

# ФОРМИРОВАНИЕ СТРОЯ И ДВИЖЕНИЕ СТРОЕМ ДЛЯ МУЛЬТИАГЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С ДИНАМИЧЕСКИМ ВЫБОРОМ СТРУКТУРЫ СТРОЯ И ПОЛОЖЕНИЯ АГЕНТА В СТРОЮ

Н.С. Морозова

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*

Россия, 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, МГУ, д. 1, стр. 52, 2-й учебный корпус

E-mail: [natalia.s.morozova@gmail.com](mailto:natalia.s.morozova@gmail.com)

**Ключевые слова:** мультиагентная система, формирование строя, движение строем, мобильные роботы, переключающаяся топология

**Аннотация:** Рассматривается одна из актуальных задач робототехники: используя только локальную информацию, получаемую от ближайших соседей, агенты, моделирующие мобильных роботов, должны сформировать определенный строй и двигаться к цели, сохраняя его. Существующие решения данной задачи основываются на задании априори относительного расположения агентов. Однако такой подход может потерпеть неудачу при выходе агентов из строя или потери связи; положение агента в строю фиксировано, а потому не всегда оптимально в динамике. Суть предлагаемого подхода заключается во введении точек строя, которые рассчитываются динамически самими агентами в зависимости от своего положения и положения ближайших соседей, а также их количества. Положение агента в строе также выбирается динамически. Предлагаемый в данной работе подход позволяет заранее задать желаемую ориентацию строя в пространстве, переключение топологии строя в случае утраты связи или установления связи с очередным агентом, полную взаимозаменяемость агентов. Работоспособность подхода проверена при помощи компьютерного моделирования.

## 1. Введение

В последнее десятилетие количество публикаций по теме мультиагентных систем неуклонно растет. Интерес научного сообщества к решению проблем управления при помощи мультиагентного подхода обусловлен простотой, эффективностью и надежностью, которых можно достигнуть, используя этот подход. Мультиагентные системы находят множество областей применения: робототехника [1], производство [2], моделирование социальных процессов [3] и природных процессов [4], сенсорные сети, интеллектуальный анализ данных (data mining) [5]. Под мультиагентной системой вообще понимается набор единиц (сущностей) программного обеспечения или физических устройств, которые помещены в некую среду, в которой они могут взаимодействовать и осуществлять информационный обмен с самой средой и между собой. При этом, агенты обладают следующими свойствами: хотя бы в некоторой степени

автономны, отдельный агент может охватить лишь часть окружающей среды, для управления агентами используется децентрализованное управление (отсутствие единого управляющего центра).

**1.0.1. Общая постановка задачи.** Приведем общую постановку задачи, которая исходит из прикладной области - робототехники. Мир  $W$  — ограниченное открытое связное подмножество двумерного вещественного пространства,  $W \subset \mathbb{R}^2$ . Голономные агенты  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , моделирующие роботов, помещены в мир и имеют в мире положение  $p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t)$ , то есть агенты являются материальными точками, двигающимися в пространстве. Радиус  $r$  определяет радиус слышимости агентов. Агенты  $i$  и  $j$  могут обмениваться информацией, если  $\|p_i - p_j\| \leq r$ . В мире имеется цель  $T^*$ , положение которой известно агентам. Правило управления агентами обычно задается как  $\dot{p}_i = u_i$ . То есть, мы имеем возможность напрямую управлять скоростью агентов.

Требуется предоставить правило управления  $u_i$ , которое позволит построить агентов в определенный строй и которое позволит сохранить этот строй при движении агентов к цели  $T^*$ . Задача формирования строя и движения строем имеет большое практическое значение. Управление строем используется для управления движением мобильных роботов и беспилотными летательными аппаратами (картографическая задача, мониторинг экологического состояния окружающей среды и т.д.).

**1.0.2. Существующие подходы и их недостатки.** В литературе есть два основных подхода к решению задач управления строем [6]. Но оба они основываются на задании строя при помощи задания относительного положения между агентами, например:  $\|p_i - p_j\| = a_{ij}$ . В этих подходах, положение агента в строю задается заранее, оно фиксировано. При перестроении агенты занимают места, согласно своим номерам и заданным расстояниям. Для решения задачи в существующих подходах обычно делаются следующие предположения: набор чисел, характеризующих связи, описывает реализуемый строй; выполняется условие на связность графа, отражающего связи между агентами, или на его жесткость. Движение в таких подходах, чаще всего достигается через управление одним из агентов — лидером, который, двигаясь сам и являясь частью строя, увлекает его в нужном направлении.

Главные проблемы текущих подходов – трудности при решении внештатных ситуаций, требующих перестроения (потеря связи с агентом, входящим в группу или приобретение связи с агентом, который, по мере движения к цели, оказался в зоне слышимости других агентов). Особенно критична потеря лидера, в случае, если движение обеспечивается наличием лидера и жесткостью структуры строя.

Также к существенным недостаткам можно отнести то, что агенты при таком подходе не всегда являются фактически взаимозаменяемыми, так как положение, предназначенное роботу в строю, фиксированное. Целесообразность занятия того или иного положения в зависимости от конкретных сложившихся обстоятельств не может быть учтена при таких подходах.

**1.0.3. Предлагаемый подход.** Основа предлагаемого подхода и его основное отличие от существующих – это способ задания строя и алгоритм для управления строем с динамическим подбором структуры строя и места агента в этом строе. Предлагается для каждой группы агентов любого возможного размера  $k$  ( $k$  варьируется от 1 до  $n$  агентов) задать структуру строя как набор точек из  $\mathbb{R}^2$ :

$\{s'(k)_j \subset W \mid j = 1, \dots, k\}$  в некоторой подвижной системе координат. Таким образом, каждому размеру группы агентов будет соответствовать определенная структура строя, которая задается изначально и одинакова для всех агентов (например, треугольник для группы из трех агентов может быть задан как  $\{(-1, 0), (0, 2), (1, 0)\}$ ). В зависимости от количества агентов в своей группе, агент выбирает структуру строя. Каждый агент рассчитывает свою версию точек строя, откладывая их от центра масс группы агентов, и ориентируя свою версию точек строя в соответствии с направлением к цели. Затем каждый агент по определенным правилам выбирает оптимальное желаемое для себя положение в строю, рассчитывая приоритеты точек строя, и движется к наиболее приоритетной точке строя. Идея приведения строя в движение заключается в том, чтобы точки строя всегда находились чуть впереди агента, заставляя его двигаться, но так, чтобы при этом, при стабильном движении, сохранялась «преemptивность» приоритета точек.

Данный подход должен обеспечить большую гибкость и легкую адаптируемость к изменению числа агентов, входящих в группу. Поскольку выбор места в строю динамичен, то при перестроении (при потере или наоборот присоединении очередного агента, а также при смене цели) агент может выбрать новое место в строю оптимальным образом, совершив меньшее передвижение.

**1.0.4. Предположения и ограничения.** В новом предлагаемом подходе используется несколько предположений и ограничений. Скорость агентов предполагается постоянной по величине (таким образом, управление идет, по сути, направлением вектора скорости). Предполагается, что агенты в любой момент времени знают текущее положение цели и обмениваются информацией мгновенно. Для простоты пренебрегаем массой агента и считаем, что правило управления влияет напрямую на скорость агента, то есть мы пренебрегаем временем, в течение которого изменяется скорость, и считаем, что агент может изменить свою скорость мгновенно. Также предполагаем, что действия агентов происходят синхронно и их внутренний таймер показывает одно и то же время. Задача рассматривается в среде без препятствий.

**1.0.5. Анализ подхода.** Для анализа предлагаемого подхода, автором работы было выполнено компьютерное моделирование. Моделирование показало, что определяющим параметром для работы мультиагентной системы являются координаты центра масс структуры строя, заданной изначально в виде координат точек строя в подвижной системе отсчета, связанной с центром масс группы агентов. Варьирование этого параметра позволяет двигать систему к цели по кратчайшему пути с сохранением строя, останавливать строй агентов сразу после того, как строй сформирован, двигать систему таким образом, что строй сохраняется, но достижение цели происходит не по кратчайшему пути, а по некоторой, например эллипсоидальной, кривой. При этом положение агента в строю (в том числе и при переключении строя) определяется динамически.

## 2. Обзор существующих подходов

**2.0.6. Сходные постановки.** В литературе встречаются разнообразные задачи для управления мультиагентной системой, которая представляется материальными точками  $p_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) на плоскости или в трехмерном пространстве. Это сбор в одной точке (задача рандеву), сбор в стаю, огибание препятствий, преследование

цели или лидера, достижение синхронного и сонаправленного движения в стае, формирование строя, движение строем, и т.д.

Само правило управления агентами отражается дифференциальным уравнением либо первого порядка:  $\dot{p}_i = u_i$ , либо второго порядка:  $\ddot{p}_i = u_i$ ,  $p_i \in \mathbb{R}^2$ . Это соответствует управлению по скорости или по ускорению.

## 2.1. Существующие подходы для формирования строя

В литературе в большинстве случаев для решения задачи управления строем используется два подхода: первый — задать заранее желаемое расстояние между парами агентов и использовать теорию жесткости графов; второй — задать желаемое положение агента относительно его соседей через вектора и воспользоваться правилами консенсуса (усреднения).

**2.1.1. Подходы, основанные на теории жесткости графов.** В данном подходе для формулировки желаемых расстояний между агентами используется теория графов [9]. Вводится взвешанный неориентированный граф  $G = (V, E, A)$ , где  $V$  — множество всех вершин графа, вершина  $V_i$  сопоставлена агенту  $i$ .  $E$  — множество ребер графа, ребро означает наличие информации о желаемом расстоянии между этими агентами.  $A$  - матрица весов ребер,  $a_{ij}$  - это вес ребра  $(V_i, V_j)$ , отражающий желаемое расстояние между агентами. Далее самый распространенный подход — это подбор  $u_i$  таким образом, чтобы со временем добиться расстояния  $a_{ij}$  для всех  $i, j$ , для которых в графе существует ребро  $(V_i, V_j)$ . Для решения задачи в рассматриваемых подходах делаются следующие предположения:

- набор чисел  $a_{ij}$  описывает реализуемый строй (существует набор точек, удовлетворяющий всем условиям)
- если в графе  $G$  существует ребро  $(V_i, V_j)$  с положительным весом, то агенты  $i$  и  $j$  способны обмениваться информацией относительно положения друг друга
- граф должен обладать свойством жесткости (конструкция, реализуемая при помощи ограничений  $a_{ij}$  недеформируемая)

Для движения строя при применении данного подхода используется управление одним лидером. За счет жесткости конструкции строй следует за лидером.

**2.1.2. Подходы основанные на поиске консенсуса (усреднение).** Изначально данный подход применялся для сбора агентов в одной точке на основании усреднения направления и величины скорости всех агентов. Добавление дополнительной постоянной компоненты в правило управления для каждого агента дает конечное расположение агентов некоторым строем:

$$\dot{p}_i(t) = u_i(t) = \sum_{j \in N_i} (p_j(t) - p_i(t)) + \begin{pmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \end{pmatrix}$$

( $N_i$  - соседи агента  $i$ , с которыми он может обмениваться информацией) [7]

Если  $x_{ij} = 0, y_{ij} = 0$ , то агенты сходятся в одной точке. Добавление ненулевого вектора ведут к формированию определенной геометрической структуры. Для решения задач в данных подходах делается предположение, что граф, отражающий возможность агентов обмениваться информацией, связан и не меняется во времени.

## 2.2. Недостатки текущих подходов

Главный недостаток текущих подходов – это то, что алгоритмы, которые могут быть разработаны на их основе, не всегда успешно и эффективно решают внештатные ситуации, которые непременно возникают на практике:

- выход из строя одного или нескольких агентов (в этом случае может нарушиться условие связности графа, характеризующего связи между агентами, что приведет к рассыпанию строя)
- потеря связи с агентом, входящим в группу или приобретение связи с агентом, который по мере движения к цели оказался в зоне слышимости других агентов.
- в случае, когда движение достигается за счет наличия лидера, его выход из строя будет означать прекращение движения и, как следствие, не достижение цели.

В каждом из этих подходов предпринимались попытки сгладить эти недостатки. Например, в работе [10] нарушение жесткости графа в случае выхода из строя одного из агентов решается добавлением дополнительных ребер-связок между оставшимися агентами. Но при этом не учитывается ограниченность зоны слышимости агента (считается, что любая связь может быть добавлена), перестроение не происходит и на месте неисправного робота в строю остается пустота. Кроме того, методы, основанные на теории жесткости графов, обычно рассматривают только задачи удержания и устойчивости строя, но не его формирования и перестроения, ориентация получаемого строя не меняется при движении и зависит от начального положения агентов. В работе [16] (автор которой придерживается подхода, основанного на задании относительного положения агентов) проблема перестроения решается при помощи закладывания разных управлений для разного количества агентов в строю. Итоговый закон управления весьма громоздкий и, кроме того, место агента в строю также остается фиксированным, то есть перестроение и первоначальное формирование строя выполняется не оптимально с точки зрения количества передвижений агентов. В существующих подходах агенты фактически не являются взаимозаменяемыми, так как место в строю зафиксировано за агентом с конкретным номером. Зачастую в подобных подходах нет управления ориентацией строя в пространстве (например, в случае алгоритмов по усреднению [16], ориентация строя постоянна и задается заранее).

Предлагаемый в данной работе подход основывается на принципиально ином представлении строя при помощи точек строя. Агенты сами рассчитывают положение точек строя и оптимальным образом выбирают то место в строю, к которому стремиться, не мешая своим соседям.

## 3. Предлагаемый подход и его анализ

**3.0.1. Принцип задания точек строя.** Основа предлагаемого подхода и его главное отличие от существующих – это способ задания строя. Для удобства описаний введем специальный граф «соседства»  $G = (V, E)$ . Граф  $G$  неориентированный,  $V$  – множество всех вершин графа, вершина  $V_i$  сопоставлена агенту  $i$ .  $E$  – множество ребер графа, ребро в графе  $G$  между вершинами  $V_i$  и  $V_j$  существует тогда и

только тогда, когда либо  $\|p_i - p_j\| \leq r$  (агенты  $i$  и  $j$  могут обмениваться информацией напрямую), либо существует путь из вершины  $V_i$  в вершину  $V_j$  (косвенная слышимость через посредников). Таким образом, имеет место предположение, что отношение слышимости между агентами транзитивно, т.е., если агент  $A_i$  слышит агента  $A_j$ , а  $A_j$  слышит  $A_k$ , то  $A_i$  может слышит  $A_k$ , что означает возможность передачи информации о своем местоположении.

С точки зрения слышимости, граф распадается на компоненты связности. Каждая компонента связности соответствует группе роботов (далее эта группа называется группой связности)  $N_p = \{A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ik}\}$ , где  $p = 1, \dots, l$ ;  $l$  — количество групп связности. Для упрощения обозначений, во всей работе далее будет рассматриваться одна максимальная по размеру группа связности  $N_i$ , в которую входит агент  $p_i$ .

Пусть в мире  $n$  агентов с начальными позициями  $p_1(0), \dots, p_n(0)$ . Начальное положение агентов может быть любым, то есть не обязательно все агенты слышат друг друга и могут обмениваться информацией.

Предлагается задать структуру строя, единую для всех агентов, как совокупность точек  $s'(k)_j | j = 1, \dots, k \subset \mathbb{R}^2$  в некоторой подвижной системе координат для групп агентов из любого возможного размера —  $k$  роботов, где  $k$  от 1 (агент не слышит никого из соседей) до  $n$  (все агенты слышат друг друга). Эта информация закладывается в агентов изначально. По сути — это желаемые конфигурации строя для групп связности любых различных размеров.

В данной работе предполагается, что для выполнения одного шага алгоритма (получение информации из окружающей среды и соседей, расчета направления для текущего шага, выполнения передвижения с постоянной скоростью в выбранном направлении) всем агентам требуется одинаковое фиксированное время  $\Delta t$ . В последствии  $\Delta t$  послужит для дискретизации задачи по времени для моделирования.

Задача агентов — за конечное время сформировать строй заданной структуры и сохранять указанную структуру строя во время движения к цели  $T^* \in W$ .

Цель считается достигнутой в момент времени  $t'$ , в случае, если:

- нашлась такая группа связности  $N_i$ , что для заранее заданного  $\varepsilon > 0$   $|\frac{\sum_{i \in N_i} p_i(t')}{k} - T^*| < \varepsilon$  (это условие достижение цели),
- существует  $0 \leq \delta \leq 1$ , такое что во время движения, начиная с определенного момента  $t < t'$ , каждый агент находится на расстоянии меньше чем  $\delta \times V_{max} \Delta t$  от одной из своих точек строя.  $V_{max}$  — величина скорости агентов, а  $\Delta t$  — временной промежуток, требуемый для выполнения агентами одного шага по передвижению (это условие сохранения строя).

Цель работы: создать такое управление и на его основе алгоритм, которые бы не только обеспечили решение задачи, но и гарантировали бы эффективность распределения точек строя между агентами и эффективное достижение точек строя агентами, а также общую надежность решения по отношению к потере любого из агентов или наоборот установления связи с новым агентом.

Для формулировки закона управления удобно ввести две системы координат. Пусть в мире введена прямоугольная система координат  $OXY$  с центром координат в точке  $O$  и осями  $OX$  и  $OY$ . Если не оговорено иное, то везде в данной работе приводятся координаты векторов именно в этой системе координат.

Рассмотрим теперь группу связности  $N_i$  из  $k$  агентов с координатами  $p_1, \dots, p_k$ . Свяжем с центром масс этих агентов отдельную подвижную прямоугольную систему

координат  $O'X'Y'$ , с центром в т.  $O'$ . Радиус вектор  $\mathbf{r}$  точки  $O'$  в системе  $OXY$  равен  $\mathbf{r} = \sum_{N_i} \mathbf{p}_i$ . Теперь необходимо задать ориентацию подвижной системы координат относительно неподвижной. Пусть система координат  $O'X'Y'$  будет ориентирована строго по направлению к цели:  $\overrightarrow{O'Y'} \parallel \overrightarrow{O'T^*}$ , где  $T^* = (T_x^*, T_y^*)$  - это цель. Угол поворота подвижной системы координат относительно неподвижной будет характеризоваться углом  $\beta = \arctan \frac{O'T_y^*}{O'T_x^*} - \frac{\pi}{2}$ . Точки строя могут менять положение в мировой системе координат, но при этом положение точек строя в относительной системе координат  $O'X'Y'$  сохраняется, пока структура строя не изменится.

**3.0.2. Управление строем.** В рамках предлагаемого подхода предлагается управление, реализуемое следующим образом:

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{p}_i = \frac{\|V_{max}\|}{\|\sum_{N_i} c_{ij}(s(k)_j^{(i)} - p_i)\|} \left( \sum_{N_i} c_{ij}(s(k)_j^{(i)} - p_i) \right) \\ s(k)_j^{(i)} = R_\beta s'_j(k) + \frac{\sum_{i \in N_i} p_i}{k} \\ p_i(0) = p_0. \end{cases}$$

В этой формуле  $N_i$  — это максимальная по размеру группа связности, в которую входит агент  $i$ ,  $\beta$  - это угол между направлением от центра масс агентов до цели и осью ординат мировой системы отсчета,  $c_{ij}$  — приоритет точки строя  $j$  для агента  $A_i$ .

$\frac{\|V_{max}\|}{\|\sum_{N_i} c_{ij}(s(k)_j^{(i)} - p_i)\|}$  - это нормировочный коэффициент, поскольку мы предполагаем, что скорость агентов постоянна по величине.

В каждый момент времени  $t$  агент знает количество агентов  $k$  в своей группе связности, а следовательно, и конфигурацию строя в виде набора точек  $\{s'(k)_j\}$  в подвижной системе координат  $O'X'Y'$ . Подчеркнута зависимость расчетов от количества агентов в группе связности:  $s'(k)$ . Так, например, для трех агентов, структура строя может быть «треугольник», а для четырех агентов - «квадрат». Агент  $i$  в каждый момент времени может рассчитать свой набор точек строя в мировой системе координат:  $\{s(k)_j^{(i)}\}$ .

$s(k)_j^{(i)} = R_\beta s'_j(k) + \frac{\sum_{i \in N_i} p_i}{k}$  — правило расчета положения  $j$ -ой точки строя для  $i$ -го агента в мировой системе координат на основании известного положения точек строя в подвижной системе, связанной с центром масс агентов из группы связности  $N_i$  и ориентированной по направлению к цели (рисунок 1).  $R_\beta$  — это обычная матрица поворота на угол  $\beta$ .

За счет того, что при расчетах  $\{s(k)_j^{(i)}\}$  используются координаты центра масс агентов, возможные небольшие ошибки по определению положения агентов будут нивелироваться.

Слагаемые  $(s(k)_j^{(i)} - p_i)$  — это вектора, определяющие направление от текущего положения агента  $i$  до точки строя  $j$  из набора точек строя  $\{s(k)_j^{(i)}\}$ , рассчитанных агентом  $i$  в текущий момент времени в мировой системе координат.  $c_{ij}$  — это весовые коэффициенты, позволяющие определить приоритетность занятия точки строя  $j$  для агента с номером  $i$ .

### 3.0.3. Подбор коэффициентов приоритета точек строя для агента.

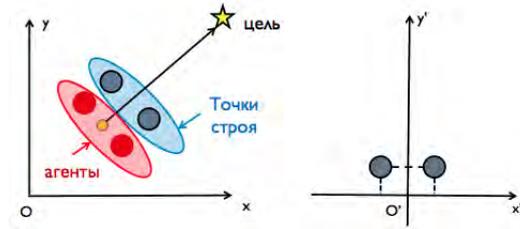


Рис. 1. Пример расчета точек строя для двух агентов

**Определение 1.** Будет говорить, что точка строя занята агентом, если он находится от нее на расстоянии не превышающем одного шага агента (шаг агента можно считать равным величине  $V_{max}\Delta t$ ).

Коэффициенты-приоритеты точек строя для агента  $c_{ij}$  ( $i$  — номер агента, а  $j$  — номер точки строя) определяют матрицу  $C \subset \mathbb{R}^{k \times k}$  :

$$c_{ij} = \begin{cases} 0, s_j^{(i)} \text{ занята агентом } A_i \text{ (в смысле определения 1)}, l \neq i \\ 0, \text{ агент } A_i \text{ ближайший для } s_l^{(i)}, l \neq j \\ 1, \text{ иначе.} \end{cases}$$

Для оптимизации расчета приоритетов точек строя алгоритм управления был улучшен некоторыми эвристиками, например, если агент является ближайшим агентом из группы связности к нескольким точкам строя, то агент должен брать в расчет только одну из этих точек и проигнорировать остальные. Таким образом, коэффициент единица получает или первая из незанятых точек к которой агент  $A_i$  является ближайшим или все незанятые точки, для которых агент  $A_i$  не является ближайшим агентом.

Очевидно, что вычисление  $C$  подобным образом зависит от порядка, в котором перебираются точки, и содержит много условных переходов.

**3.0.4. Движение строем.** В предлагаемом подходе основная идея для реализации движения строем заключается в том, чтобы с одной стороны, точки строя были «слегка» впереди агентов по направлению к цели, чтобы заставить агентов двигаться за ними. С другой стороны, они не должны быть слишком далеко от агентов, чтобы приоритетность точек строя для каждого агента обладала некоторым постоянством и чтобы структура строя соблюдалась. Иначе может наблюдаться ненужное переоскакивание агента из одного положения в строе в другое и существенное нарушение строя. Именно для достижения движения точки строя отсчитываются от центра масс агентов. Можно подобрать структуру строя  $\{s'(k)_j\}$  таким образом, что центр масс точек строя всегда будет впереди центра масс агентов относительно линии соединяющей центр масс агентов и цель. Другими словами, проекция центра масс точек строя на луч  $O'T^*$  должна оказаться дальше по этому лучу от проекции центра масс группы связности агентов. Очевидно, что это будет достигнуто, если абсцисса центра масс структуры строя будет положительной  $\frac{\sum_{j=1}^k y_{s'(k)_j}}{k} \geq \varepsilon' > 0$ . Наиболее быстрое достижение цели будет происходить, когда направление движения строя идет строго вдоль луча  $O'T^*$  (в этом случае проекция максимальна). Очевидно, что это

будет достигаться, если ордината центра масс структуры строя будет равна нулю:

$$\frac{\sum_{j=1}^k x_{s'(k)_j}}{k} = 0.$$

#### 4. Компьютерное моделирование и анализ предложенного подхода

Для создания среды моделирования была использована среда разработки программного обеспечения Eclipse и язык программирования Java. Среда моделирования позволяет варьировать различные параметры, в том числе «на лету» в ходе моделирования (например, положение цели). В среде есть средства визуализации для наглядной демонстрации движения агентов строя.

В предыдущих разделах все формулировки подразумевали непрерывное время, для компьютерного моделирования время было дискретизировано на равные промежутки, величиной  $\Delta t$  (шаг алгоритма). После дискретизации задачи, уравнения управления были переписаны в разностной форме.

Описание шага алгоритма:

Через каждый промежуток времени  $\Delta t$  агент выполняет следующие действия:

1. определяет своих соседей радиусе слышимости  $r$  и количество агентов в своей текущей группе связности -  $k$
2. рассчитывает свои точки строя  $\{s^{(i)}(k)_j\}$  в мировой системе координат в зависимости от структуры строя для  $k$  ( $\{s'(k)_j\}$ ) и в зависимости от положения центра масс агентов из группы связности и положения цели
3. расчет коэффициента-приоритета  $c_{ij}$  для каждой точки строя  $s^{(i)}(k)_j$
4. расчет направления движения и передвижение по рассчитанному направлению.

Основной результат компьютерного моделирования — это наглядное подтверждение того, что главными управляющими параметрами при предложенном принципе управления являются координаты центра масс структуры строя, задаваемого изначально через  $\{s'(k)_j\}$  для группы из  $k$  агентов. Обозначим радиус вектор центра масс системы точек  $\{s'(k)_j\}$  как  $S_{cm} = (S_x, S_y)$ . Компьютерное моделирование показало, что:

- при  $S_x = 0, 0 < S_y \leq V_{max}\Delta t$  агенты формируют заданный строй и движутся к цели, сохраняя его. Движение к цели происходит вдоль прямой, соединяющей центр масс агентов и цель.
- при  $S_x \neq 0, S_y > 0$  агенты формируют строй, движение к цели происходит с сохранением строя, но не по кратчайшему пути
- при  $S_x = 0, S_y = 0$  агенты формируют строй и на этом их движение прекращается
- при  $S_y < 0$  агенты по мере движения отдаляются от цели.

На каждом шаге алгоритма (очередной период времени  $\Delta t$ ) агенты определяют число агентов в своей группе связности и, исходя из этого, подбирают соответствующую структуру строя для расчета точек строя в мировой системе координат. При перестроении агенты занимают ближайшие точки строя оптимальным образом.

#### 4.1. Графики.

Для сбора статистики и построения графиков был выбран строй «треугольник» и последовательность из нескольких целевых точек, выстроенных таким образом, чтобы агенты последовательно проходили квадрат (повороты под прямым углом), зигзаг («резкие» повороты на тупой угол), спрямленный полукруг («плавные» повороты под острым углом).

Для исследования того, насколько точно агенты соблюдают строй, введем метрику для измерения ошибки строя  $e_f$  следующим образом:

$$e_f = \sum_{N_i} \min_j \|p_i - s^*(k)_j^{(i)}\|,$$

где  $s^*(k)_j^{(i)} = R_\beta(s'(k)_j - S_{cm}) + \frac{\sum_{i \in N_i} p_i}{k}$ .

Ошибка строя  $e_f$  - это сумма расстояний от каждого агента до ближайшей к нему точки строя с той разницей, что устранено влияние сдвига точек строя. Эта метрика отражает насколько реальное расположение агентов отличается от структуры строя, заданной точками строя, которые не сдвинуты в подвижной системе координат по осям  $O'Y'$  и  $O'X'$  (сдвиг служит для обеспечения движения агентов). Центр масс точек строя, используемых для расчета ошибки, в точности совпадает с центром масс агентов.

Фиксируем  $V_{max} = 0.05$ ,  $\Delta t = 1$ , положение целевых точек, структуру строя (треугольник определенной конфигурации) и будем варьировать параметры  $S_x, S_y$  (сдвиг этого треугольника по осям  $O'X', O'Y'$  подвижной системы координат) и наблюдать за динамикой ошибки строя  $e_f$  во времени.

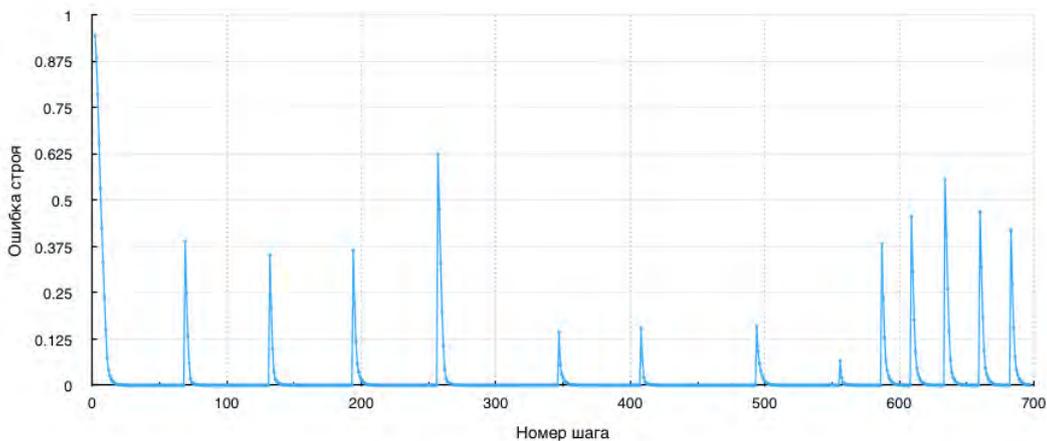


Рис. 2. График ошибки строя при значении  $S_y = V_{max} \times \Delta t = 0.05$ ,  $S_x = 0$  и конфигурации строя «треугольник» для трех агентов

Всплески ошибки (кроме начальной ошибки, когда строй еще не сформирован) соответствуют моментам смены цели и, соответственно, смены ориентации строя, что

влечет за собой перестроение (точки строя мгновенно изменяются при смене цели и агенты динамически выбирают себе место в строю). По графику с рисунка 2 ( $S_y : V_{max}\Delta t = 1 : 1$ ) видно, что при постоянной цели ошибка стремится к нулю, то есть точки строя занимают с необходимой точностью. При этом величина ошибки имеет ясную корреляцию с углом поворота строя при изменении цели: всплески ошибки оказались меньше всего при поворотах под тупым углом, так как при конфигурации «треугольник» после переключения цели каждый агент оказывается близко к точке строя, которую недавно занимал его сосед, точки строя перераспределяются между агентами и быстро занимают.

Исследование графиков ошибки строя при отношении  $S_y : V_{max}\Delta t = 10 : 1$  показало, что ошибка при таком соотношении всегда существенно превышает величину одного шага агентов, так как точки строя всегда вне досягаемости агентов из-за того, что их скорости не хватает, чтобы приблизиться к точкам строя на расстояние меньше одного шага.

Рисунок 3 ( $S_x \neq 0$ ) показывает влияние параметра  $S_x$  на величину ошибки: движение строя к цели происходит не по кратчайшему пути, а по кривой, поэтому число шагов, требуемых чтобы достичь всех целевых точек, возросло примерно в 1.5 раза. При этом, ошибка  $e_f$  стала стабилизироваться медленнее, чем при  $S_x = 0$  и  $S_y = V_{max}\Delta t$ .

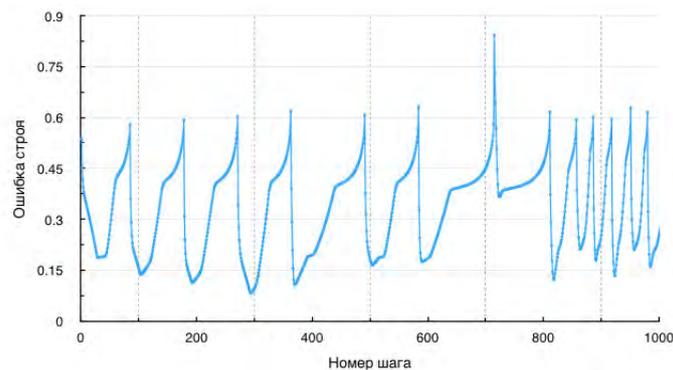


Рис. 3. График ошибки строя при значении  $S_x = S_y = 2 \times V_{max}\Delta t = 0.1$  и конфигурации строя «треугольник» для трех агентов

Графики подтверждают предположение о том, что алгоритм успешно решает поставленную задачу при следующем соотношении параметров:  $0 < \frac{S_y}{V_{max}\Delta t} \leq 1$ ,  $S_x = 0$ . При прочих значениях параметров происходит либо неприемлемое несоблюдение строя, либо движение к цели по не оптимальному пути.

## 5. Заключение

В работе поставлена и решена задача управления строем агентов. Основной результат работы — управление и алгоритм, реализующие динамический выбор агентом оптимального положения в строю и корректно обрабатывающие ситуации перестроения из-за смены цели, переключения строя из-за потери агентов или наоборот приобретения связи с очередными агентами. Динамический выбор агентом своего положения в строю возможен благодаря новому представленному в данной работе принципу задания структуры строя на основании точек строя. Предложенный в

данной работе подход позволяет не только обеспечивать перестроение, но и минимизировать движения агентов при перестроении. Все указанные преимущества стали возможны благодаря не фиксированному положению агента в структуре строя. Полученное управление проанализировано при помощи компьютерного моделирования, выявлены зависимости от задаваемых параметров изначальных данных. В работе рассматривается движение с постоянной скоростью, предполагается, что возможность передачи информации между агентами — транзитивное отношение, а также предполагается отсутствие помех, знание агентами текущего положения цели.

К наиболее вескому недостатку полученного управления и алгоритма можно отнести то, что не учитываются ограничения на канал связи, который из-за свойства транзитивности используется очень активно. Естественным усложнением задачи также является усложнение структуры среды, в которой находятся роботы. Это, например, введение препятствий, учет влияния препятствий на радиус «слышимости» агентов. Дальнейшая работа по данным направлениям могла бы развить предложенный в данной работе подход и приблизить его к практике.

## Список литературы

1. Matellan V., Borrajo D. ABC2 an Agenda Based Multi-Agent Model for Robots Control and Cooperation // *Intelligent Robotic Systems*. 2001. Vol. 32, No. 1. P. 93-114.
2. Wang H., Qiu G., Huang S. Cement industry control system based on multi-agent // *Central South University of Technology*. 2004. Vol. 11, No. 1. P. 41-44.
3. Bosse T., Hoogendoorn M., Klein C. A., et al. Modelling collective decision making in groups and crowds: Integrating social contagion and interacting emotions, beliefs and intentions // *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*. 2013. Vol. 27, No. 1. P. 52-84.
4. Tanner H.G., Jadbabaie A., Pappas G.J. Flocking in Teams of Nonholonomic Agents // *Lecture Notes in Control and Information Science. Cooperative control*. 2005. No. 309. P. 229-239.
5. Cao L., Luo C., Zhang C. Agent-Mining Interaction: An Emerging Area // *Autonomous Intelligent Systems: Multi-Agents and Data Mining*. 2007. No. 4476. P. 60-73.
6. Olfati-Saber R., Fax A., Murray R. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems // *Proceedings of the IEEE*. 2007. Vol. 95, No. 95. P. 215-233.
7. Rodrigues J., Figueira D., Neves C., et al. Leader-following graph-based distributed formation control // *Robotica*. 2009. No. 75. P. 8-14
8. Cheng T.M., Savkin A.V. Decentralised Control of Multi-robot Systems for Rectangular Aggregation // *The 18th IFAC World Congress*. 2011. Vol. 18. P. 11574-11579.
9. Eren T., P. Belhumeur, B. Anderson et al. A framework for maintaining formation based on rigidity // *Proceedings of the 15th IFAC World Congress*. 2002. Vol. 15, Part 1. P. 1306-1316.
10. T.Eren, A. Morse, P. Belhumeur. Closing ranks in vehicle formations based on rigidity // *Proceedings of the 41st IEEE Conference. Decision and Control*. 2002. Vol. 3. P. 2959-2964.
11. <http://ftp.k-team.com/khepera/documentation/Kh2UserManual.pdf>.
12. Wang J., Nian X., Wang H. Consensus and formation control of discrete-time multi-agent systems // *Central South University of Technology*. 2011. Vol. 18, No. 4. P. 1161-1168.
13. Zhengping W., Zhihong G., Xianyong W., et al. Consensus Based Formation Control and Trajectory Tracing of Multi-Agent Robot Systems // *Intelligent Robotic Systems*. 2007. Vol. 48, No. 3. P. 397-410.
14. Hengster-Movric K., Bogdan S., Draganjac I. Multi-Agent Formation Control Based on Bell-Shaped Potential Functions // *Intelligent Robotic Systems*. 2010. Vol. 58, No. 2. P. 165-189.
15. Yang J., Lu Q., Lang X. Flocking shape analysis of multi-agent systems // *Science China Technological Sciences*. 2010. Vol. 53, No. 3. P. 741-747.
16. Xue D., Yao J., Wang J.  $H_\infty$  Formation Control and Obstacle Avoidance for Hybrid Multi-Agent Systems // *Journal of Applied Mathematics*. 2013. Vol. 2013. Article ID 123072.
17. Cuiqin M., Tao L., Jifeng Z. Consensus control for leader-following multi-agent systems with measurement noises // *Journal of Systems Science Complexity*. 2010. Vol. 23, No. 1. P. 35-49.