

Барсегян Ваня Рафаелович, Ереванский государственный университет, г. Ереван, Армения, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института механики НАН Армении, e-mail: barseghyan@sci.am

Barseghyan Vanya Rafaelovich, Yerevan State University, Yerevan, Armenia, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Leading Researcher of the Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of RA, e-mail: barseghyan@sci.am

УДК 519.876.5 + 517.956.225

ФРОНТ ВЫХОДА В МОДЕЛИ ПОВЕДЕНИЯ ТОЛПЫ ПРИ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ

© А.Л. Бекларян

Ключевые слова: фронт выхода; динамика толпы; агентное моделирование; уравнение Лапласа.

В статье рассматривается непрерывная стохастическая агентная модель движения людей в ограниченном пространстве с заданной геометрией, основанная на феноменологическом подходе. Определяется понятие «фронта выхода», изучаются характеристики потока агентов, в частности, его интенсивность.

Введение

Одна из ключевых составляющих жизнедеятельности человека, особенно в крупных городах, заключена в безопасности движения в условиях ограниченного пространства и большого скопления других движущихся людей. Подобная проблема становится особенно актуальной при пользовании общественным транспортом, при проведении культурно-массовых мероприятий, на митингах и при других неотъемлемых эпизодах повседневной жизни человека. Отдельно стоит отметить проблему эвакуации людей из зданий при чрезвычайных ситуациях (ЧС).

Очевидно, проведение реальных экспериментов для решения таких проблем сопряжено с большими организационными сложностями и финансовыми затратами. Отсюда возникает необходимость математического моделирования описанных процессов и проведения компьютерных экспериментов, чтобы максимально эффективно выстроить процесс ликвидации ЧС.

1. Анализ существующих моделей

Несмотря на высокий интерес к проблематике, долгое время основные работы по данной теме были посвящены психологическим и социальным аспектам вопроса. Например, в работе [1] детально описаны условия и причины возникновения паники, которые сводятся к доминированию коллективного бессознательного как основного фактора. То есть солидная часть исследователей рассматривает толпу с фрейдистской точки зрения, основанной на гипотезе, что люди как часть толпы действуют иначе, чем люди как индивиды. Совокупность разумов членов группы синергируются в некий коллективный разум. Соответственно, и предлагаемые решения проблемы возникновения паники также основаны на таком подходе, который мы назовем наивным.

На фоне описанных исследований изучение толпы с привлечением математических моделей началось сравнительно недавно. Здесь стоит отметить работы пионера этой области —

Дирка Хелбинга. В его работе 2000 года в журнале Nature [2] впервые удалось воспроизвести ряд характерных для толпы явлений, таких, как образование пробок, вовлечение новых людей в панику и другие, с помощью математического моделирования. В основе этой работы лежала идея применения к толпе людей методов молекулярной динамики, где психологическим и социальным факторам ставятся в соответствие потенциалы взаимодействия между молекулами-людьми. Такой подход будем называть молекулярным. На основе модели Хелбинга были построены ряд других моделей, рассматривающие различные аспекты возможных усложнений системы взаимодействий. Правда, основная часть моделей основывается на двухчастичном взаимодействии и игнорирует тот факт, что в определенной точке пространства сталкиваются трое и более людей. Тем не менее, в работе [3] была рассмотрена модель многочастичного взаимодействия, которая привела к появлению модельного эффекта турбулентности толпы, который не раз был зарегистрирован в реальных ситуациях. Здесь стоит упомянуть работы группы российских ученых, Д.А. Брацуна [4] и его коллег, ставящие своей целью создание агентной модели поведения толпы на основе моделей Хелбинга. Отличительной особенностью моделей Брацуна является сложность геометрии пространства и формирование агентом плана выхода из многоуровневого разветвленного помещения. К сожалению, дальнейшее усложнение моделей Хелбинга, как в части взаимодействия людей, так и в части анализа окружающей обстановки, ведет к громоздкой процедуре совместного интегрирования уравнений движений, что требует либо распараллеливания вычислительных процессов, либо сверхпроизводительных процессоров.

Наряду с двумя описанными подходами, в работе [5] был предложен феноменологический подход, в рамках которого формализована агентная модель поведения толпы. В такой модели априори определяются состояния агентов с их характеристиками, правила взаимодействия агентов и правила принятия решений. Это позволяет смоделировать динамику состояния системы как результат взаимодействия автономных агентов, чья система принятия решений задается в явном виде, а не является результатом решения системы уравнений Ньютона. При этом удастся заложить такие эффекты, как турбулентность толпы, волны сжатия толпы и другие, которые в рамках моделей Хелбинга требуют задания соответствующих потенциалов, что, в свою очередь, ведет к поиску уникального динамического решения для весьма сложной системы уравнений и порождает самостоятельную неординарную задачу. Помимо указанной работы, к феноменологическому подходу относится работа [6], которая послужила отправной точкой для построения системы принятия решения агентов, описанной в рамках предлагаемой модели. Также стоит отметить, что при феноменологическом подходе удастся добавить ряд стохастических процессов в систему принятия решений агента с целью приближения моделируемой динамики к реально наблюдаемым случайным флуктуациям в поведении толпы.

Вместе с описанием подходов, необходимо также провести классификацию работ в части непосредственной реализации моделей. Анализ существующих работ показал, что большая часть исследований следует отнести к двум классам: непрерывные модели (например, [4, 5, 7]) и дискретные модели (например, [8, 9]).

В первом классе моделей предполагается, что поведение человека описывается дифференциальным уравнением, соответствующему второму закону Ньютона со сложной правой частью, в которой аккумулированы силы взаимодействия индивида с другими людьми и препятствиями. В качестве достоинства таких моделей необходимо отметить учет всех заложенных характеристик индивида в динамике, а также возможность неограниченного усложнения процессов взаимодействия путем добавления новой вектор-силы. Однако численное интегрирование подобной модели требует, в среднем, $O(N^2)$ вычислительных операций (N — количество людей) для каждого временного шага, что даже при современных вычислительных возможностях является весьма трудоемкой задачей.

Модели второго класса предполагают дискретизацию пространства, а само помещение рассматривается как поле клеточного автомата. При таком подходе клетка, занимаемая индивидуумом, суть конечный автомат, состояние которого зависит от состояния его соседей. Подобная интерпретация задачи, с одной стороны, отличается быстротой вычислительных процессов (сложность $O(N)$), но с другой характеризуется чрезмерным «усреднением» сил взаимодействия.

Также стоит упомянуть модели третьего класса, так называемые, потоковые модели (например, [10]). Данный класс моделей рассматривает движение людских потоков по аналогии с движением жидкости или газа, считая людскую массу несжимаемой средой. Потоковые модели не оперируют человеком как агентом модели, а рассматривают толпу в целом, где основной характеристикой является плотность потока. Данный класс, скорее, противопоставляется описанным выше двум классам, которые как раз ставят своей задачей получение макрохарактеристик толпы, исходя из законов взаимодействия агентов, без эмпирических заключений о макроуровне изначально. Вдобавок, толпа не может быть корректно сведена ни к жидкости, ни к газу, так как относится к умеренно сжимаемым средам, не говоря уже о том, что возникающие важные эффекты паникующей толпы в моделях такого класса не регистрируются.

К четвертому классу относятся вероятностные модели (например, [11]). В рамках таких моделей сравнивается личное априорное (до общения с коллективом) отношение к некому состоянию и соответствующая вероятность того, что индивид готов перейти в это состояние, и финальное апостериорное отношение, сформировавшееся после общения с коллективом. Подобные модели достаточно точно описывают коллективное поведение в рамках условных «игровых» процессов таких, как митинг, переговоры, выборы, парламент и др., а также дают оценки степени конформизма и, наоборот, индивидуализма агентов. Тем не менее, применение таких моделей к процессу перемещения в пространстве (а не к осуществлению того или иного выбора) видится затруднительным.

В данной работе рассматривается непрерывная стохастическая агентная модель в ограниченном пространстве с заданной геометрией, основанная на феноменологической модели Бекларяна–Акопова [5] с использованием уточнений характеристик агента и системы принятия решений агентом, приведенных в модели Антонини [6] и моделях Хелбинга [2, 3, 7]. Такая интеграция видится автору наиболее перспективным развитием данного класса задач, ввиду того, что феноменологический подход (модели Бекларяна–Акопова) позволяет привнести естественную дискретизацию задачи с последующим вычислением приращения всех характеристик агентов в каждый момент времени. Это снимает вопрос численного интегрирования уравнений Ньютона, и предлагает явные вычисления всех характеристик системы. С другой стороны, уточнение характеристик агента и его системы принятия решений, заимствованное из моделей Хелбинга и Антонини, позволит получить максимально реалистичную динамику толпы.

Отметим, что в рассматриваемых моделях совокупность агентов является совокупностью индивидуумов, лишенных каких-либо общих изначально целеполаганий.

2. Концепция предлагаемой агентной модели

Ключевыми особенностями толпы являются эффекты типа давка, паника, турбулентность. Нарастающая плотность агентов по достижению критического значения приводит к появлению давки, которая в состоянии спровоцировать возникновение паники. Сама паника характеризуется стремлением агента расширить свое личное пространство, что приводит к возникновению эффекта турбулентности толпы. При этом в толпе образуются волны сжатия, выталкивающие агентов на опасные участки помещения (в частности, на стены).

В результате учета имеющихся моделей и подходов, а также исследований по психологии толпы, были сформулированы основные априорные предположения, которые легли в основу

предлагаемой агентной модели поведения при ЧС, среди которых стоит отметить:

- частичная или полная потеря ориентации в пространстве и во времени;
- высокая степень турбулентности толпы, т.е. наличие хаотичного движения во всех направлениях в условиях высокой плотности агентов;
- существенное замедление скорости передвижения при определенных условиях (ранение, уплотнение и т.д.);
- стремление к ближайшему выходу в случае нахождения выхода в пределах видимости;
- стремление к присоединению к ближайшей группе агентов (эффект притяжения толпы).

В предлагаемой модели реализуется концепция перехода от фиксированных значений ряда показателей, отражающих как геометрию помещения, так и физику процесса перемещения агентов, к представлению их в качестве управляющих параметров модели. В результате удастся построить гибкую, универсальную модель, позволяющую варьировать управляющими параметрами и, как следствие, калибровать модель с целью максимизации правдоподобия с реальными процессами. Также предлагаемая модель допускает дальнейшее усложнение во всех аспектах (геометрия помещения, механика взаимодействия агентов, характеристики самих агентов и т. д.) и введение новых уравнений связи и условий.

3. Система принятия решений агентом

В условии отсутствия ЧС основное стремление агента - покинуть помещение, с наименьшими потерями, в которые входят отклонение от прямолинейной траектории движения к выходу, пересечение с другими агентами, замедление скорости движения и ряд других параметров. Среди допущений модели стоит выделить тот факт, что рассматривается одноэтажное помещение прямоугольной формы с диаметральными выходами (рис. 1).

С формальным описанием модели, множества ее параметров и правилами взаимодействия агентов можно ознакомиться в работе [12]. В рамках данной статьи дается описание системы принятия решений агентом, которая базируется на анализе ситуации в рамках его сектора обзора [6]. Максимальный угол обзора принимается равным 170° для всех агентов, при этом весь сектор обзора разбивается на одиннадцать подсекторов, центральный из которых отражает текущее направление движения, а десять остальных, симметричных относительно центрального, отражают отклонение агента от текущего направления движения (см. рис. 2). Заметим, что меры углов подсекторов тем больше, чем дальше подсектор от центрального, что объясняется более детальным просчетом движения в случае незначительного отклонения, т.к. периферийное зрение уступает в части детализации. Изменение угла обзора в зависимости от статуса ситуации происходит посредством симметричного увеличения или уменьшения числа подсекторов.

В каждый момент времени агент определяет новый единичный вектор перемещения $\vec{d}_{i,new}$ по центру выбранного подсектора, а сам подсектор далее отождествляется со своим единичным вектором.

При этом в каждый момент времени агент имеет три альтернативы по отношению к выбору абсолютного значения своей новой скорости $v_{i,new}$: сохранить текущую скорость v_i , увеличить скорость до $v_{acc} = v_i + \gamma_{acc}(v_{i,max} - v_i)$ значения или уменьшить скорость до значения $v_{dec} = (1 - \gamma_{dec})v_i$, где γ_{acc} , γ_{dec} являются параметрами модели и принимают значения в интервале $(0, 1)$.

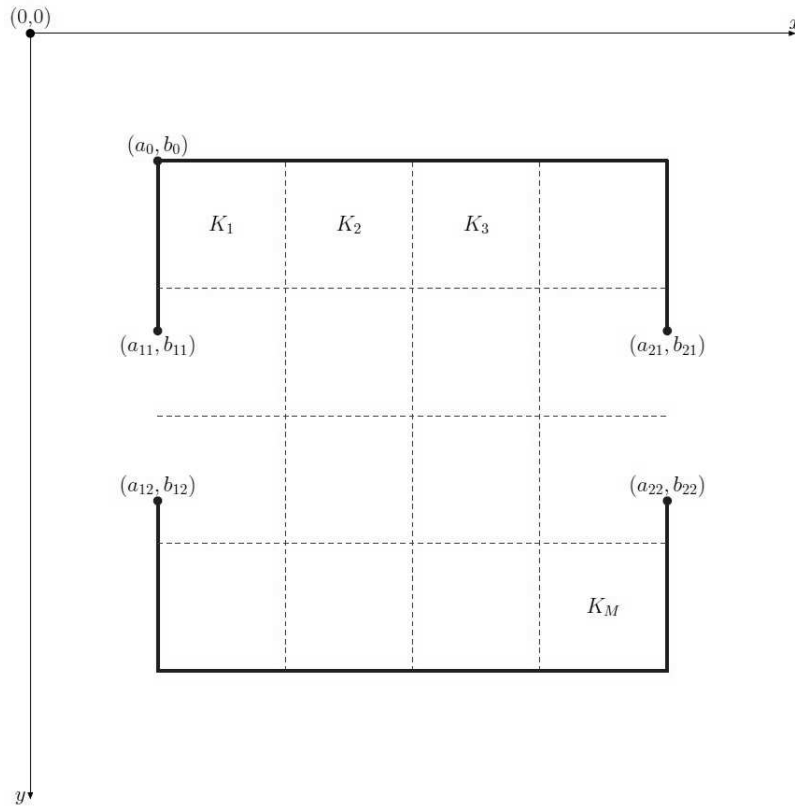


Рис. 1: Описание моделируемого помещения

Таким образом пара значений $(v_{i,new}, \vec{d}_{i,new})$, определяющих перемещение агента, выбираются агентом из 33 альтернативных возможностей (11 направлений по центрам подсекторов и 3 варианта выбора скорости). Итоговое положение агента вычисляется по формуле

$$\vec{r}_{i,new} = r_i + v_{i,new} \vec{d}_{i,new}.$$

При этом те альтернативы, которые попадают вне активного пространства или на стены помещения, агентом не рассматриваются.

Выбор из 33 возможных итоговых положений осуществляется на основе следующего функционала

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i = & \beta_{occ}(sit_i(t))occupation_i + \beta_{dir}(sit_i(t))direction_i + \beta_{dest}(sit_i(t))destination_i + \\ & \beta_{angle}(sit_i(t))angle_i + \beta_{wall}(sit_i(t))wall_i + \beta_{vel}(sit_i(t))(|v_{i,new} - v_{i,comf}|)^{\lambda_{vel}} + \\ & \beta_{max}(sit_i(t))(|v_{i,new} - v_{i,max}|)^{\lambda_{max}} + \beta_{avg}(sit_i(t))(|v_{i,new} - v_{i,avg}|)^{\lambda_{avg}} + \\ & \beta_{expl}(sit_i(t))explosion_i, \end{aligned}$$

$\beta_{occ}, \beta_{dir}, \beta_{dest}, \beta_{angle}, \beta_{wall}, \beta_{vel}, \beta_{max}, \beta_{avg}, \beta_{expl} > 0$ — весовые коэффициенты, выступающие в качестве параметров модели и меняющие свои значения в зависимости от статуса ситуации.

$occupation_i$ отражает значимость присутствия других агентов в выбранном секторе $\vec{d}_{i,new}$, другими словами,

$$occupation_i = \sum_{j=1}^N I_{ij} e^{-\gamma_1 \|\vec{r}_{i,new} - \vec{r}_j\|},$$

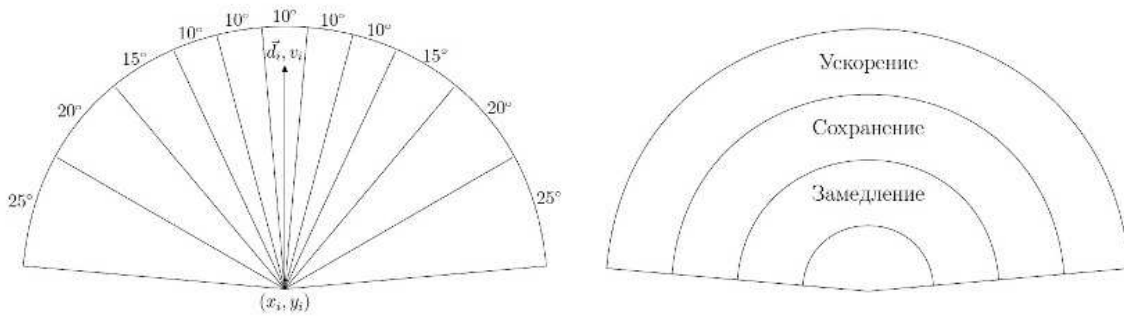


Рис. 2: Пространство выбора агента

где I_{ij} равно единице, если j -ый агент находится в секторе $\vec{d}_{i,new}$, и нулю иначе; $\|\vec{r}_{i,new} - \vec{r}_j\|$ — расстояние между j -ым агентом и новым положением i -ого; γ_1 — нормирующий коэффициент. Чем меньше количество агентов в выбранном секторе, тем меньше значение $occupation_i$. Также значение монотонно убывает в зависимости от степени удаленности других агентов от i -ого агента в секторе.

$direction_i$ отражает угол между единичными векторами $\vec{d}_{i,new}$ и \vec{d}_i , другими словами,

$$direction_i = \arccos(\vec{d}_{i,new}, \vec{d}_i),$$

где (\cdot, \cdot) — скалярное произведение векторов. Данный показатель отражает нежелание агента менять направление своего движения.

$destination_i$ отражает угол между единичными векторами $\vec{d}_{i,new}$ и \vec{D}_i , другими словами,

$$destination_i = \arccos(\vec{d}_{i,new}, \vec{D}_i).$$

Данный показатель отражает желание агента двигаться напрямую к точке выхода.

$angle_i$ пропорционален сумме углов между единичными векторами \vec{d}_i и \vec{d}_j , другими словами,

$$angle_i = \sum_{j=1}^N I_{ij} \alpha_{ij} e^{-\gamma_2 \|\vec{r}_{i,new} - \vec{r}_j\|},$$

где $\alpha_{ij} = \arccos(\vec{d}_i, \vec{d}_j)$ — угол между направлениями движения агентов; γ_2 — нормирующий коэффициент. Чем более сонаправлено двигаются агенты, тем меньше значение $angle_i$. В то же время значение монотонно убывает в зависимости от степени удаленности других агентов от i -ого агента в выбранном секторе.

$wall_i$ зависит от минимального расстояния от агента до стен, другими словами,

$$wall_i = e^{-\gamma_3 \Delta_{i,new}},$$

где $\Delta_{i,new}$ — минимальное из расстояний от нового положения агента до стен; γ_3 — нормирующий коэффициент. Очевидно, что чем дальше агент от стен, тем меньше $wall_i$.

$(|v_{i,new} - v_{i,comf}|)^{\lambda_{vel}}$ отражает отклонение скорости агента от его комфортабельной скорости, λ_{vel} — нормирующий коэффициент.

$(|v_{i,new} - v_{i,max}|)^{\lambda_{max}}$ отражает разницу между новой скоростью и максимальной скоростью бега, λ_{max} — нормирующий коэффициент.

$(|v_{i,new} - v_{i,avg}|)^{\lambda_{avg}}$ отражает разницу между новой скоростью и средней скоростью агентов в секторе, λ_{avg} — нормирующий коэффициент,

$$v_{i,avg} = \frac{\sum_{j=1}^N I_{ij} v_i e^{-\gamma_4 \|\vec{r}_{i,new} - \vec{r}_j\|}}{\sum_{j=1}^N I_{ij}},$$

где γ_4 — нормирующий коэффициент.

explosion_i зависит от расстояния от агента до взрыва, другими словами,

$$\text{explosion}_i = e^{-\gamma_5 \text{dist}_{i,expl}},$$

где $\text{dist}_{i,expl}$ — расстояние от нового положения агента до взрыва; γ_5 — нормирующий коэффициент. Чем дальше агент от взрыва, тем меньше explosion_i .

Система принятия решений агента основана на выборе той альтернативы, при которой достигается минимальное значение описанного функционала, т.е.

$$(v_{i,new}, \vec{d}_{i,new}) = \text{argmin } \mathbf{M}_i.$$

4. Программная реализация

Ввиду того, что предлагаемая модель должна отражать логику и закономерности поведения моделируемого объекта во времени (временная динамика) и пространстве (пространственная динамика), то реализация такой модели должна быть осуществлена в системе имитационного моделирования. Необходимость использования дискретно-событийного моделирования для реализации процесса поочередного принятия решений, необходимость наличия анимации движения агентов, а также использование методов агентного моделирования обуславливают выбор пакета AnyLogic в качестве среды разработки модели.

Необходимо отметить, что несмотря на встроенную в AnyLogic библиотеку пешеходов со своей логикой движения агентов, был разработан новый тип агента, чья система принятия решений основана на подходе, описанном ранее. Разработка авторского моделирования в среде AnyLogic, как и само программное обеспечение, реализованы на языке Java.

Также важной особенностью среды AnyLogic является наличие широкого спектра инструментов для разработки пользовательского интерфейса, что позволяет значительно упростить и сделать более понятным для конечного пользователя как процесс задания начальных параметров, так и сам процесс моделирования. При этом, благодаря интеграции решения с базой данных, удастся преобразовать плоскую анимацию движения агентов в режим 3D. При этом внутренние процессы сериализации и синхронизации, встроенные в AnyLogic, позволяют добиться высокой скорости расчетов и моделирования движения агентов на стандартном персональном компьютере даже в условиях высокой сложности самой модели.

5. Фронт выхода

Ввиду того, что, пройдя через раствор выхода, агент продолжает влиять на модель (он продолжает оставаться препятствием для находящихся позади него агентов), то в качестве окончательной точки выбытия агента из модели была выбрана дуга эллипса - фронт выхода. Также, очевидно, что с течением времени и в случае большого количества агентов будут образовываться скопления у каждого из выходов (см. рис. 3).

Ввиду ограниченной пропускной способности раствора выхода настанет момент максимальной интенсивности прохождения агентов через фронт выхода. Период этой максимальной интенсивности отличается невозможностью улучшений показателей эвакуации, что, в

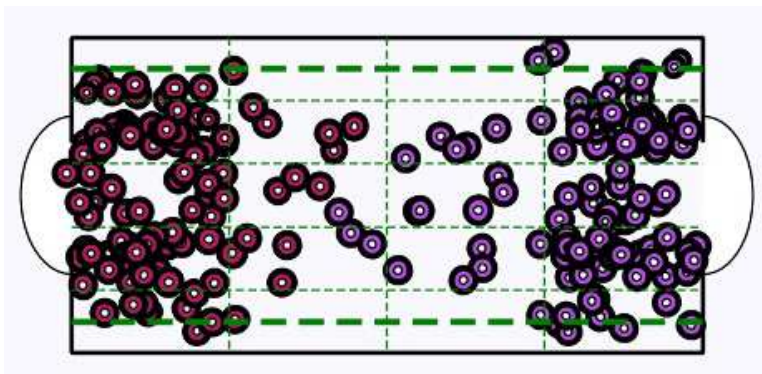


Рис. 3: Скопление агентов у выходов

свою очередь, говорит об отсутствии необходимости вмешательства со стороны служб спасения, так как попытка проникнуть в помещения против максимального потока чревато еще большими жертвами. Таким образом, регистрация интенсивности выхода агентов на фронте выхода и сравнение этой интенсивности с аналитически полученной интенсивностью для максимального потока дает возможность спасателям оценить и стадию процесса эвакуации, и степень необходимости своего вмешательства. Аналитическая функция максимальной интенсивности потока на фронте выхода может быть получена, как решение следующей краевой задачи:

$$\begin{cases} \Delta u = 0 & \text{в } \Omega \\ u|_{\partial\Omega} = \varphi \end{cases} \quad (1)$$

где $u(x, y)$ — усредненная плотность агентов в области Ω , а $\varphi \in L^1_{2,loc}(\Omega)$ — усредненная плотность на границе неограниченной области Ω . Сама область Ω представляет из себя неограниченную область, заданную фронтом выхода (граница эллипса), стенами раствора выхода и двумя горизонтальными прямыми, параллельными стенам, но стоящими от них на некотором расстоянии (см. рис. 4). При этом область считается бесконечной в сторону, противоположную выходу. Такой выбор области объясняется тем, что прибывающие с «бесконечности» агенты никак не влияют на максимальную интенсивность потока, а только лишь поддерживают его состояние.

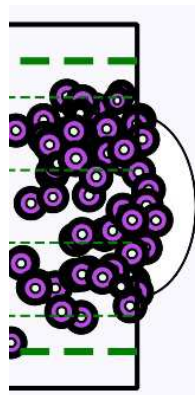


Рис. 4: Фронт выхода

6. Основной результат

Имеет место теорема, доказанная в работах [13, 14]. Условия теоремы формулируются

в терминах емкости $\text{cap}_{\varphi-c}(\mathbb{R}^n \setminus \Omega) < \infty$ дополнения к области определения задачи (1).

Т е о р е м а 1. Пусть $\text{cap}_{\varphi-c}(\mathbb{R}^n \setminus \Omega) < \infty$ для некоторой константы $c \in \mathbb{R}^n$. Тогда задача (1) имеет решение в пространстве $W_{2,loc}^1(\Omega) \cap L_2^1(\Omega)$.

Данная теорема дает решение задачи оценки максимальной интенсивности на фронте выхода.

З а к л ю ч е н и е

Базируясь на феноменологическом подходе, была формализована агентная модель поведения толпы в среде имитационного моделирования AnyLogic. Для указанной модели было показано существование решения краевой задачи на фронте выхода для оценки максимальной интенсивности агентов в процессе эвакуации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mintz A. Non-adaptive group behavior // Journal of Abnormal Psychology. 1951. V. 46. № 2. P. 150-159.
2. Helbing D., Farkas I., Vicsek T. Simulating dynamical features of escape panic // Nature. 2000. № 407. P. 487-490.
3. Moussaïda M., Helbing D., Theraulaza G. How simple rules determine pedestrian behavior and crowd disasters // PNAS. 2011. V. 108. № 17. P. 6884-6892.
4. Аптуков А.М., Брацун Д.А., Люшин А.В. Моделирование поведения паникующей толпы в многоуровневом разветвленном помещении // Компьютерные исследования и моделирование. 2013. Т. 5. № 3. С. 491-508.
5. Akopov A.S., Beklaryan L.A. Simulation of human crowd behavior in extreme situations // International Journal of Pure and Applied Mathematics. 2012. V. 79. № 1. P. 121-138.
6. Antonini G., Bierlaire M., Weber M. Discrete choice models of pedestrian walking behavior // Transportation Research Part B. 2006. V. 40. № 8. P. 667-687.
7. Helbing D., Farkas I., Molnar P., Vicsek T. Simulation of pedestrian crowds in normal and evacuation situations // Pedestrian and evacuation dynamics. 2002. № 21. P. 21-58.
8. Кирик Е.С., Круглов Д.В., Юргельян Т.Б. О дискретной модели движения людей с элементом анализа окружающей обстановки // Журнал СВУ, Серия «Математика и физика». 2008. Т. 1. № 3. С. 266-276.
9. Степанцов М.Е. Математическая модель направленного движения группы людей // Математическое моделирование. 2004. Т. 16. № 3. С. 43-49.
10. Предтеченский В.М., Миллинский А.И. Проектирование зданий с учетом организации движения людских потоков: учебник для вузов. М.: Стройиздат, 1979. 375 с.
11. Краснощекоев П. С. Простейшая математическая модель поведения. Психология конформизма // Математическое моделирование. 1998. Т. 10. № 7. С. 76-92.
12. Бекларян А.Л., Акопов А.С. Моделирование поведения толпы на основе интеллектуальной динамики взаимодействующих агентов // Бизнес-информатика. 2015. Т. 31. № 1. С. 69-77.
13. Бекларян А.Л. О существовании решений первой краевой задачи для эллиптических систем высокого порядка в неограниченных областях // Математические заметки. 2014. Т. 96. № 2. С. 310-313.
14. Beklaryan A.L. On the existence of solutions of the first boundary value problem for elliptic equations on unbounded domains // International Journal of Pure and Applied Mathematics. 2013. V. 88. № 4. P. 499-522.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-37-20265).

Поступила в редакцию 2 июня 2015 г.

Beklaryan A.L. EXIT FRONT IN MODELING THE DYNAMICS OF CROWD IN EMERGENCIES
Continuous stochastic agent-based model of human behavior in a confined space with a given geometry is presented in the paper. An «exit front» is defined, also the flow characteristics of agents are studied, in particular, its intensity.

Key words: simulation modeling; dynamics of crowd; agent based modeling; AnyLogic.

Бекларян Армен Левонович, Центральный экономико-математический институт РАН, г. Москва, Российская Федерация, аспирант, e-mail: abeklaryan@hse.ru

Beklaryan Armen Levonovich, Central Economics and Mathematics Institute of RAS, Moscow, the Russian Federation, Post-graduate Student, e-mail: abeklaryan@hse.ru

УДК 517.977

ОБ УПРАВЛЕНИИ ПАРАБОЛИЧЕСКИМ УРАВНЕНИЕМ С ПОМОЩЬЮ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

© М.С. Близорукова

Ключевые слова: управление; метод экстремального сдвига.

Исследуется задача управления параболическим уравнением. Предполагается, что проводятся неточные измерения решения этого уравнения. Указывается устойчивый к информационным помехам и погрешностям вычислений алгоритм формирования управления по принципу обратной связи, обеспечивающий отслеживание решением заданного уравнения решения уравнения, подверженного возмущению.

1. Введение. Пусть V и H — действительные гильбертовы пространства; пространство V вложено в пространство H плотно и непрерывно: $V \subset H = H^* \subset V^*$.

Рассматривается параболическое уравнение

$$\dot{y}(t) + Ay(t) = v(t) + f(t), \quad t \in T = [0, +\infty), \quad (1)$$

$$y(t_0) = y_0 \in \{z \in V : Az \in H\}.$$

Пусть выполнено условие коэрцитивности

$$\langle Ay, y \rangle + \omega |y|_H^2 \geq c |y|_V^2 \quad \forall y \in V,$$

$f(\cdot) \in L_2(T; H)$ — заданная функция, v — управление, производная $\dot{y}(\cdot)$ понимается в смысле пространства распределений. Символы $|\cdot|_V$ и $|\cdot|_H$ означают соответственно нормы в V и H , а символы (\cdot, \cdot) и $\langle \cdot, \cdot \rangle$ — скалярное произведение в H и двойственность между V и V^* .

В качестве примера может быть рассмотрено уравнение теплопроводности. В этом случае оператор A задается следующим образом

$$Ay = - \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial \eta_i} (a_{ij}(t, \eta) \frac{\partial y}{\partial \eta_j}).$$

Следуя [1, стр. 115], функцию $x(\cdot) \in W(T_\vartheta; V) = \{x(\cdot) \in L_2(T_\vartheta; V) : \dot{x}(\cdot) \in L_2(T_\vartheta; V^*)\}$, удовлетворяющую соотношению $(\dot{x}(t), z) + \langle Ax(t), z \rangle = (v(t) + f(t), z) \quad \forall z \in V$ при п.в. $t \in T_\vartheta$ будем называть решением уравнения (1) на промежутке $T_\vartheta = [0, \vartheta]$, $\vartheta > 0$ и обозначать символом $x(\cdot) = x(\cdot; t_0, x_0, v(\cdot))$. В силу [2, теорема 3.3], при любых $\vartheta \in (0, +\infty)$ и $v(\cdot) \in L_2(T_\vartheta; U)$ уравнение (1) имеет единственное решение со свойством: $x(\cdot) \in W^{1,2}(T_\vartheta; H) \cap C(T_\vartheta; V)$, где $W^{1,2}(T_\vartheta; H) = \{w(\cdot) \in L_2(T_\vartheta; H) : \dot{w}(\cdot) \in L_2(T_\vartheta; H)\}$. Функцию $x(t)$, $t \in T$, назовем решением уравнения (1) на промежутке T , если $x(\cdot)$ есть решение (1) на всяком промежутке T_ϑ , $\vartheta > 0$.