

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ИМИТАЦИОННОГО И АНАЛИТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

И.М. Якимов, А.П. Кирпичников, Ю.Г. Исаева (Казань)

Введение

Введение в систему имитационного моделирования (ИМ) GPSS W расширенного редактора [1] в значительной мере повысило её привлекательность у пользователей. Информационная система имитационного и аналитического моделирования систем массового обслуживания (ИСИАМ СМО), является дальнейшим развитием системы GPSS W. Она позволяет оценивать результаты ИМ сравнением их с результатами аналитического моделирования (АМ). По аналитическим методам моделирования издано большое количество литературы, назовём одну из книг [2], в качестве несомненного достоинства которой отметим наличие формул для вычисления дисперсий количественных и временных параметров СМО. Сравнение результатов ИМ и АМ открытой СМО М/М/1 приведено в [3]. Сравнение результатов ИМ и АМ замкнутых СМО приведено в [4].

Основные принципы построения информационной системы имитационного и аналитического моделирования систем массового обслуживания

Информационная система имитационного и аналитического моделирования систем массового обслуживания является клиент-серверной компонентой системы GPSS W [1] с расширенным редактором. Она состоит из шести следующих подсистем.

- Имитационного моделирования.
- Аналитического моделирования.
- Ввода параметров моделирования.
- Сравнения результатов ИМ и АМ.
- Планирования экспериментов.
- Оформления отчетов.

Имитационное моделирование СМО

Подсистема имитационного моделирования СМО включает в себя 4 открытых СМО: М/М/1, М/М/т, М/М/т/0, М/М/т/Е и 4 замкнутых СМО: М/М/1//N, М/М/т/0/N, М/М/т//N, М/М/т/Е/N. Для примера в статье приведены результаты ИМ открытой системы массового обслуживания (ОСМО) М/М/т/Е и замкнутой системы массового обслуживания (ЗСМО). При моделировании СМО достаточно выбрать модель по символике Кендалла из имеющегося набора СМО. В этом случае будет выдана структурная модель СМО, приведённая на рис.1 или рис.2. Для моделирования СМО пользователя требуется нарисовать структурную модель СМО в системе GPSS W с расширенным редактором, например, такую как на рис.1 и рис.2 и ввести её в ИСИАМ.

К структурным моделям, приведённым на рис.1 и на рис.2, в системе GPSS W с расширенным редактором с помощью совокупности меню добавляются необходимые данные по функционированию СМО. Для ИМ СМО принято: время поступления транзактов в систему: $\bar{t}_{пост} = 10$ единиц времени; среднее время обслуживания $\bar{t}_{обсл} = 30$ единиц времени; количество обслуживающих аппаратов (ОА) $m=5$; количество мест в очереди $E=2$; количество клиентов $N=8$ (задаётся только для ЗСМО). После ввода исходных данных в автоматическом режиме генерируется текст программы модели на

языке GPSS W и проводится ИМ. Результаты ИМ ОСМО приведены в таблицах 1 и 2, результаты моделирования ЗСМО в таблицах 3 и 4.

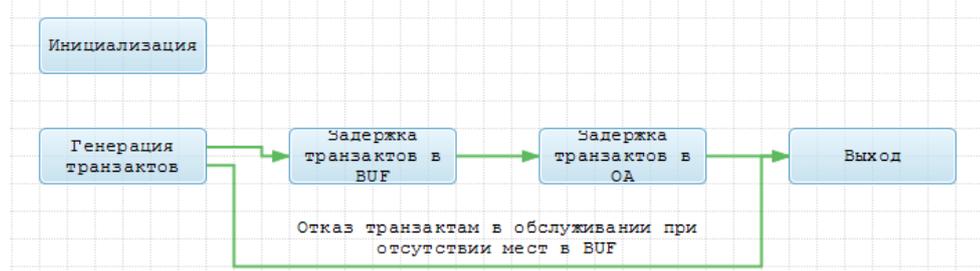


Рис.1– Структурная модель ОСМО $M/M/m/E$ в системе GPSS W с расширенным редактором

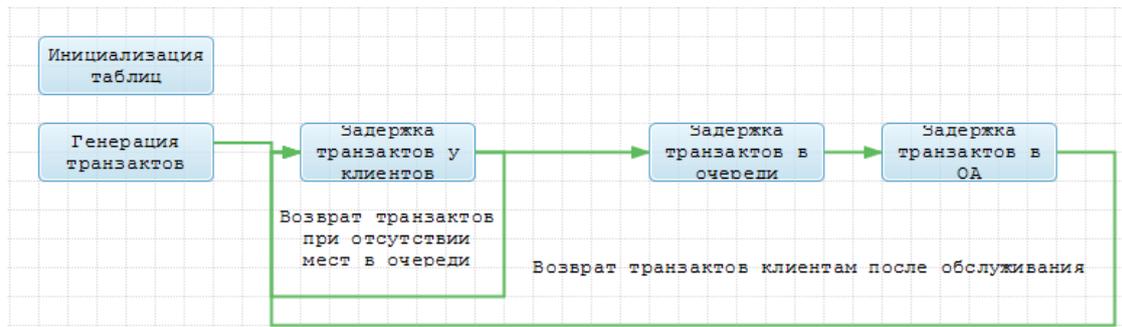


Рис.2– Структурная модель ЗСМО $M/M/m/E/N$ в системе GPSS W с расширенным редактором

Аналитическое моделирование

Подсистема аналитического моделирования включает в себя те же самые модели, что и система ИМ. Модели $M/M/m/E$ и $M/M/m/E/N$ приняты за базовые. Эти модели в принципиальном плане позволяют получить по ним другие модели ОСМО и ЗСМО простым изменением значений параметров m и E . Основные параметры СМО вычислены по формулам, приведённым в [2]. Параметры моделируемых систем приняты такие же как и при ИМ. Результаты ИМ ОСМО приведены в таблицах 1 и 2, результаты моделирования ЗСМО в таблицах 3 и 4.

Сравнение результатов имитационного и аналитического моделирования

В таблице 1 приведены результаты оценок основных вероятностных и средних значений параметров, полученных АМ и ИМ.

В таблице 1: в 4 столбце приведены результаты АМ, в столбцах 5 и 6 левая и правая границы доверительного интервала, построенного по результатам АМ (26). В 7 столбце приведены результаты ИМ. В 8 столбце приведена разница между результатами ИМ и АМ в % (24). Результат считается удовлетворительным, если разница не превышает 5%.

В 9 столбце приведена оценка попадания оцениваемых величин в доверительные интервалы. В 10 столбце приведены вычисленные значения критерия Стьюдента (25), (27) и в 11 столбце оценка результатов по критерию Стьюдента.

Удовлетворительные оценки получены по 23 тестам из 24 проведённых, что составляет 96%.

Секция 1

Теоретические основы и методология имитационного
и комплексного моделирования

Код	Наименование	АМ	Лев. гран.	Прав. гран.	ИМ	Разн. в %	Оц интер.	t_i	Оценка Стьюд.
1	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	Вероятность отказа в обслуживании	0.034	0.030	0.038	0.037	8.448	+	1.596	+
3	Вероятность использования ОА	0.579	0.569	0.589	0.580	0.090	+	0.106	+
4	Среднее количество транзактов в очереди	0.126	0.118	0.135	0.131	4.118	+	1.228	+
5	Среднее количество транзактов в ОА	2.897	2.867	2.926	2.899	0.090	+	0.175	+
6	Среднее количество транзактов в системе	3.023	2.989	3.057	3.031	0.258	+	0.456	+
7	Среднее время ожидания транзактов в очереди	1.308	1.224	1.392	1.373	4.955	+	1.516	+
8	Среднее время задержки транзактов в ОА	30.000	29.412	30.588	30.270	0.899	+	0.899	+
9	Среднее время пребывания транзактов в системе	31.308	30.715	31.902	31.642	1.068	+	1.104	+
	Итого по 8 тестам:					+7 -1	+8 -0		+8 -0

Секция 1

**Теоретические основы и методология имитационного
и комплексного моделирования**

В таблице 2 приведены результаты сравнения оценок дисперсий, полученных при ИМ и АМ.

Код	Наименование	АМ	ИМ	Разн. в %	Оценка разницы	χ^2	Оценка по Критерию χ^2
1	3	4	5	6	7	8	9
2	σ_l^2 Дисперсия количества транзактов в очереди	0.179	0.185	3.425	+	10334	+
3	σ_m^2 Дисперсия количества транзактов в ОА	2.220	2.170	2.250	+	10229	+
4	σ_k^2 Дисперсия количества транзактов в системе	2.931	2.908	0.772	+	10078	+
5	$\sigma_{\text{очередь}}^2$ Дисперсия времени ожидания транзактов в очереди	18.264	18.521	1.403	+	10139	+
6	$\sigma_{\text{ОА}}^2$ Дисперсия времени задержки транзактов в ОА	900.000	919.458	2.162	+	10215	+
7	$\sigma_{\text{система}}^2$ Дисперсия времени пребывания транзактов в системе	918.264	937.438	2.088	+	10208	+
	Итого по 6 тестам:				+6 -0		+6 -0

Таблица 2.– Результаты оценок дисперсий ОСМО М/М/м/Е

Секция 1

Теоретические основы и методология имитационного
и комплексного моделирования

В таблице 2 в 4 столбце приведены результаты АМ, в столбце 5 результаты ИМ. В 6 столбце приведена разница между результатами ИМ и АМ в % (29). В 7 столбце приведены оценки сравнения, результат принимается удовлетворительным, если разница не превышает 5%. В 8 столбце приведены вычисленные значения критериев χ^2 (29) и в 9 столбце оценки различий результатов ИМ и АМ проверкой гипотезы о равенстве дисперсий по критерию χ^2 . Удовлетворительные оценки получены по всем 12 проведённым тестам. Таким образом, по 35 тестам из 36 проведённых получены удовлетворительные результаты, что составляет 97% и позволяет сделать заключение о достоверности результатов ИМ.

В таблице 3 приведены результаты оценок основных вероятностных и средних значений параметров, полученных АМ и ИМ ЗСМО.

№	Код	Наименование	АМ	Лев. гран.	Прав. гран.	ИМ	Разница в %	Оценка интер.	t_i	Оценка по Стьюденту
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	$P_{отк}$	Вероятность отказа в обслуживании	0,271	0,262	0,279	0,270	0,200	+	0,122	+
2	$P_{исп}$	Вероятность использования ОА	0,941	0,939	0,943	0,944	0,269	-	1,077	+
3	\bar{l}	Среднее количество транзактов в очереди	1,045	1,029	1,061	1,050	0,482	+	1,293	+
4	\bar{m}	Среднее количество транзактов в ОА	2,824	2,814	2,833	2,831	0,269	+	0,807	+
5	\bar{k}	Среднее количество транзактов в системе	3,869	3,846	3,891	3,881	0,327	+	1,289	+
6	$\bar{t}_{ожид}$	Среднее время ожидания транзактов в очереди	11,103	10,826	11,380	11,259	1,400	+	1,800	+
7	$\bar{t}_{обсл}$	Среднее время задержки транзактов в ОА	30,000	29,412	30,588	30,364	1,212	+	1,365	+
8	$\bar{t}_{проб}$	Среднее время пребывания транзактов в системе	41,103	40,153	41,753	41,624	1,267	+	2,025	-
		Итого по 8 тестам:					+8 -0	+7 -1		+7 -1

Таблица 3. – Результаты оценок основных вероятностных и средних значений параметров ЗСМО М/М/м/Е/Н

Секция 1

Теоретические основы и методология имитационного
и комплексного моделирования

Удовлетворительные оценки получены по 22 тестам из 24 проведённых, что составляет 92%.
В таблице 4 приведены результаты сравнения оценок дисперсий ИМ и АМ ЗСМО $M/M/m/E/N$.

№	Код	Наименование	АМ	ИМ	Разн. в %	Оценка разницы	χ^2	Оценка по критерию χ^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	σ_l^2	Дисперсия количества транзактов в очереди	0,699	0,704	0,651	+	10071	+
2	σ_m^2	Дисперсия количества транзактов в ОА	0,232	0,227	2,170	+	10219	+
3	σ_k^2	Дисперсия количества транзактов в системе	1,300	1,296	0,368	+	10030	+
4	$\sigma_{ожид}^2$	Дисперсия времени ожидания транзактов в очереди	199,465	195,187	2,145	+	10218	+
5	$\sigma_{обсл}^2$	Дисперсия времени задержки транзактов в ОА	900,000	920,260	2,251	+	10224	+
6	$\sigma_{проб}^2$	Дисперсия времени пребывания транзактов в системе	1099,465	1116,595	1,518	+	10155	+
		Итого по 6 тестам:				+6 -0		+6 -0

Таблица 4.– Результаты оценок дисперсий ЗСМО $M/M/m/E/N$
Удовлетворительные оценки получены по всем 12 проведённым тестам.

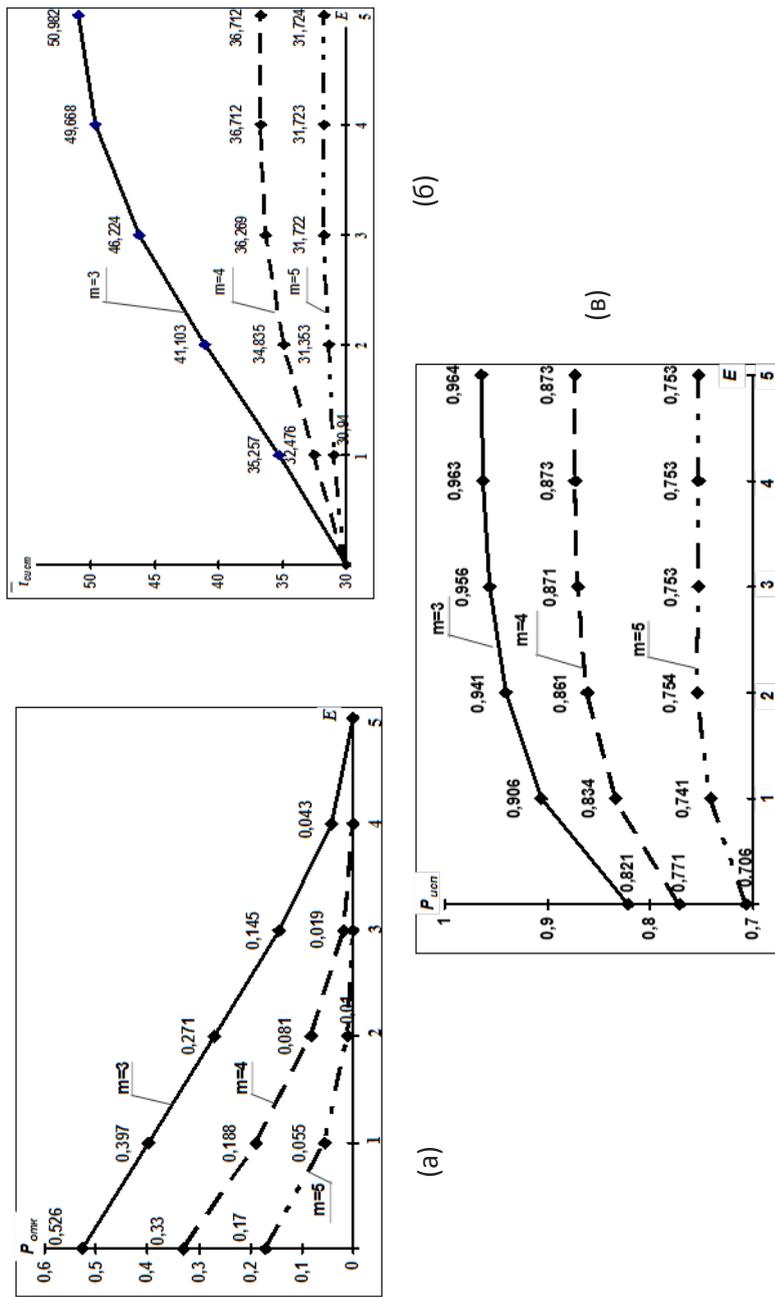


Рис.3.(а)– Зависимость вероятности отказа в обслуживании заявок от количества мест в очереди - E и количества OA - m; (б) – Зависимость среднего времени выполнения одной заявки от количества мест в очереди - E и количества OA - m; (в) - Зависимость вероятности использования OA (среднего коэффициента загрузки одного OA) от количества мест в очереди - E и количества OA - m

Анализ влияния количества обслуживающих аппаратов и ограничения на количество мест в очереди на показатели функционирования СМО

Разработанные базовые аналитические и имитационные модели СМО позволяют оценить влияние изменения количества ОА - m и допустимой длины очереди - E на показатели эффективности функционирования СМО. В данной работе проведено моделирование трёх ОСМО и трёх ЗСМО: с отказами по заданному ограничению на количество мест в очереди E , с отказами, если в системе заняты все ОА, т.е. без очереди; без отказов, т.е. с очередью неограниченной длины. Для вычисления показателей эффективности СМО трёх типов. Результаты моделирования ЗСМО: вероятности отказа в обслуживании - $p_{отк}$, среднего времени обработки заявок - $\bar{t}_{обд}$ и вероятности использования ОА - $p_{исп}$ в графическом виде приведены на рис.3.

Заключение

Информационная система имитационного и аналитического моделирования систем массового обслуживания - ИСИАМ СМО позволяет проводить оценку достоверности результатов имитационного моделирования по результатам аналитического моделирования. Освоение системы не сложно, особенно для специалистов, владеющих языком GPSS W. Её применение позволяет значительно повысить эффективность проводимых исследований за счёт снижения трудоёмкости выполняемых работ и повышения достоверности результатов моделирования. Возможности системы могут быть расширены за счёт введения новых аналитических и имитационных моделей СМО в соответствующие библиотеки и новых подпрограмм оценки достоверности результатов.

Литература

1. Якимов И.М., Старцева Ю.Г., Кирпичников А.П., Мокшин В.В. Моделирование сложных систем в среде имитационного моделирования GPSS W с расширенным редактором. Вестник Казан. технол. ун-та, 2014. Т. 17, №4 . С. 298-303.
2. Кирпичников А.П. Методы прикладной теории массового обслуживания. - Казань: Изд-во Казанс. Гос. ун-та, 2011. – 200 с.
3. Якимов И.М., Кирпичников А.П., Зайнуллина Г.Р., Яхина З.Т. Оценка достоверности результатов имитационного моделирования по результатам аналитического моделирования. Вестник Казан. технол. ун-та, 2015. Т. 18, №6 . С. 173-178.
4. Якимов И.М., Кирпичников А.П., Зайнуллина Г.Р., Яхина З.Т. Аналитическое и имитационное моделирование замкнутых систем массового обслуживания. Вестник Казан. технол. ун-та, 2015. Т. 18.
5. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем. Искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 418 с.
6. Оуэн Д.Б. Сборник статистических таблиц. – М.: Изд.-во. ВЦ АН СССР, 1966. – 586 с.
7. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных. – М.: Мир, 1980. – 615 с.