, определяемых на основе анализа инфраструктурных особенностей пересадочного узла. Вектор времен прибытия зададим относительно центральной точки верного расписания, аналогично можно задать вектор времени отправлений. Транспортные средства на каждой линии двигаются по тактовому расписанию (с одинаковым тактом, либо с кратным тактом). Как и в модели Ceder"а принимаются постоянные значения времени движения по линиям в прямом и обратном направлении. Требуется определить порядок прибытия и отправления транспортных средств, минимизирующий суммарное время ожидания пребывания пассажиров, и тем самым определить расписание движения транспортных средств, встречающихся в региональном пересадочном узле.

Математическая формулировка задачи синхронизации в одном узле будет иметь следующий вид. Введем обозначения: $t_{arr,i}$ - значение возможного времени прибытия, $i=1, \dots, n$, $t_{dep,j}$ - значение возможного времени отправления, $j=1, \dots, n$, $f(k,l)$ - матрица пассажиропотока пересадок, $k=1, \dots, n$, $l=1, \dots, n$; $f(k,l)=0$, при $k=l$.

Требуется найти

$$\min \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n f(k,l) \tau(k,l) \quad (1)$$

где $\tau(k,l)$ - время на пересадку пассажиров с линии k на линию l . Представим это время как сумму двух составляющих по веерной схеме. Значения $t_{arr,i}$ и $t_{dep,j}$ отсчитываем от центральной части веера, $t_{arr,i} > 0$, $t_{dep,j} > 0$. Тогда значение $\tau(k,l)$ представим как сумму двух составляющих

$$\tau(k,l) = \sum_{i=1}^n t_{arr,i} * XARR_{i,k} + \sum_{j=1}^n t_{dep,j} * XDEP_{j,l} \quad (2)$$

где $XARR_{i,k}$ $XDEP_{j,l}$ - матрицы булевых переменных с наложенными на них ограничениями:

$$\sum_{i=1}^n XARR_{i,k} = 1, k = 1, \dots, n, \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^n XARR_{i,k} = 1, i = 1, \dots, n, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n XDEP_{j,l} = 1, l = 1, \dots, n, \quad (5)$$

$$\sum_{l=1}^n XDEP_{j,l} = 1, j = 1, \dots, n; \quad (6)$$

$$XARR_{i,k} \in (0,1); XDEP_{j,l} \in (0,1);$$

Подставим выражения (2) в (1), и после преобразований получим другой вид критерия (1)

$$\min \left(\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n C_{A,ik} * XARR_{i,k} + \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^n C_{D,jl} * XDEP_{j,l} \right), \quad (7)$$

где

$$C_{A,ik} = t_{arr,i} * \sum_{l=1}^n f(k,l), \quad (8)$$

$$C_{D,jl} = t_{dep,j} * \sum_{k=1}^n f(k,l), \quad (9)$$

Дополнительные ограничения на время нахождения транспортного средства в пересадочном узле:

$$t_{arr,k} = \sum_{i=1}^n t_{arr,i} * XARR_{ik}, k = 1, \dots, n, \quad (10)$$

$$t_{dep,k} = \sum_{j=1}^n t_{dep,j} * XDEP_{jk}, k = 1, \dots, n, \quad (11)$$

$$t_{arr,k} + t_{dep,k} \leq t_{res,k} \quad (12)$$

$$t_{res,k} = \Delta T * N_k - T_{ab,k} - T_{ba,k} - T_{min,b,k} \quad (13)$$

Элементы матрицы $C_{Ai,k}$ представляют собой значения пассажиро-минут ожидания при прибытии пассажиров по веерной схеме, если транспортное средство k -линии прибывает i -ым по счету, отсчитывая от центральной части веера. Матрица $C_{D,jl}$, аналогично, содержит в качестве элементов значения пассажиро-минут ожидания при отправлении пассажиров по веерной схеме, если транспортное средство l -ой линии отправится j -ым, отсчитанным от центральной части веера. Сумма в выражении (8) - это сумма числа пассажиров, прибывших по линии k и желающих пересесть на другие линии. Сумма в выражении (9) - это сумма пассажиров, прибывших со всех линий и желающих уехать по линии l . В матрице $XARR$ значение $XARR_{ik}$ равно единице, если транспортное средство k -линии прибывает i -ым, иначе $XARR_{ik}$ равно нулю. Ограничения (3) и (4) означают, что одновременное прибытие не допускается. В матрице $XDEP$ значение $XDEP_{jl}$ равно единице, если транспортное средство l -ой линии отправится j -ым, иначе $XDEP_{jl}$ равно нулю. Ограничения (5) и (6) означают, что одновременное отправление также не допускается. $t_{arr,k}$ - время ожидания при прибытии транспортного средства k -ой линии, отсчитанное от центральной точки веера; $t_{dep,k}$ - время ожидания при отправлении транспортного средства k -ой линии, отсчитанное от центральной точки веера; $t_{res,k}$ - допустимое время ожидания транспортного средства, обеспечивающее минимально возможное число транспортных средств на линии k при тактовом расписании на этой линии [4], $k=1, \dots, n$. Ограничение (12) означает, что для каждой линии k суммарное время пребывания транспортного средства в пересадочном узле не должно превышать $t_{res,k}$, иначе для обеспечения синхронизации потребуются дополнительные транспортные средства. В уравнении (13) N_k - число транспортных средств работающих на k -ой линии, $T_{ab,k}$ и $T_{ba,k}$ - время движения по k -линии в прямом и обратном направлении, $T_{min,b,k}$ - минимальное время стоянки транспортного средства k -ой линии в противоположной точке маршрута относительно рассматриваемого пересадочного узла, ΔT - принятый такт при организации тактовых расписаний. Размерность матриц $C_{Ai,k}$, $C_{D,jl}$, $XARR_{ik}$, $XDEP_{jl}$ - $n*n$; размерность всех векторов в задаче - n .

Задача (1-13) является двоякой линейной задачей назначений с дополнительными ограничениями. При n линиях потребуется $2n^2$ булевых переменных, на которые наложены $4n$ ограничений типа равенств и n ограничений на время

пребывания транспортного средства в узле типа неравенств. Задача (1-13) решается симплекс-методом, который дает точное решение.

Данная модель реализована в программном пакете Excel и решается надстройкой "Поиск решения". В качестве примера опять же рассмотрен транспортный узел - автовокзал Зеленогорск. В данном узле сходятся маршруты социальных автобусов 211, 213, 305, 319, 321, 322, 404, 410. Пересадочным узлом считаем автовокзал. В качестве основного такта расписания принят $\Delta T = 30$ мин. Характеристики маршрутов взяты из действующего расписания, преобразованного к тактовому расписанию [9]. Один из вариантов таблицы прибытий и отправлений относительно нуля веерной схемы, исходя из инфраструктуры автовокзала, представлен в таблице 1.

Табл.1

Номер прибытия	8	7	6	5	4	3	2	1
Время ожидания при прибытии (мин)	16	14	12	10	8	6	4	2
Номер отправления	8	7	6	5	4	3	2	1
Время ожидания при отправлении (мин)	10	9	8	7	6	5	4	3

Из таблицы 1 видно, что минимально время пребывания в пересадочном узле будет у прибывающего последним и отправляющегося первым автобусом и оно составляет 5 минут. За это время должны выйти одни пассажиры и войти другие. Однако для автобуса 319 ресурсное время составляет всего две минуты. Задача оптимизации не будет иметь решения. Необходимо принимать организационное решение - выделять на этой линии дополнительный автобус или вообще вывести эту автобусную линию из задачи синхронизации. Матрица пассажиропотоков пересадок пассажиров $f(k,l)$ в данной работе задавалась случайным образом в некотором диапазоне.

Просчет задачи для нескольких автобусных линии показал, что возможны разные варианты осложнений, которые могут потребовать введения либо дополнительных автобусов, либо исключения каких-то маршрутов из веерной схемы прибытий-отправлений. Например, уже указанный вариант, что некоторый маршрут имеет ресурсное время меньше, чем вообще допускает веерная схема. Еще один вариант осложнений возникает, если несколько маршрутов по их ресурсному времени претендуют на меньшее число допустимых мест в веерной схеме. По каждому случаю необходимо принимать отдельные организационные решения.

Время решения одного варианта задачи (1-13) для восьми линий составило 3-5 сек в программе Excel на компьютере с тактовой частотой 2,60 GHz, процессор x64.

В результате работы с предложенной математической моделью выстраивается схема работы транспортного узла (время прибытий и отправлений), в котором каждое транспортное средство движется на своей линии по тактовому расписанию.

Выводы

В докладе предлагается новая имитационно-оптимизационная модель синхронизации работы пассажирского пересадочного узла в региональной транспортной системе. Модель сводится к сдвоенной линейной задаче назначений с дополнительными ограничениями. В основе модели заложена веерная схема прибытий-отправлений транспортных средств и тактовые расписания на каждой линии.

Литература

1. Электронный ресурс <http://www.caspt.org/>
2. Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков. Автоматика и Телемеханика, 2003, № 11, с. 3-46.
3. Рюгер З. Эксплуатация городского пассажирского транспорта/ пер. с нем. - Москва : Транспорт, 1977.
4. Капитонов Ю.А. Региональные транспортные системы на тактовом принципе. ВИНТИ Транспорт: Наука, техника, управление. 2013, N12, стр. 30-31.
5. Капитонов Ю.А. Расчет тактового расписания одной линии в региональной пассажирской транспортной системе. ВИНТИ Транспорт: Наука, техника, управление. 2014, N12, 13-16.
6. Domschke, W 'Schedule synchronization for public transit networks', *Operations-Research-Spektrum*, vol. 11, no. 1, 1989/03/01, pp. 17-24.
7. Ceder, A, Golany, B & Tal, O 'Creating bus timetables with maximal synchronization', *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, vol. 35, no. 10, 2001, pp. 913-928.
8. Ceder, A. *Systems Analysis as an Introduction to Operations Research*. Michlol Publication – Technion (Israel), 1999.
9. Электронный ресурс <http://www.orgp.spb.ru/>