

**ЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ВЫБОРУ МОДЕЛЕЙ,  
УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ ТРЕБОВАНИЯМ ЗАДАЧ ОДНОГО КЛАССА\*****С. В. Микони (Санкт-Петербург)****Введение**

Термин «квалиметрия моделей» буквально означает измерение качества моделей. Согласно [1], качество модели характеризуется её соответствием поставленной задаче, трудоёмкостью и достоверностью результатов моделирования. По отношению к общей цели моделирования, эти факторы рассматриваются как частные цели. В свою очередь, они детализируются на более конкретные цели. В итоге создаётся дерево целей. Его висячие (листовые) вершины представляют собой измеряемые параметры. А это позволяет применять методы многокритериальной оптимизации для вычисления количественной оценки качества оцениваемой модели. Если заданы нормативы каждого параметра, появляется возможность оценить степень соответствия обобщённой по всем параметрам норме. Если существует более одной модели, применимой для решения задачи моделирования, то количественная оценка их качества позволяет выбрать наиболее приемлемую модель для решаемой задачи [2].

Важнейшим показателем качества модели является её адекватность поставленной задаче. От неё зависит и достоверность результатов моделирования. В том случае, когда модель отражает не все свойства объекта-оригинала или отражает их не полностью, имеет место частичное соответствие модели решаемой задаче. Это снижает достоверность результатов моделирования. Поэтому при усреднении частных оценок качества модели показателем адекватности выделяется наибольшая важность.

При равноценной адекватности сопоставляемых моделей поставленной задаче существенную роль играют требования к её размерности. Модели, имеющие ограничения по размерности в силу экспоненциального роста трудоёмкости вычислений, имеют ограниченную сферу применения. Сфера применения модели полиномиальной сложности может перекрывать сферу применения модели экспоненциальной сложности, однако уступать в качестве моделирования. Поэтому при достаточно большом числе моделей-претендентов на решение задачи может использоваться логический анализ в поиске наиболее приемлемой модели. В настоящей работе эта проблема рассматривается на примере выбора методов многокритериальной оптимизации для типовых задач принятия решения.

**Постановка задачи**

Для выбора лучших вариантов на конечном множестве альтернатив в настоящее время применяются следующие группы методов [3]:

1. Векторная оптимизация (Dominance analysis)
2. Скалярная оптимизация (Multiobjective optimization)
3. Многоатрибутная оптимизация по полезности (Utility-based multiattribute optimization)
4. Вычисление приоритетов на основе парных сравнений (Pairwise prioritization)

Каждая группа включает несколько методов. К методам векторной оптимизации относятся:

- 1) упорядочение на основе отношения Парето-доминирования;

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-00912)

- 2) лексиминная оптимизация [4];
- 3) лексикографическая оптимизация;
- 4) оптимизация на основе единой шкалы изменения качества (ЕШИК) [5];

К методам скалярной оптимизации относятся:

- 1) оптимизация по достижению цели;
- 2) условная оптимизация;
- 3) оптимизация по отклонениям от цели;
- 4) оптимизация по индивидуальным целям.

Каждый метод имеет свои разновидности. Например, методы скалярной оптимизации могут различаться обобщающими функциями, а методы теории полезности различаются способом создания функций (лотерей, оценкой ценности и т.п.).

На *выбор метода* принятия решения влияют следующие факторы:

1. Поставленная задача выбора;
2. Тип переменных в исходных данных;
3. Размерность модели исходных данных;
4. Объём экспертных предпочтений.

На конечном множестве альтернатив могут решаться следующие задачи:

1. Выделение недоминируемых объектов;
2. Отбор по ограничениям;
3. Отнесение объекта к одному из упорядоченных по качеству классов;
4. Выбор одного наилучшего объекта;
5. Выбор заданного числа наилучших объектов;
6. Выбор наихудшего объекта;
7. Ранжирование сопоставимых объектов относительно идеальной цели;
8. Ранжирование сопоставимых объектов относительно реальной цели;
9. Ранжирование объектов, несопоставимых по ресурсам;
10. Определение приоритета объектов на основе заданных предпочтений.

Исходные данные могут иметь следующие *типы переменных*:

1. Двоичные числа;
2. Целые числа;
3. Вещественные числа;
4. Символы.

Данные могут быть достоверными и правдоподобными. К первым относятся результаты объективных измерений, а ко вторым – экспертные оценки в терминах вероятности или уверенности.

*Размерность задачи* определяется следующими параметрами:

1. Число вариантов (альтернатив, объектов)  $N$ ;
2. Число признаков  $n$ ;
3. Число значений признака (объём домена)  $m$ ;
4. Размерность таблицы исходных данных  $N \times n$ ;

Играет роль также соотношение параметров  $N$ ,  $n$  и  $m$ .

В зависимости от глубины изучения предметной области могут быть сформулированы следующие предпочтения:

- 1) на множестве признаков (важность признаков);
- 2) на границах каждого признака;
- 3) на делениях шкалы каждого признака.

Воспользуемся логическим анализом перечисленных факторов с целью выбора

подходящего метода для решения типовых задач принятия решений.

#### Анализ размерности задачи

Первичной информацией для анализа является размерность задачи. Она оказывает существенное влияние на выбор методов, имеющих ограничения по размерности в силу экспоненциального роста вычислительной сложности, либо значительного роста объёма экспертного оценивания. Рассмотрим основные варианты оценки размерности задачи.

- 1)  $n/N=n$ . Оценивается один объект ( $N=1$ ). Поскольку для сравнения отсутствуют другие объекты, в качестве базы сравнения принимаются *плановые* нормативы, либо интервальные оценки (*классы*), характеризующие качество.
- 2)  $n/N=1/N$ . Выполняется однокритериальная оптимизация.
- 3)  $n \ll N$ ,  $n > 1$ . Мощность множества недоминируемых альтернатив стремится к минимуму  $|X_{\Pi}| \rightarrow \min$ , а количество уровней упорядоченного графа доминирования увеличивается [3].
- 4)  $n \gg N$ . С увеличением числа критериев число доминируемых альтернатив стремится к нулю, что влечёт расширение множества Парето на всё множество альтернатив  $X_{\Pi} \rightarrow X$ .
- 5)  $N \leq 10$ ,  $n \leq N$ . Ограниченная размерность позволяет использовать логические методы вербального анализа решений и вычислительные матричные методы.

#### Анализ типов переменных

Значения признаков могут быть одного и нескольких типов. Задача выбора метода упрощается, если все признаки измерены в одной шкале. Если эта шкала двоичная  $\{0, 1\}$  или качественная, например  $\{\text{высокое, среднее, низкое}\}$  качество, то для выбора приемлемого варианта решения применяется логический вывод или методы векторной оптимизации. Так, выбор приемлемого варианта решения при  $m_j=2$ ,  $j = \overline{1, n}$ , может быть реализован логическим выводом в рамках экспертной системы, а для упорядочения альтернатив в зависимости от поставленной задачи можно применить один из методов векторной оптимизации.

Для получения *линейного* порядка на множестве альтернатив  $X$  выполняется:

- 1) лексикографическая оптимизация, если задана в порядковой шкале важность признаков и  $\prod_{j=1}^{n_{\min}} m_j \geq N$ ;
- 2) вербальный анализ решений, если на множестве значений всех признаков экспертами построена единая шкала изменения качества и  $N \leq 10$ ,  $n \leq N$ .

Второй метод в общем случае даёт более достоверные результаты, поскольку требует значительно большего объёма предпочтений.

Если признаки измерены в разных шкалах, то для получения *частичного* порядка на множестве альтернатив или выявления недоминируемых альтернатив может применяться отношение Парето-доминирования или лексиминная оптимизация.

Если часть признаков измерена в качественной шкале, то существует два варианта получения линейного порядка на множестве альтернатив:

- 1) перевод оставшихся признаков в качественную шкалу и решение задачи одним из приведённых выше методов;
- 2) кодирование качественных оценок числами и выбор одного из методов скалярной оптимизации.

При переводе численных признаков с количеством значений, большим числа делений качественной шкалы, происходит потеря информации. Преобразование качественных оценок в числа неоднозначно в силу субъективности правил перевода. Достоверность кодирования повышается при использовании матриц парных сравнений.

### Выбор метода скалярной оптимизации

Если признаки измерены в *разных* численных шкалах с произвольным числом значений  $m_j > 2$ , то при размерности  $N > 10$  универсальным приёмом получения линейного порядка на множестве объектов является использование методов скалярной оптимизации.

Проблема выбора упрощается для задач, решаемых единственным методом с возможными модификациями. Например, задача ранжирования объектов, несопоставимых по ресурсам, решается методом оптимизации по индивидуальным целям. Для каждого признака формулируется своё плановое задание (план). Результат выполнения обобщённого плана вычисляется в процентной шкале. Объекты сравниваются по проценту выполнения обобщённого плана [3].

Для вычисления средневзвешенной оценки альтернатив любым методом скалярной оптимизации задаётся важность признаков. Если ЛПР не может назначить реальной цели на шкале  $j$ -го признака,  $j = \overline{1, n}$ , задаётся предпочтение на его границах, которое формирует направление оптимизации:  $y_j(x) \rightarrow \max$  ( $y_j(x) \rightarrow \min$ ). Этих предпочтений достаточно для реализации метода многокритериальной оптимизации.

Если ЛПР в состоянии назначить реальные цели для части признаков, то выполняется многокритериальная оптимизация с ограничениями. Объект (альтернатива), не удовлетворяющий хотя бы одному ограничению (реальной цели), исключается из оценивания. Если разрешено оценивание объектов, не реализующих реальные цели, то возможны 2 варианта оптимизации: по достижению цели или по отклонению от цели. Метод отклонения от цели реализуется в трёх вариантах: с обобщёнными штрафами за невыполнение целей, с обобщёнными поощрениями за перевыполнение целей и алгебраической суммой штрафов и поощрений. Метод обобщения штрафов можно применить, например, для отбора объектов, не имеющих штрафов.

Если ЛПР способен задать функцию полезности на шкале  $j$ -го признака,  $j = \overline{1, n}$ , то реализуется метод многомерной оптимизации по полезности. Если экспертные ресурсы для создания функций полезности ограничены и имеется возможность оценить объекты другим методом, используется метод обучения функций полезности [3].

### Выводы

1. Квалиметрия (измерение качества) моделей имеет конечной целью выбор или создание наиболее эффективной модели решения задачи. Уникальная модель оценивается на соответствие требованиям решаемой задачи. При возможности применения разных моделей выявляется наилучшая модель.
2. Для оценивания качества модели используются такие факторы как соответствие поставленной задаче, трудоёмкость и достоверность моделирования. Они, в свою очередь, детализируются на измеряемые показатели.
3. При наличии нескольких моделей-претендентов на решение конкретной задачи для выбора наилучшей используются методы многокритериальной оптимизации, учитывающие все показатели качества модели. При решении класса задач для

- каждой из них следует найти наиболее приемлемую по качеству модель. Эта проблема может быть решена подбором модели для каждой задачи из класса.
4. В работе для подбора моделей предлагается использовать логический анализ их свойств в сопоставлении с требованиями решаемых задач. Подход иллюстрируется на примере выбора методов многокритериальной оптимизации для различных задач принятия решений. Логический анализ может быть реализован в рамках экспертной системы по выбору наиболее эффективного метода решения конкретной задачи.

### Литература

1. Микони С.В., Соколов Б.В., Юсупов Р.М. Применение алгебраического подхода в квалиметрии моделей и полимодельных комплексов // Сборник докладов VI научно-практической конференции «Имитационное моделирование. Теория и практика». –Казань: Изд-во «Фэн», 2013, Том 1. -С. 68-79.
2. Микони С.В., Соколов Б.В., Юсупов Р.М. Квалиметрия моделей и полимодельных комплексов: состояние исследований и перспективы развития // –СПб.: ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2014. -С.44-53.
3. Микони С.В. Теория принятия управленческих решений. –СПб.: Лань, 2015, 448 с.
4. Подиновский В.В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. –М.: Физматлит, 2007. 37 с.
5. Ларичев О.И. Вербальный анализ решений. –М.: Наука, 2006. 181 с.