

**ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА
НА ОСНОВЕ КРИТЕРИЯ ПОЛЕЗНОСТИ****А. А. Мусаев, И. В. Ананченко (Санкт-Петербург)**

Введение и постановка задачи. Построение имитационной модели изучаемого процесса не является самоцелью. Важным следствием этого, достаточно очевидного утверждения является вывод о том, что основным требованием к имитационной модели должно быть не ее подобие моделируемому процессу, а ее полезность для системы принятия решений, в интересах которой она создавалась.

В качестве примера рассмотрим задачу построения имитационной модели системной составляющей динамики котировок на рынках капитала. Принято считать, что динамика ценообразования носит хаотический характер [1-4]. Численный анализ свойств котировок валютных инструментов достаточно убедительно подтверждает это предположение [5-6]. Тем не менее, в соответствии с гегелевскими законами диалектики в самой хаотической среде происходит отрицание отрицания, а именно, в хаосе неизбежно возникают упорядоченные динамические структуры, простейшими из которых являются тренды [7]. Умение предсказать появление системной тенденции является основой для формирования эффективных управляющих стратегий.

Важным направлением поиска и моделирования упорядоченных структур в хаосе является переход в область многомерного анализа данных [8, 9]. Изучение поведения конкретного рыночного актива во взаимосвязи с динамикой коррелированного с ним рыночного сегмента позволяет формировать скользящие оценки рыночной стоимости актива по совокупности котировок связанных с ним валютных инструментов.

Текущее значение котировок может существенно отличаться от ее рыночной оценки, т.е. от оценки, отражающей рыночные представления о ее стоимости. Это вызвано наличием статистических флуктуаций, обусловленных большим числом полностью или частично неконтролируемых факторов. Возникает заметное различие между рыночной оценкой актива, определяемой его регрессионной связью с соответствующим сегментом рынка, и его текущей стоимостью. В этом случае рынок будет стремиться устранить возникшее несоответствие, что с высокой вероятностью предопределяет направление движения котировки актива. Данное свойство служит основой для построения так называемых осцилляторов [10], т.е. индикаторов состояния рынка, основанных на недооценке или переоценке текущей стоимости торгового актива.

Рыночная оценка стоимости актива формируется на основе регрессионной вычислительной схемы, причем выбор наиболее информационных регрессоров осуществляется из анализа корреляционной матрицы котировок торговых инструментов. Важно заметить, что изменение корреляционной матрицы котировок валютного рынка представляет собой нестационарный и неэргодичный процесс. Однако ее изменения, в отличие от исходных процессов динамики котировок, как показано в [8], достаточно инерционны. Это позволяет перейти к адаптивной схеме, основанной на периодическом пересчете корреляционной матрицы валютного рынка и, при необходимости, к изменению состава группы регрессоров.

Структура управляющей торговой стратегии, основанной на мультирегрессионном осцилляторе достаточно очевидна: если рыночная оценка стоимости оказалась выше ее текущей котировки на величину, превышающую оценку

чисто флуктуационного разброса значений котировок, то следует ожидать возникновение восходящего тренда и наоборот. Таким образом, задача построения эффективной управляющей стратегии сводится к построению имитационной модели разностного процесса, образованного:

- изменениями оценочной стоимости используемого актива
- изменениями системной составляющей динамики котировок используемого актива.

При этом степень подобия системной составляющей наблюдаемому процессу динамики котировок не имеет никакого значения. Главная задача состоит в достижении сочетания чувствительности и устойчивости формируемого разностного процесса, которая позволила бы обеспечить проведение торговых операций с наибольшей прибылью.

Таким образом, основной целью настоящей статьи является построение имитационных моделей процессов, основанных не на степени их подобия прототипам, а исходя из условия обеспечения терминальной эффективности управляющей стратегии.

Математическая постановка задачи. В работе [5] было показано, что математическое описание рядов наблюдений котировок валютных инструментов может осуществляться на основе аддитивной модели вида $Y_i = Y_{si} + v_i$, $i = 1, \dots, n$, где $\{Y_{si}, i = 1, \dots, n\}$ представляет собой системную составляющую (т.е. используемую для построения управляющей стратегии), а $\{v_i, i = 1, \dots, n\}$ - шумовую составляющую. Системная компонента образуется колебательным непериодическим (или хаотическим) процессом. Шумовая компонента представляет собой нестационарный процесс, грубо описываемый гауссовской моделью с изменяющимися параметрами.

При достаточно большом интервале наблюдения можно наблюдать устойчивые корреляционные связи между различными инструментами валютного и других рынков [8]. Данное явление позволяет построить взаимные статистические зависимости, что, в свою очередь, дает возможность оценить текущее значение валютного инструмента по группе значений коррелированных с ним инструментов.

В общем случае, многомерная линейная регрессионная модель имеет вид $\bar{Y}_i = \sum_{j=1}^m c_j X_{ji} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$. Уравнение регрессии представляет собой гиперплоскость в $(m+1)$ -м пространстве. При этом используются типовые допущения вида: $E\{\varepsilon_i\} = 0$,

$$\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ \sigma^2, & i = j. \end{cases} \quad E\{X_{ki}\varepsilon_i\} = 0, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m.$$

В дальнейшем для описания многомерной линейной регрессии будем использовать матричную нотацию [8, 9]: $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)^T$, $c = (c_1, c_2, \dots, c_m)^T$,

$$X = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & \dots & X_{m1} \\ 1 & X_{12} & \dots & X_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{1n} & \dots & X_{mn} \end{pmatrix},$$

Минимизируя сумму квадратов ошибок $\sum_{i=1}^n \varepsilon^2 = \varepsilon^T \varepsilon = (Y - Xc)^T (Y - Xc)$, приходим к системе нормальных уравнений, решение которых, в свою очередь, позволяет определить хорошо известное соотношение вида $\hat{c} = (X^T X)^{-1} X^T Y$. Для оценки векторного коэффициента передачи \hat{c} будет использоваться скользящее окно наблюдения $w_i = (Y_{i-m}, Y_{i-m+1}, \dots, Y_i)$, $i = (m+1), \dots, n$, позволяющее снизить влияние нестационарности на качество обработки данных. Величину разности $d_i = \hat{Y}_i - Y_i$, где $\hat{Y}_i = \hat{c}_i X_i$ - оценка стоимости актива, сформированную на основе текущих значений регрессоров, можно использовать для оценки стоимости наблюдаемого валютного инструмента.

Системная компонента котировок формировалась путем экспоненциального сглаживания простейшим экспоненциальным фильтром с коэффициентом передачи $\alpha = 0.05$ [5].

Простейшая управляющая стратегия, основанная на использовании вычислительной схемы регрессионного оценивания, может быть построена на базе критерия $K: |d_i| > d^*$. Если $d_i > d^*$, то это означает, что $Y_i > \hat{Y}_i$, т.е. валютный инструмент переоценен рынком и следует ожидать снижения его стоимости. Наоборот, если $d_i < -d^*$, т.е. $Y_i < \hat{Y}_i$, означает недооценку инструмента и, следовательно, можно ожидать повышение его котировки.

Имитационное моделирование на основе параметрической эволюционной оптимизации. Строгое решение задачи оптимизации по критерию максимального выигрыша для хаотических процессов получить не удастся. Однако возможно найти численное субоптимальное решение данной задачи для временных последовательностей ретроспективных данных. Рассматривается вариант построения субоптимального решения на основе метода эволюционного моделирования, предложенного в [11]. Пример применения эволюционного моделирования в задаче оптимизации управляющей стратегии приведен в [12].

Базовая параметрическая модель характеризуется набором модифицируемых параметров, образующих в совокупности вектор-геном G . В данном случае $G = [nW, \alpha, B]$, где nW - размер скользящего окна данных, используемых для построения регрессионной оценки \hat{Y}_k , α - коэффициент передачи сглаживающего экспоненциального фильтра, B - граничное (критическое значение), используемое в схеме принятия решения по управлению электронной торговлей.

Критерий принятия решения, как представлено выше, имеет вид $K: |\tilde{d}_i| > B = d^*$, где \tilde{d}_i - сглаженное значение разности между текущей оценкой и текущим значением наблюдаемого процесса. По результатам предварительного численного анализа ретроспективных данных осуществляется формирование базового (неоптимального) генома $G_0 = [nW_0, \alpha_0, B_0]$. В качестве критических значений использовались *среднеквадратические отклонения* (ско) соответствующих параметров (генов) на указанном интервале времени наблюдения. Как правило, на диапазон изменения параметров генома накладываются ограничения, отвечающие их физической или математической природе.

Рассматривается три вида параметрической модификации генома:

1. Небольшие единичные изменения (*LSM, little single modification*). В каждом из родительских геномов осуществляются относительно небольшие (в пределах *ско*) изменения только одного параметра. Выбор параметра осуществляется случайным розыгрышем.

2. Небольшие групповые изменения (*LGM, little group modification*). Осуществляется аналогично *LSM*, но изменения вносятся не в один, а сразу во все параметры.

3. Сильные единичные изменения (*SSM, strong single mutation*) или параметрическая мутация. В каждом из родительских геномов осуществляются значительные (в пределах трех *ско*) изменения только одного параметра. Выбор параметра (гена) осуществляется случайным розыгрышем.

Внесением слабых модификаций типа *LSM* формируется первое поколение родителей. Далее, с использованием всех типов модификаций формируется группа геномов-потомков, образующих вместе с геномами родителями первое поколение параметрически отличающихся игровых стратегий. Каждая из стратегий тестируется на одном и том же полигоне данных. По результатам тестирования, в соответствии со значениями достигнутого выигрыша, формируется рейтинг геномом. В процессе селекции и отбора наихудшие геномы отсеиваются, а из лучших геномов формируется новая группа стратегий-родителей. Далее, в цикле по числу поколений в процессе модификаций, селекции и отбора осуществляется последовательная оптимизация геномов. При этом строгая оптимальность не гарантируется, однако наличие параметрических мутаций обычно позволяет вывести процесс из областей локальных экстремумов.

Существенным отличием от традиционного случайного поиска является сохранение на каждой итерации не единственного наилучшего решения, а целой группы геномов-родителей. Данный подход соответствует одному из базовых положений системного анализа, согласно которому наилучшее терминальное решение получается из последовательности промежуточных неоптимальных шагов.

Пример реализации субоптимальной управляющей стратегии. В качестве числового примера использования эволюционного подхода рассмотрим сформулированную выше задачу управления валютным активом на основе его мультирегрессионной оценки. В качестве генома использовался вектор параметров $G = [nW, \alpha, B]$. Начальные значения модифицируемых параметров $G_0 = [0.5, 0.03, 4]$ представляют собой оценки, сформированные на основе анализа динамики котировок валютного инструмента USDCHF на интервале в один год и интервале отсчетов $\tau = 1'$ (одна минута). Первый параметр оценивается в днях, второй – безразмерный, третий – в пунктах (или пипсах) измерения котировки.

В процессе эволюционной оптимизации использовалось относительно небольшое число смены поколений $N_g = 7$. При переходе от одного поколения к другому сохранялось $N_a = 4$ генома-родителя. Для каждого родителя проводилось $M_g = 3$ *LSM*-модификаций (т.е. каждая модификация соответствовала изменению одного гена), по одной *LGM*-модификации всех параметров и по одной сильной *SSM*-модификации одного параметра в каждом геноме-родителе. Таким образом, каждое поколение включало в себя вместе с родителями 24 модификации генома. Далее, в соответствии с алгоритмом, описанном в предыдущем разделе, осуществлялось тестирование всех геномов на одном полигоне данных, осуществлялась селекция и

отбор 4-х наиболее успешных стратегий и формировалось следующее поколение геномов-родителей. Данная процедура повторялась на семи итерациях.

В связи с требованиями, накладываемыми на размер публикуемого текста, графическая информация с результатами имитационного моделирования доступна в виде отдельного pdf файла, размещенного авторами по адресу http://mctrewards.ru/files/k_dokladu_immod_2015.pdf. Далеко не всегда найденная стратегия позволяет получить положительный результат, тем не менее, применение данной стратегии позволило получить за сутки выигрыш в размере 144 пунктов.

Выводы

Результаты проведенных исследований позволяют сделать вывод о том, что применение моделирования, ориентированного не на подобие исходному процессу, а на достижение конечного результата, позволяет построить осцилляторную оценку и отвечающую ему простейшую стратегию, допускающую принципиальную возможность получения положительного результата. Такой подход существенно повышает устойчивость прогноза к хаотическим вариациям динамики котировок. Тем не менее, следует учитывать принципиальную ограниченность технологии управления, основанной на осцилляторах. В частности, осцилляторная переоценка актива во время сильного положительного тренда при механистическом подходе может привести к проигрышу. Для преодоления таких ошибок необходимо использовать комплексный подход к анализу состояния хаотических сред.

Литература

1. *Peters E. E.* Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility (2nd ed.) // NY: John Wiley & Sons, 1996. 288p.
2. *Williams B.M.* Trading chaos. / NY: John Wiley & Sons, Inc. 2002. 251 с.
3. *Мусаев А.А.* Моделирование котировок торговых активов // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 17. С. 5–32.
4. *Колодко Д.В.* Нестационарность и самоподобие валютного рынка Forex // Управление экономическими системами. 2012 №3. URL: <http://www.uecs.ru/uecs-39-392012/item/1144--forex>.
5. *Мусаев А.А.* Quod est veritas. Трансформация взглядов на системную составляющую наблюдаемого процесса // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 15. С. 53–74.
6. *Мусаев А.А.* Статистический анализ инерционности хаотических процессов // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 2(33). С. 48-59.
7. *Афанасьева В.В.* К философскому обоснованию детерминированного хаоса // URL: http://sbiblio.com/BIBLIO/archive/afanasev_k/default.aspx
8. *Мусаев А.А.* Корреляционный анализ процессов изменения состояния фондовых и валютных рынков // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 18. С. 5-18.
9. *Болч Б., Хуань К.* Многомерные статистические методы для экономики // Пер. с англ. под ред. С. А. Айвазяна М.: Статистика, 1979. 317с.
10. *Колби Р.* Энциклопедия технических индикаторов рынка // М.: Альпина Бизнес Букс. 2011. 837с.
11. *Fogel L.J., Owens A.J., Walsh M.J.* Artificial intelligence through simulated evolution. // N.Y.: John Wiley & Sons, 1966. 231с.
12. *Мусаев А.А.* Эволюционное моделирование в задаче оптимизации управляющей стратегии // Научный вестник НГТУ, 2014, т.56, №3, С.132-142.