

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Тверской государственный технический университет"**

На правах рукописи

**Башабшех Мурад**

**КОМБИНИРОВАННАЯ ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ  
ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭПИДЕМИЙ НА  
ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ КОМПАРТМЕНТНОЙ МОДЕЛИ И  
ВЕРОЯТНОСТНОГО КЛЕТОЧНОГО АВТОМАТА**

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка  
информации (технические и медицинские системы)

Диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель: д.т.н., профессор  
Масленников Борис Иванович

Тверь - 2014

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                                                                                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ, СОКРАЩЕНИЯ .....                                                                                                                                                                                          | 5  |
| ВВЕДЕНИЕ.....                                                                                                                                                                                                                       | 7  |
| ГЛАВА 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭПИДЕМИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ И<br>ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ.....                                                                                                                             | 14 |
| 1.1. Основные понятия и учение об эпидемическом процессе .....                                                                                                                                                                      | 14 |
| 1.2. Краткая характеристика проблемы распространения и контроля<br>холеры в мире.....                                                                                                                                               | 17 |
| 1.3. Обзор современного состояния математического моделирования<br>эпидемий.....                                                                                                                                                    | 22 |
| 1.4. Основные понятия теории клеточных автоматов.....                                                                                                                                                                               | 31 |
| 1.5. Классификация клеточных автоматов с развитием теории КА,<br>современные классификации КА.....                                                                                                                                  | 34 |
| 1.6. Структурная схема клеточного автомата и примеры применение<br>параллельные реализации клеточных автоматов.....                                                                                                                 | 45 |
| Выводы.....                                                                                                                                                                                                                         | 51 |
| ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ<br>ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ<br>ЭПИДЕМИЧЕСКИХ ЗАБОЛЕВАНИЙ НА ОСНОВЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО<br>КЛЕТОЧНОГО АВТОМАТА.....                                                             | 53 |
| 2.1. Анализ существующих моделей распространения холеры.....                                                                                                                                                                        | 53 |
| 2.2. Исследование и прогнозирование модели распространения<br>эпидемических заболеваний по биномиальному закону на основе<br>компаратментной имитационной модели с использованием<br>детерминированной и стохастической модели..... | 61 |
| 2.3. Разработка комбинированной имитационной модели и структурная<br>идентификация пространственного распространения холеры на основе<br>вероятностного клеточного автомата.....                                                    | 79 |
| 2.4. Параметрическая идентификация имитационной модели.....                                                                                                                                                                         | 86 |

|                                                                                                                                                                                                         |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Выводы.....                                                                                                                                                                                             | 87  |
| ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИМИТАЦИОННОЙ<br>МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ<br>ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕРОЯТНОСТНЫХ<br>КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ.....                      | 88  |
| 3.1. Имитационное моделирование пространственного распространения<br>эпидемических заболеваний с использованием вероятностных клеточных<br>автоматов на основе регулярных гексагональных решёток.....   | 88  |
| 3.2. Совмещение вероятностных клеточных автоматов и компартментных<br>моделей для прогнозной оценки распространения эпидемических<br>заболеваний.....                                                   | 99  |
| 3.3. Имитационная модель пространственного распространения холеры на<br>основе вероятностного клеточного автомата.....                                                                                  | 105 |
| 3.4. Сравнительный анализ результатов моделирования динамики<br>эпидемического процесса по холере с использованием компартментной<br>имитационной модели и разработанной комбинированной<br>модели..... | 111 |
| 3.5. Экспериментальное исследование по изучению чувствительности<br>миграции на основе клеточного автомата.....                                                                                         | 115 |
| Выводы.....                                                                                                                                                                                             | 131 |
| ГЛАВА 4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ЭПИДЕМИЧЕСКИХ<br>ЗАБОЛЕВАНИЙ .....                                                                                                                               | 133 |
| 4.1. Система поддержки принятия решений с использованием<br>графической среды компьютерного имитационного моделирования в<br>среде AnyLogic.....                                                        | 133 |
| 4.1.1. Создание нового проекта .....                                                                                                                                                                    | 134 |
| 4.1.2. Создание накопитель.....                                                                                                                                                                         | 135 |
| 4.1.3. Создание потока.....                                                                                                                                                                             | 136 |
| 4.1.4. Конфигурирование модели.....                                                                                                                                                                     | 137 |

|                                                                                                                                                                                            |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1.5. Запуск модели.....                                                                                                                                                                  | 137 |
| 4.2. Анализ и применение системно-динамической модели<br>эпидемий.....                                                                                                                     | 138 |
| 4.3. Реализация модели холеры в программной среде Anylogic.....                                                                                                                            | 143 |
| 4.4. Программное средство моделирования пространственно-временной<br>динамики эпидемических заболеваний.....                                                                               | 148 |
| Выводы.....                                                                                                                                                                                | 157 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....                                                                                                                                                                            | 158 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....                                                                                                                                                                     | 160 |
| ПРИЛОЖЕНИЯ.....                                                                                                                                                                            | 173 |
| Приложение 1. Фрагмент программного кода модели двумерного<br>клеточного автомата на основе регулярных решёток.....                                                                        | 173 |
| Приложение 2. Результаты проверки экспериментов с имитационной<br>моделью системы управления эпидемической ситуацией (грипп, холера)<br>при использовании различных численных методов..... | 185 |

## ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ, СОКРАЩЕНИЯ

В настоящей работе применяются следующие термины с соответствующими определениями и сокращениями.

**Клеточный автомат** — дискретная динамическая система, представляющая собой совокупность одинаковых клеток, одинаковым образом соединенных между собой. Все клетки образуют, так называемую, решетку клеточного автомата. Решетки могут быть разных типов, отличаясь как по размерности, так и по форме клеток.

**Клеточный автомат** — это математический объект с дискретным пространством и временем. Пространство представляет собой поле, состоящее из набора клеток, образующих некоторую периодическую решетку. Время — последовательность шагов или поколений. Состояние каждой клетки определяется как функция от состояний клеток в некоторой её окрестности на предыдущем шаге.

**Динамическая система** — математическая абстракция, предназначенная для описания и изучения систем, эволюционирующих с течением времени.

**Эпидемия** (греч. ἐπιδημία — повальная болезнь, от ἐπι — на, среди и δῆμος — народ) — широкое распространение инфекционных болезней среди людей, значительно превышающее обычно регистрируемый на данной территории уровень заболеваемости

**Эпидемический процесс** — это непрерывная цепь поочередно образующихся и взаимосвязанных инфекционных состояний (пациенты, носители), проявляющихся повторяющийся вид эпидемических источников с одним или же несколькими пациентами и носителями.

**Эпидемический процесс** — данное сложное, общественно обусловленное явление, складывается из взаимодействия трех основных элементов: источника инфекции, путей передачи и восприимчивого к данной инфекции микроорганизма.

**Инфекция** — данное взаимодействие возбудителя-паразита с организмом человека, проявляющееся болезнью либо носительством.

**Источник инфекции** — это объект, в котором в естественных условиях множатся, накапливаются и отличаются во внешнюю среду возбудители.

**Холера** - острая кишечная инфекция, вызывается холерным вибрионом (*Vibrio cholerae*) и характеризуется развитием гастроэнтерита, сопровождающегося обезвоживанием организма и нарушением электролитного кислотно-щелочного баланса, склонна к эпидемическому и пандемическому распространению, водянистой диареей с последующим присоединением рвоты, развитием дегидратации, деминерализации и ацидоза.

**холера** - это болезнь, острая антропонозная кишечная инфекция, вызываемая холерным вибрионом для которой типичен острый тяжелый обезвоживающий понос с испражнениями в виде рисового отвара.

**холера Эль-Тор** - (с. el-tor) этиологический вариант Х., вызываемый вибрионом Эль-Тор (*Vibrio cholerae* биовар eltor), обладающий всеми основными клиническими и эпидемиологическими характеристиками классической Х.

**Холерный вибрион** (лат. *Vibrio cholerae*) — грамотрицательная, факультативно-анаэробная подвижная бактерия рода *Vibrio*.

**Пандемия** (греч. πανδημία — весь народ) — эпидемия, характеризующаяся распространением инфекционного заболевания на территории всей страны, территорию сопредельных государств, а иногда и многих стран мира (например, холера, грипп).

## ВВЕДЕНИЕ

В диссертационной работе исследованы особенности распространения эпидемий, на основе задачи численного моделирования. Безусловно, эти задачи в сфере эпидемиологической обстановки в мире являются актуальными. Поскольку инфекционные заболевания являются одной из важных социальных проблем, становясь, при определенных условиях значимыми факторами влияют на численность населения. Таким образом, задачи повышения эффективности противодействия распространению эпидемий опасных инфекционных заболеваний, таких как холера, с использованием методов компьютерного имитационного моделирования являются актуальными.

Несмотря на большой прогресс в медицине и здравоохранении, во всем мире, а особенно в развивающихся странах, уровень смертности от опасных, но излечимых заболеваний остается высоким. Современные методы системного анализа и имитационного моделирования, а также разрабатываемые на их основе системы поддержки принятия решений, могут значительно повысить эффективность инициатив развитых стран по медицинской помощи развивающимся, на что прямо указывают рекомендации Всемирной организации здравоохранения.

Одними из наиболее социально значимых являются инфекционные заболевания, такие как холера. В то время как реальные процессы, происходящие при распространении инфекций, зачастую до конца не изучены, исследования имеющихся данных по динамике заболеваемости, а также методов математической биологии, позволяет строить имитационные модели распространения инфекционных заболеваний в популяциях проведения противоэпидемических мероприятий.

Разработанные к настоящему времени модели прогнозирования распространения эпидемических заболеваний и созданные на их основе системы поддержки принятия решений используют динамические

компарментные модели популяций с глобальным перемешиванием, что не позволяет моделировать пространственное распространение заболеваний. Также известны разработки, использующие графы населенных пунктов и транспортных потоков, однако они недостаточно адекватно описывают процессы распространения заболеваний передающихся через окружающую среду и посредством миграции носителей инфекции.

Эпидемией называют обширное распространение инфекционного заболевания, гораздо превышающее уровень заболеваемости, обыкновенно регистрируемый на данной территории (спорадическая заболеваемость). При подходящих критериях эпидемия имеет возможность распространяться и обхватывать новые районы. На распространении эпидемии сказываются такие факторы, как интенсивность контактов особей друг с другом, присутствие источников болезни, недостаточные профилактические меры и другие. Знание закономерностей возникновения и распространения эпидемий в популяции живых организмов помогает вовремя локализовать или предотвратить их [1,2].

Решение задач по пространственному распределению эпидемий требует для своей реализации параллельной или распределенной архитектуры. Существует ряд математических моделей параллельных и распределенных вычислений. Одной из математических моделей параллельных и распределенных вычислений являются клеточные автоматы.

К настоящему времени создано несколько математических моделей распространения эпидемий, которые созданы для применения при моделировании развития эпидемической ситуации. В связи с этим, является актуальной разработка систем поддержки принятия решений, ориентированных на решение практических задач управления противоэпидемической работой, таких как оценка стратегий распределения материальных ресурсов в системах управления эпидемической ситуацией. Из анализа литературных источников следует, что математической модели этих заболеваний были основаны на дифференциальных уравнениях.



Клеточные автоматы (КА) являются дискретными динамическими системами, поведение которых может быть полностью описано в терминах локальных зависимостей, однако при наличии достаточных вычислительных мощностей они могут быть использованы для описания процессов в непрерывных динамических системах, таких как популяция с протекающим эпидемическим заболеванием.

Клеточные автоматы применимы не только в математике и физике, а также в области биологии, информатике, и т.д. Клеточного автомата ориентированная модель эпидемии стало легче включить соответствующие мобильности и взаимодействия между вектором и хозяина. Случайность заражения особей при контактах клеточных автоматах учитывалась с помощью простейшего выбора зараженных соседей. Итоговые вероятностные характеристики распространения заболевания при этом не рассчитывались. Кроме того, оба ранее рассмотренных подхода не обеспечивали количественных критериев, позволяющих судить о степени соответствия прогноза, полученного с помощью модели, и результатов наблюдений.

Таким образом, актуальной является задача разработки модели прогнозирования распространения холеры с учетом пространственного переноса заболевания на основе методов компартментного моделирования и клеточных автоматов для построения на её основе систем поддержки принятия решений противоэпидемических служб.

**Объектом исследования** являются пространственно-распределенные эпидемические системы.

**Предметом исследования** являются методы и алгоритмы прогнозирования распространения холеры на основе компьютерного имитационного моделирования.

**Цель диссертационной работы** состоит в повышении качества управления противоэпидемической работой за счет численного моделирования и исследования особенностей распространения эпидемий с применением

комбинированной имитационной модели на основе стохастической компартментной модели и клеточного автомата.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе сформулированы и решены следующие **задачи**:

- Исследовать существующие методы моделирования эпидемических процессов на основе компартментных моделей и клеточных автоматов;
- Провести сравнительный анализ детерминированных и стохастических компартментных моделей для прогнозной оценки распространения эпидемий (на примере холеры) с целью оценки их адекватности и применимости в прикладных управляемых моделях СППР;
- Разработать комбинированную имитационную модель пространственного распространения эпидемий холеры на основе стохастической компартментной модели и вероятностного клеточного автомата;
- Исследовать динамические характеристики модели, а также сравнить результаты её применения с известными компартментными с использованием пакетов численных методов и имитационного моделирования;
- Разработать алгоритм вычислений для предложенной имитационной модели и программную реализацию управляемой моделями системы поддержки принятия решений, допускающую использование различных компартментных моделей, геометрий решеток и моделей соседства ячеек клеточного автомата;

**Методы исследования.** Методологической основой исследования является системный подход. Для решения задач, поставленных в работе, применялись методы компартментного моделирования динамики эпидемических процессов и теории клеточных автоматов. Для исследования и настройки предложенных в работе моделей использовались система управления электронными таблицами Gnumeric и пакет имитационного моделирования

AnyLogic. Разработка программного средства прогнозирования пространственно-временного распространения эпидемий основана на методе объектно-ориентированного анализа и проектирования, а его реализация выполнена на языке программирования ANSI C++11 с использованием средств разработки GNU GCC-4.7 и библиотек Qt-4.8.

**Научная новизна.** В диссертации получены следующие результаты, характеризующиеся научной новизной.

1. Структура стохастической компартментной модели распространения холеры, отличающаяся представлением потоков членов популяции между компартментами как случайной величины, распределенной по биномиальному закону, что позволяет более адекватно отражать зависимость динамики эпидемического процесса от абсолютных значений объема компартментов по сравнению с известными детерминированными моделями.
2. Комбинированная имитационная модель прогнозирования эпидемических процессов, использующая компартментную модель в качестве правила изменения состояния ячеек клеточного автомата, что позволяет более адекватно моделировать пространственно-распределенные эпидемические процессы по сравнению с известными моделями, использующими различные варианты представления перемешивания индивидов в популяциях.
3. Специальные алгоритмическое и программное средства для прогнозирования и визуализации процессов пространственно-временного распространения эпидемий, особенностью которых является использование различных вариантов геометрии регулярных решеток клеточного автомата, правил соседства ячеек и компартментных моделей переходов для состояния ячеек, что позволяет легко адаптировать его к различным внешним условиям и видам заболеваний.

**Практическая значимость и результаты внедрения работы.**

Практическая значимость работы заключается в том, что разработанная комбинированная модель распространения холеры и программное средство прогнозирования и визуализации процессов пространственно-временной

динамики эпидемических процессов позволяют на их основе создавать конкретные управляемые моделями системы поддержки принятия решений по противодействию распространению эпидемий различных заболеваний.

Экономическая и социальная значимость результатов диссертационного исследования состоит в повышении качества жизни населения в регионах с высоким риском развития эпидемий. А также в повышении эффективности противоэпидемических инициатив, предпринимаемых в этих регионах.

Результаты диссертационной работы внедрены в научно-исследовательскую практику государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Тверская государственная медицинская академия».

**Область исследования.** Содержание диссертации соответствует п. 5. «Разработка специального математического и программного обеспечения систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации», п. 12. «Визуализация, трансформация и анализ информации на основе компьютерных методов обработки информации» паспорта специальности 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (технические и медицинские системы).

**Положения, выносимые на защиту.**

1. Компартиментная модель распространения эпидемий холеры.
2. Комбинированная имитационная модель на основе совмещения стохастической компартиментной модели и вероятностного клеточного автомата для прогнозной оценки пространственного распространения эпидемий холеры.
3. Алгоритм и программное обеспечение моделирования пространственно-временной динамики эпидемических процессов, позволяющие реализовать представленную имитационную модель для получения прогнозной оценки эпидемической ситуации с целью принятия решений по противодействию распространения эпидемий.

**Степень достоверности и апробация результатов.** Достоверность и обоснованность результатов исследования подтверждается проведенными экспериментами, корректным использованием положений системного анализа и применением методов теории вероятностного клеточного автомата, а также рецензированием печатных работ.

Основные результаты работы докладывались, обсуждались и получили положительную оценку на 5 международных и межрегиональной научно-практических конференциях: «Система гарантий качества образования» (г. Тверь, 2012); «Интеграция науки и образования - производству, экономике» (г. Тверь, 2012); «Современное состояние и перспективы развития» (г. Тамбов, 2013); «Интеллектуальные системы и технологии: современное состояние и перспективы» (Тверь–Протасово, 2013г.), «Перспективы развития науки и образования» (г. Тамбов, 2014).

**Личный вклад автора.** В диссертации приведены результаты исследований, выполненные лично автором или при его непосредственном участии. В работах, опубликованных в соавторстве, автором предложена структура компартментной модели распространения холеры в популяции, выполнены имитационные эксперименты по сравнению детерминированных и стохастических вариантов компартментных эпидемиологических моделей, предложен способ представления пространственно-временного распространения эпидемических заболеваний клеточным автоматом с компартментной моделью в качестве правила изменения состояния ячеек.

**Публикация результатов работы.** Основные положения и результаты диссертационной работы опубликованы в 16 научных трудах, в том числе 4 статьях в рецензируемых научных журналах и изданиях.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 113 наименований, 2 приложений и изложена на 245 страниц машинописного текста.

# **1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭПИДЕМИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ И ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ**

## **1.1. Основные понятия и учение об эпидемическом процессе**

Инфекционные заболевания возникают при введении в организм специфичного возбудителя, который, как любой живой микроорганизм, имеет возможность сохраняться исключительно при постоянном размножении. Возбудитель присутствует только при движении и смене владельцев.

Эпидемический процесс является непрерывной цепи поочередно образующихся и взаимосвязанных инфекционных состояний (пациенты, носители), проявляющихся повторяющийся вид эпидемических источников с одним или же несколькими пациентами и носителями. Полностью данное определение применимо к антропонозам, т.е. заболеваниям, при которых резервуаром и источником инфекции является человек.

Эпидемический процесс, или же процесс распространения инфекционных болезней среди населения, данное сложное, общественно обусловленное явление, складывается из взаимодействия трех основных элементов: источника инфекции, путей передачи и восприимчивого к данной инфекции микроорганизма. Данные элементы тесно связаны между собой и обеспечивают непрерывность течения эпидемического процесса. При устранении одного из факторов распространение инфекционной болезни прекращается.

Инфекционный процесс, или инфекция, — данное взаимодействие возбудителя-паразита с организмом человека, проявляющееся болезнью либо носительством. Суть эпидемического процесса состоит в содействии возбудителя и микроорганизма, хотя не на организменном, а на популяционном уровне, проявляющемся при явных социальных и естественных условиях одиночными и/или же множественными болезнями, также бессимптомными формами инфекции. Биологическую основу эпидемического процесса

оформляет паразитарная система, т.е. взаимодействие популяции паразита и специфического владельца со средой, необходимой для их существования.

Источник инфекции — это объект, в котором в естественных условиях множатся, накапливаются и отличаются во внешнюю среду возбудители. Величайшее значение имеет среда обитания, в отсутствии которой возбудитель не имеет возможности присутствовать как биологический вид. Именуют специфичной, или главной, средой обитания. Для множества заболеваний этим объектом является организм человека либо животного. По характеру источников инфекции выделяют антропонозы и зоонозы. В последнее время выделена группа сапронозов — болезней, возбудителями которых являются свободноживущие в окружающей среде микроорганизмы. Типичными представителями сапронозов являются легионеллез, листериоз, псевдомоноз, мелиоидоз и др. Естественными условиями существования этих микроорганизмов стали теплые водоемы, населяющие их простейшие, водоросли, резервуары для воды, влага кондиционеров, почва и другие объекты внешней среды [3].

Механизм передачи инфекции считается второй важной посылкой для возникновения и поддержания непрерывности эпидемического процесса. Механизм передачи обеспечивает возбудителю смену биологического владельца и представляет собой метод его перехода из инфицированного организма в незараженный (рисунок 1.1). Учение о механизме передачи было разработано Л.В. Громашевским. Сообразно сформулированному им главному закону, паразитизм есть результат эволюционного процесса приспособления вида микроорганизмов как к условиям существования в определенных видах биологических хозяев, так и к распространению в популяциях этих хозяев. Механизм передачи есть обязательное условие существования паразита как вида в природе. Исторически произведенный вид механизма подходит локализации возбудителя в организме человека, а локализация возбудителя определяет такой выход паразита во внешнюю среду.



Рис. 1.1. Схема механизма передачи инфекции

Механизм передачи возбудителей инфекции труден и состоит из трех поочередных фаз: выделения возбудителя из организма, присутствия его во внешней среде и введения в новейший организм. Механизм передачи подходит основной локализации возбудителя в организме хозяина.

Восприимчивым организмом именно в данный момент именуют такой микроорганизм, который способен заразиться — реагировать на вторжение в него подходящего возбудителя развитием инфекционного состояния. Восприимчивость постоянно носит не облигатный (не обязательный), а потенциальный характер, другими словами не многие особи одного и такого же вида восприимчивы к инфекции в одной и той же степени. Есть наиболее и наименее устойчивые, собственно находится в зависимости от физиологического состояния организма, его генетических особенностей, а также (в первую очередь) от активности специфических и неспецифических факторов системы иммунитета данного организма.



Восприимчивость и иммунитет. Под восприимчивостью понимают способность организма отвечать на введение возбудителя инфекции вблизи специфических патологических реакций. Восприимчивость к инфекционным заболеваниям ориентируется, сначала, неодинаковой чувствительностью организма на введение патогенного возбудителя. Она зависит от состояния организма человека, его возраста, пола, от высококачественной свойства патогенного агента, его дозы и точных условий места и времени развития эпидемического процесса. На инфекционный процесс оказывают большое влияние специфический иммунитет и неспецифическая резистентность организма. Ряд заболеваний, так называемые оппортунистические инфекции, возникает в перспективе обретенных либо врожденных иммунодефицитов. В последствии перенесенных инфекций, как правило, образовывается постинфекционный иммунитет, при внедрении средств активной иммунизации (вакцины и анатоксины) формируется искусственный иммунитет [3].

## **1.2. Краткая характеристика проблемы распространения и контроля холеры в мире**

Актуальность проблемы заключается в борьбе с эпидемиями инфекционных заболеваний, которые в настоящее время всё ещё являются существенной угрозой для общества. Одной из наиболее социально-опасных инфекций с самой высокой смертностью остаётся холера, которая характеризуется фекально-оральным механизмом заражения, поражением тонкого кишечника. Распространяется, как правило, в форме эпидемий [4,5].

Холера - острая кишечная инфекция, вызывается холерным вибрионом (*Vibrio cholerae*) и характеризуется развитием гастроэнтерита, сопровождающегося обезвоживанием организма и нарушением электролитного кислотно-щелочного баланса, склонна к эпидемическому и пандемическому распространению, водянистой диареей с последующим присоединением рвоты, развитием дегидратации, деминерализации и ацидоза. По определению ВОЗ,

холера - это болезнь, острая антропонозная кишечная инфекция, вызываемая холерным вибрионом для которой типичен острый тяжелый обезвоживающий понос с испражнениями в виде рисового отвара [6].

В связи со способностью в короткие сроки поражать обширные контингенты населения холера относится к болезням, на которые распространяются Международные медико-санитарные правила как на конвенционные, особо опасные и карантинные инфекции. Выделяют два типа эпидемий холеры:

1 тип: эпидемии-вспышки с единым источником инфекции и путями распространения, характеризующиеся одномоментным появлением большого количества больных,

2 тип: вялотекущие эпидемии с перманентной заболеваемостью небольшого контингента и трудно выявляемыми путями передачи возбудителя.

Еще до нашей эры были описаны характерные признаки данного заболевания, указывались на быстрое распространение и высокую летальность. У истории холеры принято условно выделять несколько периодов [7]:

Первый период охватывает промежуток от древнейших времен до 1817 г, на протяжении которого болезнь было эндемичным для районов Юго-Восточной Азии, особенно Бенгалии, т.е. дельты Ганга и Брахмапутры, считающейся "колыбелью холеры".

Второй период исчисляется с 1817 по 1926 гг., как скоро связанным с расширением интернациональных экономических (финансовых) взаимосвязей и колониальными войнами (во-первых колониальной экспансией Великобритании в Индии и на Среднем Востоке) стало возможным пандемическое распространение холеры. В данный период (1823-1926) Россия перенесла 57 холерных лет. С 1817 года по 1926 год на земном шаре переболело холерой 4.5 млн. человек, из них 2 млн. скончались от холеры. В России тогда существенные вспышки холеры случались 8 раз. От холеры умер П.И.Чайковский.

В Западную Европу и Россию холера проникла в период польского восстания 1830-1831 гг. Ключевыми воротами для прорыва возбудителя в Европу были какие-либо регионы Ближнего Востока, Египет и порты Средиземноморья. Первым описал возбудителя болезни итальянец Пачини и самостоятельно от него врач Недзвецкий.

В чистой культуре микроб (вирус) выделен в процессе экспедиций в Египет (1883-1884) Робертом Кохом ("запятая Коха") подробно описавшем его характеристики. В экспедициях участвовали французские (Ру, Нокар, Штраусс, Тьюе) и немецкие (Кох, Гаффки, Фишер, Тресков) научные работники, работа исследователей проходила в сложной и нервной ситуации, подогреваемой кампанией франко-прусского шовинизма. В период исследований Луи Тьюе заразился и погиб. Роберт Кох возложил на могилу научного работника венок со словами: " Данное скромный венок из лавров, но им венчают героев".

В третий период (1926-1961) возбудитель локализовался в Юго-Восточной Азии (Пакистан, Индия, Бангладеш). В 1939 г на острове Сулавеси (Индонезия) и ряде других стран Юго-Восточной Азии были описаны эпидемические вспышки холеры, вызванные определенным биологическим вариантом холерного вибриона Эль-Тор, который в последующем получил глобальное распространение в процессе VII пандемии холеры. Вибрион Эль-Тор был выделен еще в 1906 году на карантинной станции Эль-Тор в Египте, супругами Готшлих из трупов мусульман-полонников, но поскольку в то время эпидемии не было, то роль вибрионов Эль-Тор осталась недоказанной.

В четвертый исторический период холеры, начавшийся, в 1961 г был обусловлен вибрионом Эль-Тор и O139. Серогруппа O139 была выделена в 1992 году на юге Индии, тогда уже болезнь расценивалась как холероподобное, т.к. было вызвано пока еще неизвестным (незнакомым) вибрионом.

В СССР холера проникла из Афганистана в 1965 году, наблюдались вспышки холеры в Каракалпакии, в Узбекистане. Россия вступила в VII пандемию холеры в 1970 году, когда заболевание вспыхнуло в Астраханской

области, Заволжье и Одессе. Тогда информация о приближающейся инфекции стала известна от моряков, санитарные службы быстро отреагировали на известие, были своевременно созданы госпитали для больных, порты и дороги закрыты на карантин [8].

В течение XIX века холера вторгалась в Россию 8 раз, всего на протяжении прошлого столетия на территории России было отмечено 33 такого года. По самым приблизительным подсчетам в XIX веке в России было зарегистрировано 4837236 случаев болезни, от которых умерло 1984049 человек. Занесенная в Европейскую Россию в 1904 г во время шестой пандемии холера почти без перерыва наблюдалась в нашей стране до 1926 г, особое распространение холера получила в 1910 г [9].

В мае 2011 года Всемирная Ассамблея Здравоохранения приняла эпидемиологическую ситуацию по холере на современном этапе седьмой пандемии как трудноразрешимую задачу для мирового здравоохранения и приняла резолюцию WHA 64.15, призывающую к использованию интегрированного глобального подхода к борьбе с данной опасной инфекцией. Присутствует потребность в переходе от реагирования на вспышки к их предупреждению.

С начала XXI века во многих странах мира существуют потенциальные и реальные риски возникновения различных по происхождению чрезвычайных обстановок в сфере социального здравоохранения, имеющих интернациональное значение, проявляющихся повторяющийся вид активных и масштабных эпидемий и вспышек холеры. С 2002 по 2011 г. в ВОЗ поступила информация о 2 062 217 больных холерой из 58 стран мира. В структуре мировой заболеваемости наибольший удельный вес за последнее десятилетие приходится на страны Африки – 70,41% (1 452 088 больных холерой) и Америки – 26,04% (536918), в Азии он составил 3,0% (61749), Австралии с Океанией – 0,54% (11198) и в Европе – 0,01% (246).

Тогда как, связанным с событиями по холере в районе Карибского бассейна, самый высокий удельный вес больных холерой в 2010 и 2011 гг. выявлен в Америке - 56,558% (179594 пациентов холерой) и 82,856% (357166), в Африке он составил 36,249% (115106) и 16,881% (72773), Азии - 4,355% (13819) и 0,199% (856), Австралии с Океанией - 2,833% (8997) и 0,056% (242), в Европе – 0,005% (15) и 0,008% (34) соответственно.

На рисунке 1.2 предоставлено прогноз холеры на 2011 год оправдался. При слежении за динамикой заболеваемости на глобальном уровне с внедрением проблематично направленной информационной базы «Холера Эль-Тор. Мир. Эпидемиологический анализ заболеваемости» установлено, что во всем мире сохранилась направленность роста заболеваемости в 2011 году относительно 2002 г. (по прямолинейной, степенной и полиномиальной линиям тренда относительно эмпирической динамики заболеваемости) со средним ежегодным темпом прироста – 11,860% .

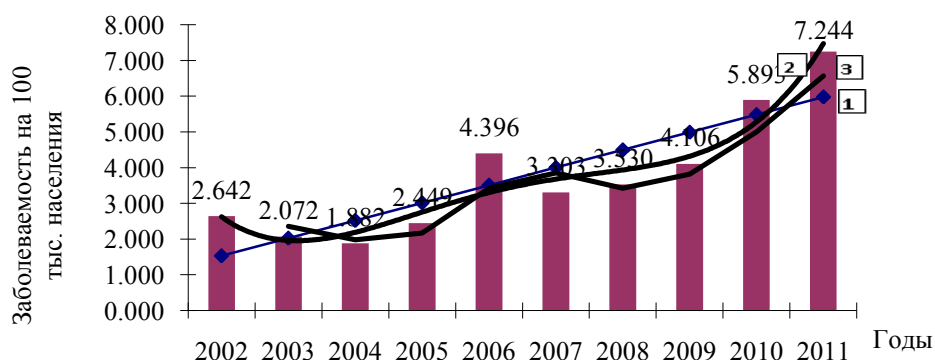


Рис. 1.2. Динамика заболеваемости холерой в мире. 2002-2011 гг.

1– тенденция прямолинейная, 2 – степенная кривая, 3 – полиномиальная кривая

Признак заболеваемости холерой в 2011 г. составил 7,244<sub>0/0000</sub>, превысив значения за предшествующие годы. Анализ динамики заболеваемости на глобальном уровне свидетельствует о факторах, оказывающих длительное действие на эпидемический процесс, и показывает взаимосвязь меж переменами значения заболеваемости и активностью причинных факторов. Основными из них, обусловившими в последние годы рост заболеваемости, явились заносы

инфекции в результате миграции населения, являющейся косвенным регулятором эпидемического процесса [9].

Исследования заключается в следующем:

- Холера является крупной проблемой общественного здравоохранения, особенно для развивающихся стран.
- Холера сильно связана с санитарией, и расследование условия минимального количества требований для его появления имеет главное значение.
- Есть естественная временная задержка прежде, чем *v.cholerae* потеряет свою способность инфекционности, которая значительно затрагивает динамику болезни.

### **1.3. Обзор современного состояния математического моделирования эпидемий**

Моделирование является общепризнанным средством познания действительности. Это процесс состоит из двух больших этапов: разработки модели и анализа разработанной модели. Моделирование является универсальным методом получения и использования знаний об окружающем мире. Моделирование всегда используется человеком в целенаправленной деятельности. В современных условиях усиливается роль и значение математического моделирования, которое с развитием средств вычислительной техники часто стали называть компьютерным. Имитационное моделирование - Это разработка и выполнение на компьютере программной системы, отражающей поведение и структуру моделируемого объекта. Это метод, позволяющий строить модели, описывающие процессы так, как они проходили бы в действительности. Такую модель можно «проиграть» во времени как для одного испытания, так и заданного их множества. При этом результаты будут определяться случайным характером процессов. По этим данным можно получить достаточно устойчивую статистику [10].

Эпидемиологическую модель больше характеризуют как математическое и/или же логическое выражение эпидемиологии передачи заболеваний и связанных с данным действий. Эти количественные модели выражают пространственно-временную динамику передачи заболеваний между животных и/либо групп животных. Значит, эпидемиологическая модель упрощает оценку эффективности потенциальных мер борьбы и позволяет найти размах, длительность и географический масштаб вспышки в зависимости от применения разных мер борьбы. Относительно борьбы с болезнями животных, то эпидемиологические модели могут быть определены как широкий набор статистических/математических моделей, которые не обязательно могут ограничиваться только описанием распространения заболевания.

По собственной сущности каждая модель – данное упрощенный вариант наиболее трудной системы. Эпидемиологические модели классифицируют в разные группы в зависимости от метода рассмотрения произвольности (или же вариативности), времени, пространства и структуры популяции. Подходы варьируют от простых детерминантных математических моделей – до сложных пространственно-стохастических симулятивных моделей. Выбор наиболее подходящего для данной ситуации вида модели находится в зависимости от анализируемой проблемы. К примеру, детерминантные модели, которые обычно возводятся на усредненных либо прогнозируемых значениях, могут быть полезны для исследования базовой динамики инфекции, хотя применение их в виде средства прогнозирования достаточно урезано, так как каждая эпизоотия по собственной сути уникальна, отчего видится нецелесообразным следовать некоему "усредненному шаблону" [11]. И все-же, как скоро есть надежные эпидемиологические данные и др высококачественные сведения, создать более сложные модели для некоторых вероятных эпизоотий осуществимо возможным. Прогресс компьютерных технологий, вровень с наиболее конкретным определением веса пространственных составляющих в распространении заболеваний, а еще возрастающий энтузиазм к точным пространственно-

ориентированным стратегиям (срочная кольцевая вакцинация либо убой животных соседних хозяйств) получают все большую значимость для эпидемиологических исследований [12]. Следует отметить и сетевое прогнозирование – данную относительно новую, но очень быстро развивающуюся область исследования распространения заболеваний через контактные сети [13].

Процесс исследования и разработки модели должен начинаться с ответа на ряд вопросов, чтобы установить область ее использования. Выбор модели находится в зависимости от того, как общеизвестна эпидемиология этой заболевания, от числа и свойства начальных этих, опыта и подготовки разработчиков модели. Разработка сложной модели – данное сочетание искусства и науки. Так, подключение дополнительных элементов, усложнив модель, не обязательно приводит к улучшению качества результатов, с другой стороны, пренебрежение факторами, явно главными для эпидемиологии этой заболевания, может стать основанием ошибочности результатов [11].

Основным фактором исследования модели считается упражнение ее испытания, которая обеспечивает функционирование модели как системы, для чего же она и создается. Испытание – данное упражнение, средством которой гарантируется, собственно логика, расчетные формулы и компьютерные коды модели адекватно воссоздают закономерную рамку, задуманную разработчиком [14].

Модели могут использоваться ретроспективно или же многообещающе. В ретроспективных моделях эпидемиологические эти обрабатываются средством математических формул, дающих количественное выражение. Перспективные модели работают для моделирования – так как для предвидения становления свежих вспышек применяется важная информация, либо для исследовательских целей – когда моделируется ряд возможных эпидемиологических сценариев в отсутствии фокусации внимания на единичном случае. Такие модели часто



применяются при разработке планов реагирования в чрезвычайных ситуациях [16].

В работе [15,17] приведён исторический обзор применения количественных методов при прогнозировании развития эпидемий. Несмотря на то, что первые математические модели распространения эпидемических заболеваний появились ещё в XVIII-XIX в., лишь к 60-70 годам XX века количественные методы анализа инфекционных заболеваний прочно вошли в инструментарий эпидемиологов. В различные периоды поочерёдно преобладали детерминированные и статистические подходы, что было вызвано неодинаковым уровнем развития соответствующего аппарата и вычислительных мощностей. В настоящее время при анализе эпидемиологической ситуации по различным заболеваниям часто с успехом используются комбинированные количественные методы с использованием универсального и специализированного ПО ЭВМ.

Одним из распространённых классов моделей используемых различными областями медицины являются компартментные модели. Неоднозначность перевода английского термина *compartment* (отделение, отсек, камера, купе) вызывает путаницу в терминологии: во многих русскоязычных источниках говорят о многокамерных моделях [18]. В то же время в области исследования эпидемий компартмент часто является определённой группой индивидов в сообществе, поэтому для определённости будем использовать понятие «группа», наряду с транслитерацией исходного слова применительно к эпидемиологическим моделям.

Суть данного метода моделирования заключается в разбиении исследуемой системы (организма, популяции, сообщества) на нескольких взаимосвязанных и взаимодействующих компартментов (Рисунок 1.3).

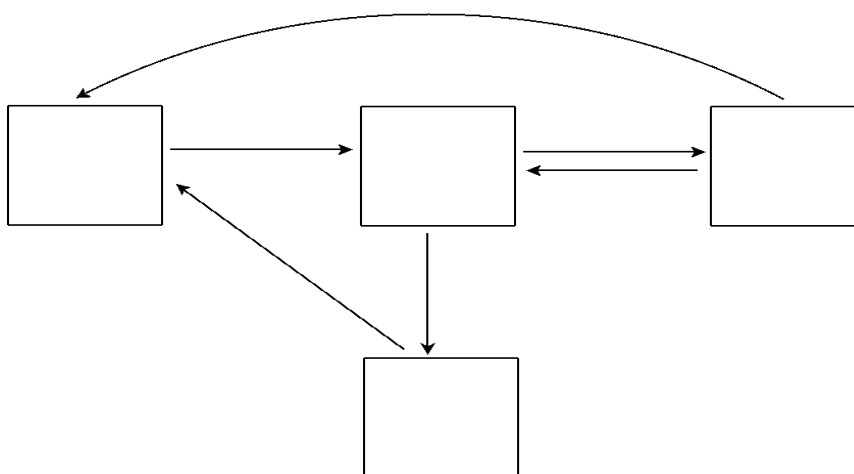


Рис. 1.3. Пример графа компартментной модели

На рисунке 1.3 прямоугольниками обозначены компартменты, выделенные в исследуемой системе, стрелками — возможные переходы содержимого компартментов между ними, изменяющие состояние системы (напр. переходы лекарственных веществ из одной системы организма в другую, переходы населения в сообществе из одной группы в другую и т.д.). Процессы между компартментами описывают некоторой математической моделью. Компартменты могут представлять реальные биологические или социальные объекты, а также могут быть просто удобной математической абстракцией. Среди количественных способов анализа и прогнозирования динамики эпидемий именно в данный момент обширное распространение возымело применение компартментных моделей. При этом общество, в каком проходит эпидемия, разделяется на нескольких групп (компартментов) на основе значений данных, важных с эпидемиологической точки зрения [18].

В одной из первых моделей были выделены 3 группы: восприимчивые к заболеванию, заражённые инфицирующие восприимчивы, выздоровевшие получившие долговременный иммунитет. Данный класс моделей обозначают аббревиатурой SIR. Иногда все компартментные эпидемиологические модели обобщённо называют SIR-моделями.

В 1927 году, W. O. Kermack and A. G. McKendrick создали модель эпидемической ситуации, соответствует, классической SIR-модели, в которой

они считаются фиксированными населения только с тремя отсеками, восприимчивы.  $S(t)$ , инфицирован,  $I(t)$ , и выздоровел,  $R(t)$  отсеков для этого модель состоит из трех классов:

- $S(t)$  количество восприимчивых особей в популяции в момент времени  $t$ , т.е, восприимчивых к болезни.
- $I(t)$  количество восприимчивых особей в популяции в момент времени  $t$ , которые были заражены болезнями и могут распространять болезнь тем, кто в восприимчивых категории.
- $R(t)$  количество восстановленных особей в популяции в момент времени  $t$ , т.е, кто в эту категорию не могут быть заражены еще раз или передать инфекцию другим.

На рисунке 1.4 представлены примеры таких моделей. На основе базовой SIR модели возможно создание уточнённых моделей, учитывающих эпидемиологические особенности различных инфекций.

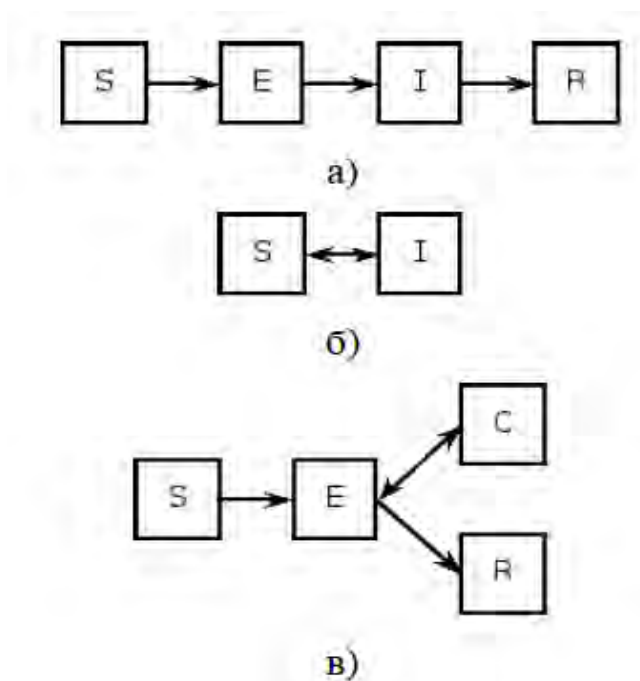


Рис. 1.4. Примеры простых компартментных моделей

Где: E — группа пассивно инфицированных, не распространяющих инфекцию (Exposed) C —инфицированные, болезнь которых перешла в пассивную/хроническую фазу (Carrier).

SEIR-модель (Рисунок 1.4а) создана для заболеваний, патогенез которых включает фазу пассивного инфицирования, когда индивид является носителем, но не является распространителем инфекции.

SIS-модель (Рисунок 1.4б) подходит для эпидемий заболеваний, не формирующих у выздоровевших устойчивого иммунитета (например инфекции, активность которых связана с общим охлаждением организма).

На (рисунок 1.4в) модель заболеваний, которые могут принять пассивный характер течения, при котором индивид не является распространителем инфекции, но может вернуться в группу распространителей [19].

Скорости переходов из одного класса в другой математически выражается в виде производных, поэтому модель формулируется с помощью дифференциальных уравнений. При создании таких моделей, следует предположить, что численность населения в купе дифференцируема по времени и что эпидемический процесс является детерминированным.

В работе [21,22] рассмотрено сравнительный анализ детерминированной и стохастической модели, которые описывают три группы населения:

- 1) Восприимчивые к заболеванию (Susceptible);
- 2) Зараженные, инфицированные, восприимчивые (Infectious);
- 3) Выздоровевшие, получившие долговременный иммунитет (Recovered).

Существуют детерминированная и стохастическая компартментальные модели распространения эпидемии в условиях реализации мероприятий по активному выявлению заболевших. На рисунке 1.5 показано SIR-Модель эпидемического заболевания (на примере гриппа) [20].

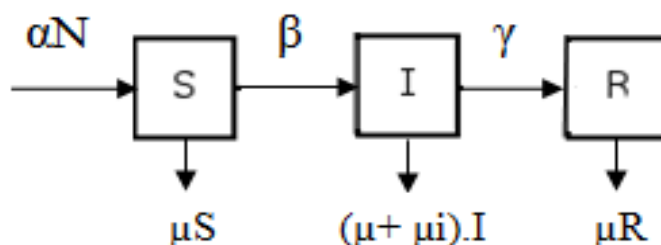


Рис. 1.5. Компартментальная модель эпидемического заболевания

На рисунке 1.5 в модели Обозначены:  $S$  - Число индивидов в компартменте восприимчивых,  $I$  - число распространителей инфекции,  $R$  - число выздоровевших,  $\alpha$  - частота появления новых восприимчивых в популяции,  $\beta$  - частота инфицирования,  $\gamma$  - частота выздоровления,  $\mu$  - частота естественной смерти,  $\mu_i$  - частота смерти от болезни,  $N$  – общая численность населения.

SIR Модель (рисунок 1.5) задается системой дифференциальных уравнений модели эпидемии (при  $\Gamma t = 1$ ):

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \alpha N - \beta IS - \mu S; \\ \frac{dI}{dt} = \beta IS - \gamma I - (\mu + \mu_i)I; \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R; \\ N = S + I + R; \end{cases} \quad (1.1)$$

При моделировании нами приняты следующие значения параметров системы (1.1):  $\alpha = 0.025$ ,  $\beta = 0.0001$ ,  $\gamma = 0.03$ ,  $\mu = 0.01$ ,  $\mu_i = 0.02$ . Начальные условия  $I(0) = 10$ ,  $R(0) = 0$  не изменяются во всех экспериментах. Рассмотрено влияние начального количества восприимчивых к инфекции особей в популяции ( $S(0)$ ) на общую картину развития заболевания:  $S(0) = 100, 1000, 4000$ . Решения найдены в интервале времени  $[0,100]$ . Сравнение моделей осуществляется для момента времени  $t = 80$ .

В таблице 1.1 приведены результаты при анализе детерминированной модели для трех различных значениях  $S(0)$ . В таблице 1.2 приведены результаты при анализе стохастической модели, рассматриваются 5 реализаций в момент времени  $t=80$  [21].

Табл.1.1. Анализ детерминированной модели

| t=0  | t=80 |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| S(0) | S    | I    | R    | N    |
| 100  | 348  | 0    | 4    | 352  |
| 1000 | 543  | 1159 | 810  | 2512 |
| 4000 | 666  | 2520 | 3854 | 7040 |

Табл.1.2. Анализ стохастической модели

| t=0  | j | t=80 |      |      |      |
|------|---|------|------|------|------|
| S(0) |   | S    | I    | R    | N    |
| 100  | 1 | 342  | 0    | 4    | 344  |
|      | 2 | 381  | 0    | 1    | 382  |
|      | 3 | 300  | 0    | 2    | 302  |
|      | 4 | 298  | 1    | 4    | 303  |
|      | 5 | 365  | 0    | 1    | 366  |
| 1000 | 1 | 517  | 1186 | 792  | 2495 |
|      | 2 | 523  | 976  | 818  | 2317 |
|      | 3 | 531  | 1377 | 803  | 2711 |
|      | 4 | 508  | 1051 | 877  | 2436 |
|      | 5 | 599  | 1109 | 849  | 2557 |
| 4000 | 1 | 619  | 2756 | 4034 | 7409 |
|      | 2 | 655  | 2669 | 4015 | 7339 |
|      | 3 | 672  | 2534 | 3799 | 7005 |
|      | 4 | 642  | 2435 | 3967 | 7044 |
|      | 5 | 630  | 2527 | 3701 | 6858 |

В таблице 1.3 приведены результаты для сравнения стохастической модели с детерминированной модели, в таблицах 1.1 и 1.2 используются средние оценки  $S'(t=80)$ ,  $I'(t=80)$ ,  $R'(t=80)$ ,  $N'(t=80)$ .

Табл.1.3. Средние оценки для стохастической модели

| t=0  | t=80 |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| S(0) | S'   | I'   | R'   | N'   |
| 100  | 337  | 0    | 2    | 339  |
| 1000 | 536  | 1140 | 828  | 2504 |
| 4000 | 644  | 2584 | 3903 | 7131 |

Таким образом, в результате этих исследований, сравнительный анализ детерминированных и стохастических моделей распространения заболеваний, установлено, что при большее число опытов, стохастической модели становится более приближительного к детерминированным моделям. Вывод об адекватности стохастической модели в следствие сближение результатов в детерминировании [22].

#### **1.4. Основные понятия теории клеточных автоматов**

Идея клеточных автоматов возникла в конце 40-х годов 20 века. Она была задумана и сформулирована Джоном фон Нейманом и Конрадом Цусе независимо друг от друга как универсальная вычислительная среда для построения, анализа и сравнения характеристик алгоритмов [23].

Клеточный автомат – это математический объект с дискретным пространством и временем. Пространство представляет собой поле, состоящее из набора клеток, образующих некоторую периодическую решетку. Время – последовательность шагов или поколений. Состояние каждой клетки определяется как функция от состояний клеток в некоторой её окрестности на предыдущем шаге. Таким образом, клеточный автомат представляет собой систему, поведение которой полностью определяется текущим состоянием поля и локальными взаимодействиями [24].

В значительной степени, кроме того, обстоит дело для грандиозного класса постоянных динамических систем, явных уравнениями в частных производных. В данном толке клеточные автоматы в информатике считаются аналогом физического понятия «поля». Уравнения гидродинамики, например, соответствуют математической модели, описывающей поведение решетчатого газа, одного из клеточных автоматов, на макроуровне. Структуры, возникающие в этих клеточных автоматах, похожи на возмущение поведения поверхности потока жидкости механическим препятствием. Примитивные одномерные клеточные автоматы могут моделировать процесс горения различного характера. Клеточные автоматы применимы не только в математике и физике, а также в биологии, информатике и т.д. С помощью клеточных автоматов успешно решались задачи моделирования течений со свободной границей [25], распространения тепловых потоков [26], роста и динамики доменов [27], роста дендритов [28], описания движения толпы [29], а также при составлении генетических алгоритмов. Одним из важных направлений исследований КА

является алгоритмическая разрешимость каких-нибудь проблем. Кроме того, рассматриваются вопросы построения исходных состояний, при которых клеточный автомат станет решать установленную задачу.

По своему поведению клеточные автоматы делятся на четыре класса:

**I класс** - автоматы, приходящие через определенное время к устойчивому однородному состоянию.

**II класс** — автоматы, которые через некоторое время после пуска генерируют стационарные или периодические во времени структуры.

**III класс** — автоматы, которые, по прошествии некоторого времени перестает наблюдаться корреляция процесса с начальными условиями.

**IV класс** - поведение таких КА сильно определяется начальными условиями и с их помощью можно генерировать весьма различные шаблоны поведения.

В частности, с помощью специфических клеточных конфигураций игры <<Жизнь>>, которая является автоматом четвертого типа, можно построить все дискретные элементы цифрового компьютера. Следует отметить еще одно применение клеточных автоматов в информатике – шифрование и сжатие данных. Клеточные автоматы применимы при реализации действенной системы определения образов. Один из вероятных путей ее существования – построение динамической системы, аттракторами которой в ее конфигурационном пространстве были бы типичные картины-образы. Исходные условия постоянно окажутся в сфере притяжения одной из картин, со временем система трансформирует изначальные параметры, приведя их к наиболее близкой структуре – аттрактору. То есть произойдет автоматическое определение вида. Кроме того, можно создавать обучающиеся системы распознавания, в них законы эволюции имеют состояние программирования. Использовать клеточные автоматы можно и при решении оптимизационных задач. Часто в различных сферах деятельности возникают задачи нахождения оптимального варианта из неограниченного числа возможных. Точного решения, как правило, не требуется, но дискретный компьютер не способен даже приблизительно дать



оптимальный результат. Таким образом, клеточные автоматы нашли и находят широкое применение во многих сферах человеческой деятельности, многие задачи которых стало возможным решить только с помощью компьютера.

Клеточные автоматы в общем случае характеризуются следующими свойствами [33,38]:

1. Изменения значений всех клеток происходят одновременно после вычисления нового состояния каждой клетки решетки.
2. Решетка однородна. Невозможно отличить никакие два места на решетке по ландшафту, в результате могут иметь место краевые эффекты, клетки стоящие на границе решетки станут, отличны от других по количеству соседей. Во избежание этого возможно использовать периодические краевые условия.
3. Взаимодействия локальны. Лишь клетки окрестности (как правило, соседние) способны повлиять на данную клетку.
4. Множество состояний клетки конечно. Данное условие необходимо, чтоб для получения нового состояния клетки требовалось конечное количество операций. Главное, что оно не мешает применять клетки для хранения чисел с плавающей точкой при решении прикладных задач.

К настоящему времени сформировано три основных направления, по которым развиваются клеточные автоматы [30,31]. Объектом исследований первого направления являются сами клеточные автоматы. Здесь рассматриваются вопросы, касающиеся того, как ведут себя автоматы разных классов; вводятся различные виды энтропий, размерностей, ляпуновские показатели, изучается устойчивость автоматов к малым возмущениям в начальных данных, проводится аналогия между конфигурациями автоматов и элементами канторова множества, автоматы сравниваются с формальными языками и т.д.

Второе направление развития клеточных автоматов связано с рассмотрением их как систем, способных обрабатывать информацию, задаваемую начальными конфигурациями. Как уже было сказано выше,

существуют клеточные автоматы, эквивалентные универсальным вычислительным машинам. Основные компоненты вычислительного устройства могут быть сконструированы в них с помощью различных\_\_ начальных конфигураций. Об одном таком клеточном автомате - игре "Жизнь" уже было рассказано. Другая модель клеточного автомата – модель бильярдных шаров [32] - явилась практической основой для создания архитектуры машин клеточных автоматов, речь о которых пойдет ниже.

Третье направление развития клеточных автоматов связано с применением последних в математическом моделировании различных физических явлений.

Таким образом, они могут использоваться, как модели, обладающие естественным параллелизмом. Одно из основных различий клеточной системы от всех иных вычислительных систем состоит в том, что во всех иных системах содержатся две принципиально различные части: архитектурная, которая фиксирована и активна (т.е. выполняет некие операции) и данные, которые переменны и пассивны (т.е. сами собой они ничего устроить не в состоянии). У клеточных автоматов и та, и другая части состоят из принципиально изоморфных, неотличимых между собой составляющих. Следовательно, вычислительная система имеет возможность оперировать собственной материальной частью, модифицировать, расширять себя и строить себе подобных [33].

### **1.5. Классификация клеточных автоматов с развитием теории КА, современные классификации КА**

На рисунке 1.6 приведена классификация клеточных автоматов. Существует много других типов клеточных автоматов: одномерные, двумерные и автоматы больших размерностей, детерминированные и стохастические (вероятностные), подвижные и неподвижные, однородные и неоднородные,

синхронные и асинхронные [23,34] т.д. Математический анализ, описание и вариант классификации представлены в фундаментальных трудах Стефана Вольфрама.

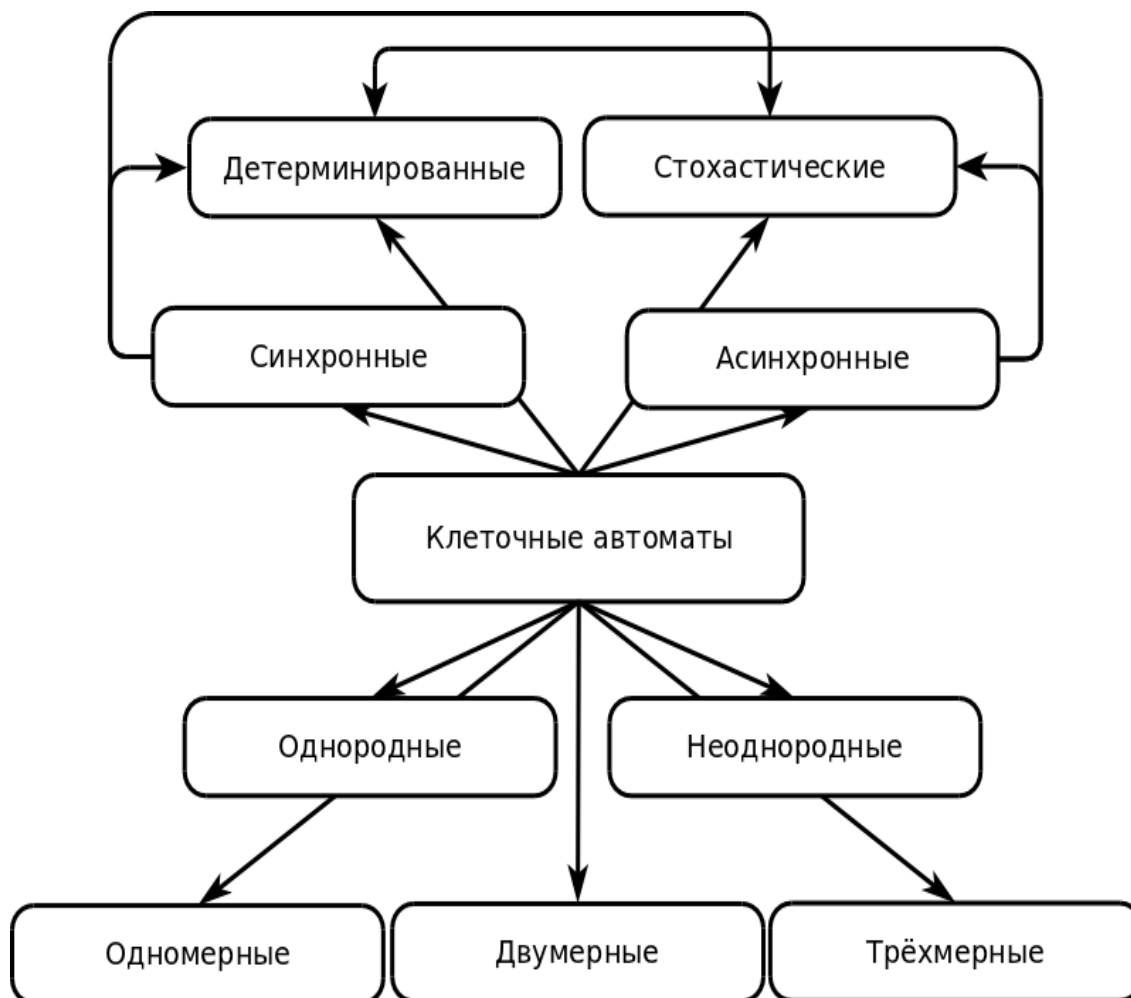


Рис. 1.6. Классификация клеточных автоматов

**Подвижные и неподвижные КА.** Подвижные КА характеризуются возможностью изменения положения клетки в решетке во время эволюции системы. В неподвижных КА положение клетки во время эволюции остается постоянным.

**Детерминированные и Вероятностные (стохастическое) КА.** В детерминированных КА новое состояние клетки однозначно определяется текущим состоянием ее соседей, отправляясь от тех же начальных условий, неизбежно получаем ту же эволюцию. В детерминированных КА состояние

ячейки в последующий момент времени однозначно определяется состоянием этой ячейки и ее ближайших соседей в предыдущий момент времени. Значения всех параметров модели определяются детерминированными величинами (т. е. каждому параметру соответствует конкретное целое, вещественное или комплексное число либо соответствующая функция). Данный способ соответствует полной определенности параметров;

В случае вероятностного правила одна и та же текущая ситуация может привести к нескольким различным результатам с заданной вероятностью каждого из них. Стохастическое - это значения всех или отдельных параметров модели определяются случайными величинами, заданными плотностями вероятности. В литературе наиболее полно исследованы случаи нормального (гауссова), равномерного и показательного распределения случайных величин. Клеточные автоматы, в каких состояния ячеек в следующий момент времени ориентируются на основе неких вероятностей, именуются вероятностными клеточными автоматами (ВКА). В классических вероятностных клеточных автоматах правила переходов имеют отвлеченный характер и не соединены однозначно с реальными процессами, происходящими в имитируемой системе. В таковых автоматах при моделировании процесса для любой ячейки датчиком случайных количеств генерируется случайное количество  $Q$  ( $0 < Q < 1$ ), которое сравнивается с вероятностью  $W$  реализации этого процесса. Если  $Q < W$ , то процесс реализуется. К таким КА относятся способ реакционного решеточного газа, способ прямого стимулирования Монте-Карло и метод вероятностного КА с использованием упражнения Монте-Карло. В ВКА взамен функции  $F$  необходимо установить набор вероятностей перемены состояния клетки, которые показывают, какой станет вероятность перехода  $i$ -го составляющего из состояния в  $n$ -й момент времени в состояние в следующий  $n+1$ -й момент времени при условии, что состояния его ближайших соседей в  $n$ -й момент времени принимали определенные значения.

**Синхронные и асинхронные КА.** В синхронных КА все клетки переходят в новое состояние одновременно по сигналу глобального таймера. При этом в качестве входных состояний используются старые состояния соседних клеток. В асинхронных КА клетки переходят в новое состояние в случайном порядке, при этом новое состояние клетки тут же может использоваться ее соседями как входное [34].

**Однородные и неоднородные КА.** Однородные структуры являются формализацией понятия бесконечных регулярных решеток (сетей) из идентичных конечных автоматов, которые информационно связаны друг с другом единым образом в том смысле, что каждый автомат решетки может непосредственно получать информацию от вполне определенного для него конечного множества соседних ему автоматов. При этом соседство понимается не в геометрическом, а в информационном смысле. Соседство единичных автоматов устанавливается постоянным для каждого единичного автомата решетки и определяется специальным вектором – индексом соседства [35]. Однородность означает, что все ячейки клеточного автомата являются неразличимыми по своим свойствам: для них используются одни и те же правила переходов и одинаковые способы выбора окрестности.

Неоднородные клеточные автоматы являются обобщением классического случая: как следует из названия, для таких автоматов свойство однородности может не выполняться. В настоящее время существует несколько различных определений понятия неоднородного клеточного автомата [36]. Мы под этим термином будем подразумевать клеточные автоматы, в которых набор ячеек рассматривается в виде неупорядоченного множества, а окрестность выбирается для каждой ячейки произвольным образом; тем не менее, правила переходов и мощность окрестности являются общими для всех ячеек.

**Непрерывные среды клеточные автоматы.** Для формального описания периодической сетки дискретных устройств (или же конечных автоматов), любое из которых функционально соединено только с 'ближайшими соседями.

Конечный автомат к тому же является объектом, реакция которого на входные сигналы находится в зависимости от его внутреннего состояния. Данное состояние к тому же очередью под действием тех же входных сигналов изменяется на одно из конечного числа возможных состояний [37]. С физической точки зрения понятие клеточного автомата непосредственно ассоциируется, прежде всего, с модельной дискретизацией непрерывного физического пространства. При этом внутреннее состояние каждого дискретного автомата может характеризовать, например, количество частиц, находящихся в соответствующем элементарном объеме. Решетка из таких автоматов может вполне описывать движение и столкновения таких частиц. Переход к таким решеткам «газовых» автоматов, в которых все частицы движутся дискретно, т. е. Перемещаются из клетки в клетку, настолько сильно упрощает математическую постановку задачи, что открывается возможность довести до конца численное моделирование поведения больших молекулярных систем даже при использовании весьма сложных микроскопических моделей взаимодействия отдельных частиц.

**Одномерные клеточные автоматы.** В одномерном (линейном) клеточном автомате решетка представляет собой цепочку клеток (одномерный массив), в какой для любой из них, кроме крайних, имеется по два соседа. Для устранения краевых эффектов решетка «заворачивается» в тор. Данное дает возможность использовать последующее соответствие для всех клеток автомата [38]:

$$y'[i] = f(y[i-1], y[i], y[i+1]),$$

где  $f$  – функция переходов клетки;

$y'[i]$  – состояние  $i$ -й клетки в следующий момент времени;

$y[i-1]$  – состояние  $(i-1)$ -й клетки в данный момент времени;

$y[i]$  – состояние  $i$ -й клетки в данный момент времени;

$y[i+1]$  – состояние  $(i+1)$ -й клетки в данный момент времени.

Рассмотрим три автомата, отличающихся функцией переходов клетки. Решетка каждого из этих автоматов представляет собой цепочку из 61 клетки, каждая из которых может находиться в одном из двух состояний.

**Двумерные клеточные автоматы.** В двумерном (плоскостном) клеточном автомате решетка реализуется двумерным массивом. В ней любая клетка имеет восемь соседей. Для устранения краевых эффектов решетка аналогично, как и в предыдущем случае, «заворачивается» в тор. Данное дает возможность использовать последующее соответствие для всех клеток автомата [38]:

$$y'[i][j] = f(y[i][j], y[i-1][j], y[i-1][j+1], y[i][j+1], \\ y[i+1][j+1], y[i+1][j], y[i+1][j-1], y[i][j-1], y[i-1][j-1]),$$

Посреди всего большого количества прибавлений теории клеточных автоматов, возможно, выделить задачи преобразования информации, к которым, так же, можно отнести шифрование, кодирование и сжатие данных. Данный класс задач необходимо рассматривать отдельно, т.к. здесь в отличие от моделирования различного рода процессов, явлений и объектов значение (физический или иной другой) преобразуемых данных не имеет значения.

**Трехмерную диффузию клеточных автоматов.** Часто приходится сталкиваться с необходимостью решения подобных задач в трехмерном случае. Для этого нами был построен аналогичный трехмерный клеточный автомат.

Его клетки представляют собой кубы, и подвергаются разбиению на блоки 2x2x2 двумя способами, как и в двумерном случае. Теперь случайным образом выбирается не только направление поворота блока на  $2/\pi$ , но и одна из трех возможных осей поворота. Остальные правила модели остаются неизменными.

Конечно, решение трехмерных задач при помощи данного клеточного автомата связано гораздо с большим объемом операций и требует значительно более мощной вычислительной техники, чем двумерный случай, но при использовании специализированных машин клеточных автоматов скорость вычислений в обоих случаях многократно увеличивается. Кроме того, стоит

указать, что этот клеточный автомат может быть применен для решения любых других задач, связанных с дифференциальными уравнениями параболического типа, например, некоторых термодинамических. В этом случае, в дополнение к изложенным правилам клеточного автомата можно задать появление частиц в определенных областях с некоторой вероятностью, что позволит моделировать источники (или стоки) тепла [23].

**Развитие теории КА.** Из-за большого количества разновидностей КА достаточно полная их систематизация является нетривиальной задачей. В данной работе авторами предложен вариант наиболее общей классификации КА, который учитывает основные свойства входных параметров КА [39].

Основными компонентами КА являются: дискретное пространство, дискретное время, локальные зависимости, правила (рецепты). Историю развития теории КА можно описать схемой, которая не претендует на научную новизну, однако наиболее наглядно и емко отражает основные тенденции в развитии КА.

Теория клеточных автоматов должна собственным появлением двум научным работникам: Джону фон Нейману и Конраду Цузе. Хотя, как заметно на рисунке 1.7, работа занимательнейшая работа Конрада Цузе «Вычислительное пространство» (главная мысль содержится в том, собственно Вселенная является огромным функционирующим КА («cellular automation» (CA)); особенный интерес Цузе вызывало использование данных систем к задачам численного моделирования в механике и задачам физики [40]), не получила настолько широкого признания научных кругов, как работа Джона фон Неймана и Станислава Улама в сфере самовоспроизводящихся структур. Результатом долголетних трудов научных работников стала книжка Артура Беркса (1957 г.) «Клеточные автоматы» и созданная модель самовоспроизведения на 300 000 ячеек, любая ячейка которого включала 29 состояний [41]. Именно это направление теории КА стало развиваться, а работа Цузе, к сожалению, практически позабыта.



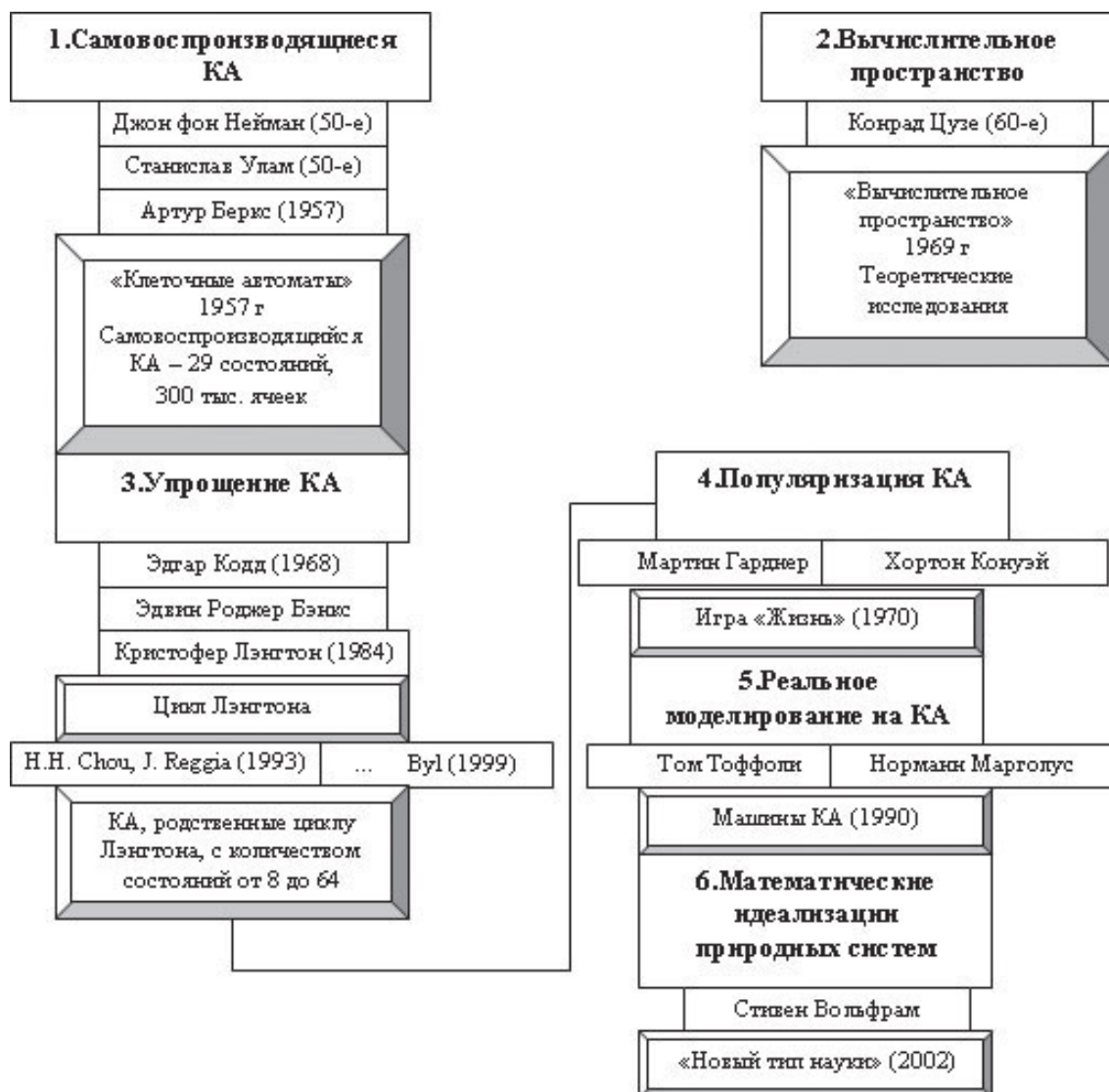


Рис. 1.7. Развитие теории клеточных автоматов

Следующей направленностью становления клеточного автомата стало рвание исследователей облегчить трудный КА фон Неймана. Здесь обширно знамениты работы Эдгара Кодда (1968), Эдвина Роджера Бэнкса, Кристофера Лэнгтона (1984), Н.Н. Chou, J. Reggia (1993), Bui (1999) и др. исследователей, итогами, работы которых стало появления многих КА с численностью состояний от 8 до 64. Важный вклад в становление КА внесли научные работники: Мартин Гарднер и Джон Хортон Конуэй. Знаменитейшая их работа игра «Жизнь» (1970) стала широко, в том числе и за пределами научных кругов [42].

С самого первого момента появления теории клеточных автоматов интерес к данной задаче вырастает. Об этом свидетельствуют исследования, которые ведутся по всему миру учеными различных отраслей науки: в химии, физике, математике, биологии, экологии, социологии, криптографии, философии, компьютерной инженерии и нейронных сетях [42, 43-45].

Главная мысль содержится в использовании концепций расширенного кодо-логического базиса [46] к моделированию клеточных автоматов.

**Современные классификации КА.** Из современных классификаций клеточных автоматов наиболее известна классификация Вольфрама, базирующаяся на анализе вероятной трудности поведения клеточных автоматов. Положительным фактором классификации Вольфрама считается осмысленность получаемых групп, которые определяют возможности по распространению и обработке информации КА. И у данного подхода есть и негативные факторы – сложность определения класса для большинства КА.

Кроме вероятной трудности поведения клеточных автоматов есть и другие признаки, по которым возможно систематизировать КА. Предлагаемая ниже классификация базируется на принципе варьирования таких характеристик КА, как состояние элементов, геометрия КА, вид соседства, локальные правила, методы организации автомата по времени.

Некоторые типы КА получаются путем совмещения разных вариантных характеристик. Приведенная схема классификации сложна для восприятия, однако более много и точно отражает связи всевозможных характеристик КА и их воздействие на работу КА.

По пространственным характеристикам КА разделяются на одномерные и многомерные в зависимости от количества пространственных координат сетки автомата. Одномерным является класс элементарных КА, более много выученный и описанный Стивеном Вольфрамом. Элементарный КА – одномерный массив, состоящий из конечных автоматов, каждый из которых имеет возможность находиться в двух состояниях: 0 или 1, – и изменять свое

состояние в дискретный момент времени в зависимости от своего состояния и состояния двух ближайших соседей (слева и справа). Все клетки обновляют состояния одновременно.

На практике из многомерных КА применяются двумерные и реже трехмерные. Из геометрических характеристик очень условно выделены окрестность и изометрия. Окрестность, которая состоит из клеток, имеющих общую вершину с данной, называется окрестностью Мура. Окрестность, которая состоит из клеток, имеющих совокупную сторону с данной, называется окрестностью фон Неймана.

Окрестность и изометрия взаимосвязаны и находятся в зависимости также от временных характеристик. В зависимости от того изменяется ли геометрия автомата во времени, КА делятся на динамические и статические.

Изометрической характеристике присуще большое многообразие разных вариантов. На рисунке 1.8 для образца только небольшое численность видов изометрий (статические: квадратная, треугольная, гексагональная; динамические: Вольфрама, «Кирпичная стена», «Триумфатор», «Q-Bert», Марголуца).

По временным характеристикам КА разделяются на синхронные, асинхронные, статические и динамические (о заключительных двух было сказано выше). В синхронных КА переход в новое состояние для всех клеток осуществляется одновременно по сигналу глобального таймера. В асинхронных КА клетки переходят в новое состояние в случайном порядке.

По способу формирования законов-рецептов КА данной классификацией выделяются детерминированные (последующее состояние ячейки однозначно определяется состоянием этой ячейки и ее близких соседей в предыдущий момент времени), вероятностные (состояния ячеек в дальнейший момент времени определяются на основе некоторых вероятностей), обобщающие (правила зависят находятся в зависимости лишь от совокупного количества значений соседних ячеек).

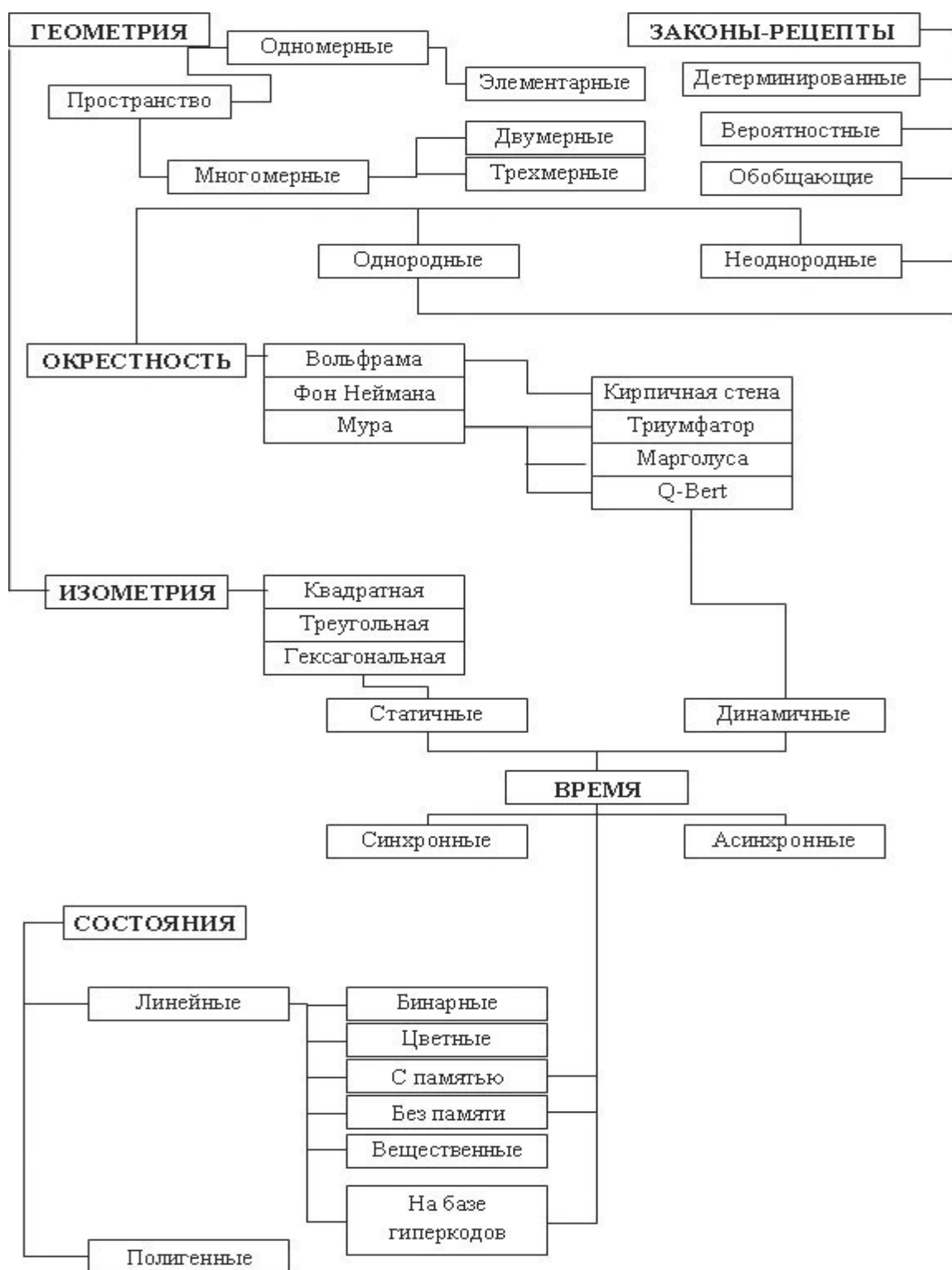


Рис. 1.8. Классификация клеточных автоматов

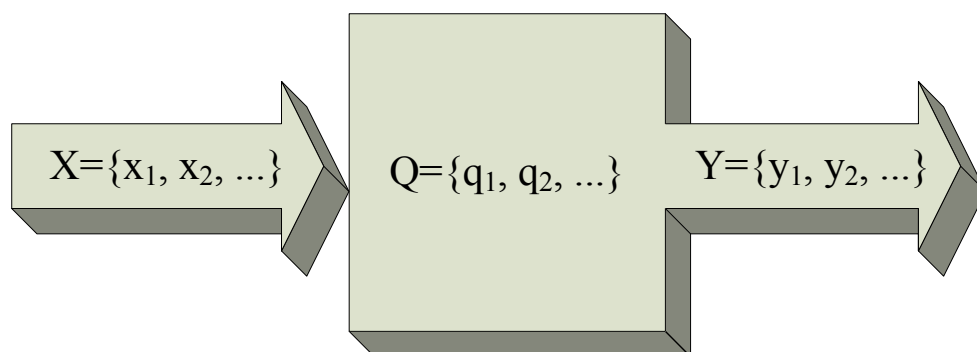
По признаку однородности КА разделяются на однородные и неоднородные. В однородных КА локальные функции переходов и индексы соседства одинаковы для любой клетки. В неоднородных КА клетки могут

иметь различные функции перехода или разные индексы соседства. Следовательно, в формировании данного признака участвуют два параметра: принцип формирования законов-рецептов и способ организации окрестности.

По типу состояний КА разделяются на полигенные, составляющие которого содержат разное большое количество возможных состояний  $E_n$  в различные моменты времени. На практике используются ячейки с эквивалентными состояниями в каждый момент времени – линейный КА. К линейным КА относятся бинарные (ячейке присущи состояния 0, 1), цветные (от двух до 224 состояний), вещественные (состояние ячеек описывается набором вещественных переменных), КА с памятью (добавляются свойства памяти к ячейке  $x_i$  из ее собственной истории), КА без памяти (традиционные КА), КА на базе гиперлогики [47].

### 1.6. Структурная схема клеточного автомата и примеры применение параллельные реализации КА

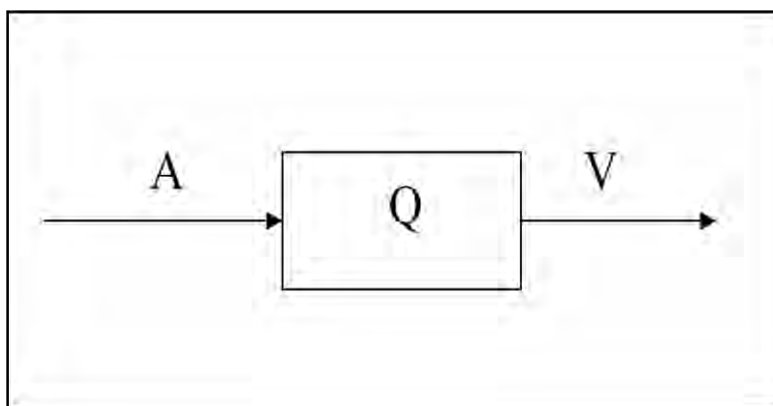
Клеточный автомат - это дискретное устройство, имеющее конечное множество внутренних состояний  $Q=\{q_1, q_2, \dots\}$ , и преобразующий входные сигналы (символы)  $X=\{x_1, x_2, \dots\}$  в выходные сигналы (символы)  $Y=\{y_1, y_2, \dots\}$  согласно с явными правилами, задаваемыми функцией перехода и функцией выходов.



Автоматы, исполняющие дискретное преобразование информации, для которых установлены большого количества  $X$  входных сигналов,  $Q$  внутренних

состояний и  $V$  выходных сигналов. Также две функции: функция переходов  $\delta$  и функция выходов  $\alpha$ .

Функция переходов определяет, в какое состояние  $q'$  (из множества возможных состояний  $Q$ ) перейдет автомат, если он находится, в состоянии  $q$  и на вход поступил сигнал  $a \rightarrow \delta(q,a) = q'$ , а функция выходов указывает, какой при этом образуется выходной сигнал  $v$  (из множества выходных сигналов  $V$ ):  $\alpha(q,a) = v$ . Множество сигналов и состояний дискретны, и, кроме того, дискретно множество моментов, в которые поступают входные сигналы, выдаются выходные сигналы и меняются состояния. В этом случае число возможных значений аргументов функций переходов и выходов также конечно, и эти функции можно задавать таблично. Подобные автоматы называются конечными автоматами.



$$a \rightarrow \delta(g, a) = g'$$

$$\alpha(g, a) = v$$

Клеточный автомат можно представить, как регулярную решетку (или "таблицу") ячеек ("клеток"), каждая из которых может находиться в конечном числе возможных состояний, например 0 или 1. Состояние системы полностью определяется значениями переменных в каждой клетке. Важными особенностями клеточных автоматов являются следующие правила:

- Состояние каждой ячейки обновляется в результате выполнения последовательности дискретных постоянных шагов во времени (или тактов).
- Переменные в каждой ячейке изменяются одновременно ("синхронно"), исходя из значений переменных на предыдущем шаге.

- Правило определения нового состояния ячейки зависит только от локальных значений ячеек из некоторой окрестности данной ячейки [48].

Клеточные автоматы (КА) на сегодняшний день являются одним из перспективных направлений исследований в компьютерных науках. КА используются для моделирования систем, для которых существенным является пространственное взаимодействие между элементами системы. Широко используются для изучения общих феноменологических аспектов окружающего мира, включая коммуникации, вычисления, конструирование, рост, репродукцию, конкуренцию и эволюцию, также с помощью КА возможно моделирование не только феноменологических аспектов, но и самих законов физики, биологии и других наук [23,35].

Клеточные автоматы динамических систем, которые являются дискретными в пространстве и времени. КА характеризуются локальным взаимодействием. Фон Нейман [33], который ввел понятие в конце сороковых годов, чтобы обеспечить реалистичную модель поведения сложных систем. Они использовали дискретных моделей для изучения теории вычислимости, математики и биологических систем [49-50].

КА является сильно связным автоматом и имеет отличительную последовательность. Предлагается структурная схема КА (рисунок 1.9). Для одномерных КА рассматривается достаточно простая структура, которая состоит из  $M$  – элементов памяти и комбинационной схемы – КС, реализующей функцию.

$$z_i(t+1) = f_i(z_{i-1}(t), z_i(t), z_{i+1}(t)),$$

Где  $Z$ – Состояние клетки в определенный момент времени.  $Z_{i-1}(t)$  и  $Z_{i+1}(t)$  – текущие состояния соседних клеточных автоматов, расположенных слева и справа от ячейки  $Z_i$  соответственно

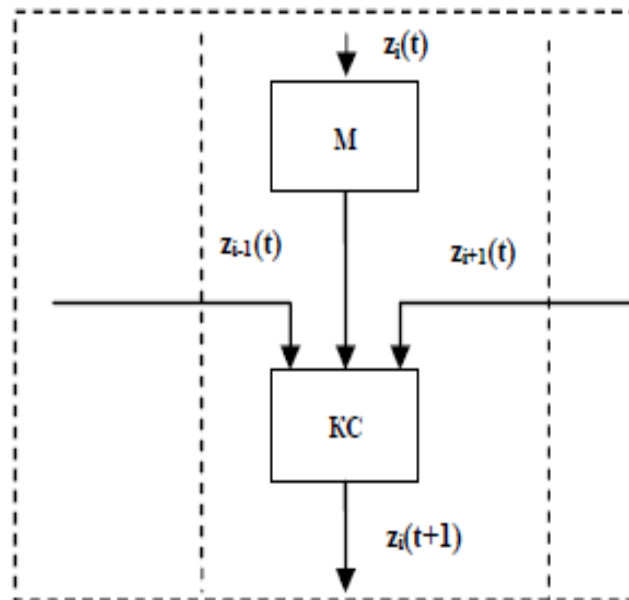


Рис. 1.9. Структурная схема клеточного автомата

Простейший тип клеточного автомата является бинарным, ближайших соседей, одномерные автоматы. Такие автоматы называются элементарными клеточных автоматов.

Тип сети используемой для вычисления состояния клетки которое считается одним из важных свойств клеточных автоматов. Простейшим сетки одномерной линии. Сетку можно в любом конечном числе измерений [45]. Клеточного автомата состоит из бесконечного или конечного, регулярные сетки ячеек, каждая в одном из конечного числа состояний. Состояние клетки в момент времени  $T$  зависит от состояния его окрестности клетки в момент времени  $T - 1$ . Каждая клетка имеет набор правил для обновления своего состояния на основе значений в этой окрестности.

Сети клеточных автоматов (СКА) являются дискретными динамическими системами, поведение которых полностью определяется правилами переходов состояний КА в зависимости от состояний его близких соседей. В значительной степени те же отношения справедливы для большого класса непрерывных динамических систем, определенных уравнениями в частных производных. Общность и гибкость клеточно-автоматного подхода к моделированию и синтезу сложных динамических систем достигаются параллельным



взаимодействием большого числа переменных (одна на клетку) при ограничении их локальными связями и единообразными правилами эволюции. СКА можно определить как упорядоченный массив однородных клеток в  $n$ -мерном пространстве. В котором каждая ячейка или клетка имеет ограниченное множество состояний (от 2 до 32), а переход из одного состояния в другое определяется набором правил или функцией переходов клеточного автомата, в соответствии с которой любая клетка сети вычисляет свое новое состояние на каждом такте функционирования сети [50,51].

Клеточные автоматы предоставляют полезные модели для множества исследований в естественных науках. Они образуют совокупную парадигму параллельных вычислений, подобно тому, как это делают машины Тьюринга для последовательных вычислений [52].

Общие правила построения клеточных автоматов можно сформулировать следующим образом [53]:

1. Состояние клеток дискретно.
2. Соседями являются ограниченное число клеток, часто это ближайшие клетки.
3. Правила, задающие динамику развития клеточного автомата, обычно имеют простую функциональную форму и зависят от решаемой проблемы.
4. Клеточный автомат является тактируемой системой, т.е. смена состояний клеток происходит одновременно.

Хорошим примером для ознакомления с принципами работы клеточного автомата является игра Конвея "Жизнь".

Вселенная этой игры – размеченная на клетки поверхность. Клетки могут быть живыми и мертвыми (два состояния). Дана начальная колония клеток. Она развивается по приведенным ниже правилам:

- Мертвая клетка оживает, если рядом расположены три живых соседа.
- Если у живой клетки два или три живых соседа, то она продолжает жить.

- Если у живой клетки меньше двух или больше трех соседей, то она умирает.

Клеточные автоматы предоставляют большую свободу в выборе структуры и правил развития системы. Это позволяет моделировать на их основе или решать при их помощи самые многообразные задачи – моделирование химических и физических процессов, исследование биологических процессов и др.

Следовательно, клеточные автоматы являются инструментом для решения реальных и настоящих задач, в том числе моделирование роста кристаллов, химических реакций либо поведения идеального газа. Клеточные автоматы от других средств моделирования различает то, собственно посредством простых правил возможно моделировать сложные феномены. Например, колебательная химическая реакция Белоусова-Жаботинского, описываемая сложной системой химических уравнений, легко моделируется клеточным автоматом [54].

Игра Дж. Конвея «Жизнь». Игра «Жизнь» была предложена в 1970 г. Дж. Конвеем в качестве математического развлечения. В настоящее время достаточно велик интерес математиков к этой игре: доказано, что она является клеточным автоматом класса 4. Рассматривается двумерная система клеток на плоскости. Шаблон, учитывающий количество ближайших клеток  $N$  (соседей), имеющих с данной общие грани или вершины (окрестность). Случай, когда  $N = 4$  называется окрестностью Неймана, а случай  $N = 8$  — окрестностью Мура (Рисунок 1.10).

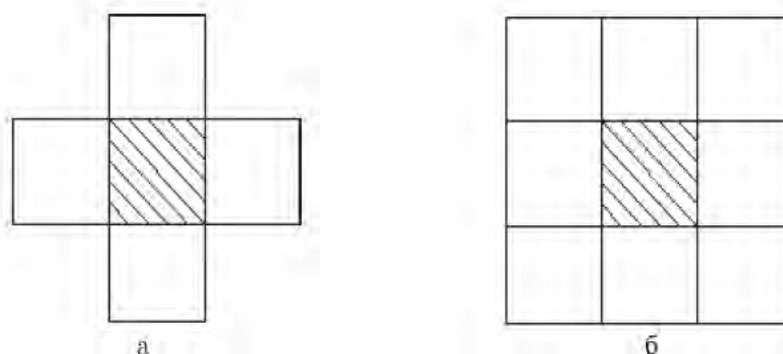


Рис. 1.10. Окрестности Неймана и Мура

Правила перехода для каждого элемента крайне просты: элемент  $a_{ij}$  может находиться в состоянии покоя (0) или активности (1), т.е. плоская поверхность разбита на клетки, ведущие себя как автоматы, способные находиться в двух состояниях: "живой" и "мертвый". Клетка оживает при наличии 3 живых соседей. Если живых соседей 4 и больше, она умирает от перенаселенности. Если живых соседей меньше 2, она умирает от одиночества.

Именно поэтому «клеточные автоматы» типа игры «Жизнь» находят применение в экологических и биологических задачах [55].

### **Выводы**

Краткая историческая справка и обзор современного состояния проблемы распространения холеры в России и во всем мире свидетельствует, что эпидемии данной болезни считаются трудными процессами, обусловленными наибольшим количеством факторов различной природы.

Передача холеры тесно связана с ненадлежащим применением окружающей среды. К обычным районам повышенного риска относятся примыкающие к городским районам трущобы, где отсутствует главная инфраструктура, а также лагеря для внутренне перемещенных лиц и беженцев, где не удовлетворяются малые потребности в незапятнанной воде и средствах санитарии. Основные факты:

- Холера – данное острое диарейное заболевание, которое при недоступности излечения имеет возможность через несколько часов закончиться критичным финалом.
- По оценкам, каждый год случается 3-5 миллионов случаев болезни холерой и 100 000-120 000 случаев смерти от холеры.
- До 80% случаев болезни возможно с успехом врачевать оральными регидратационными солями.
- Действенные меры по борьбе с холерой полагаются на профилактику, обеспечение готовности и ответные воздействия.

- Обеспечение безопасной воды и средств санитарии имеет главное значение для сокращения действия холеры и прочих заболеваний, передающихся через воду.

- Оральные вакцины против холеры следует осматривать как вспомогательные меры борьбы с холерой, которые не должны заменять классические меры борьбы.

Лечения и профилактики данного заболевания в основном патогенетические. Регидратационная терапия приравнивается к реанимационным мероприятиям и проводится в объеме, соответствующем потере воды и солей.

Краткий обзор современного состояния математического моделирования эпидемий и сравнительный анализ литературных данных по применению метода клеточного автомата (КА), подробную классификацию современных клеточных автоматов в моделировании сложных систем для исследования и определения эпидемий.

В работе рассмотрены базовые концепции, положенные в основу теории КА по основным параметрам, позволяющая более полно систематизировать весь сложный и многогранный мир КА, которая на сегодняшний день не только продолжает развиваться, но, и находит новые практические применения в различных областях науки.

## 2. РАЗРАБОТКА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ХОЛЕРЫ НА ОСНОВЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО КЛЕТОЧНОГО АВТОМАТА

### 2.1. Анализ существующих моделей распространения холеры

В работе [56-58] описана системно-динамическая модель, модель имеет в своем составе рождение, смерть (кроме холеры вызванных смертных случаев). На рисунке 2.1 представлена блок-схема базовой модели [56].

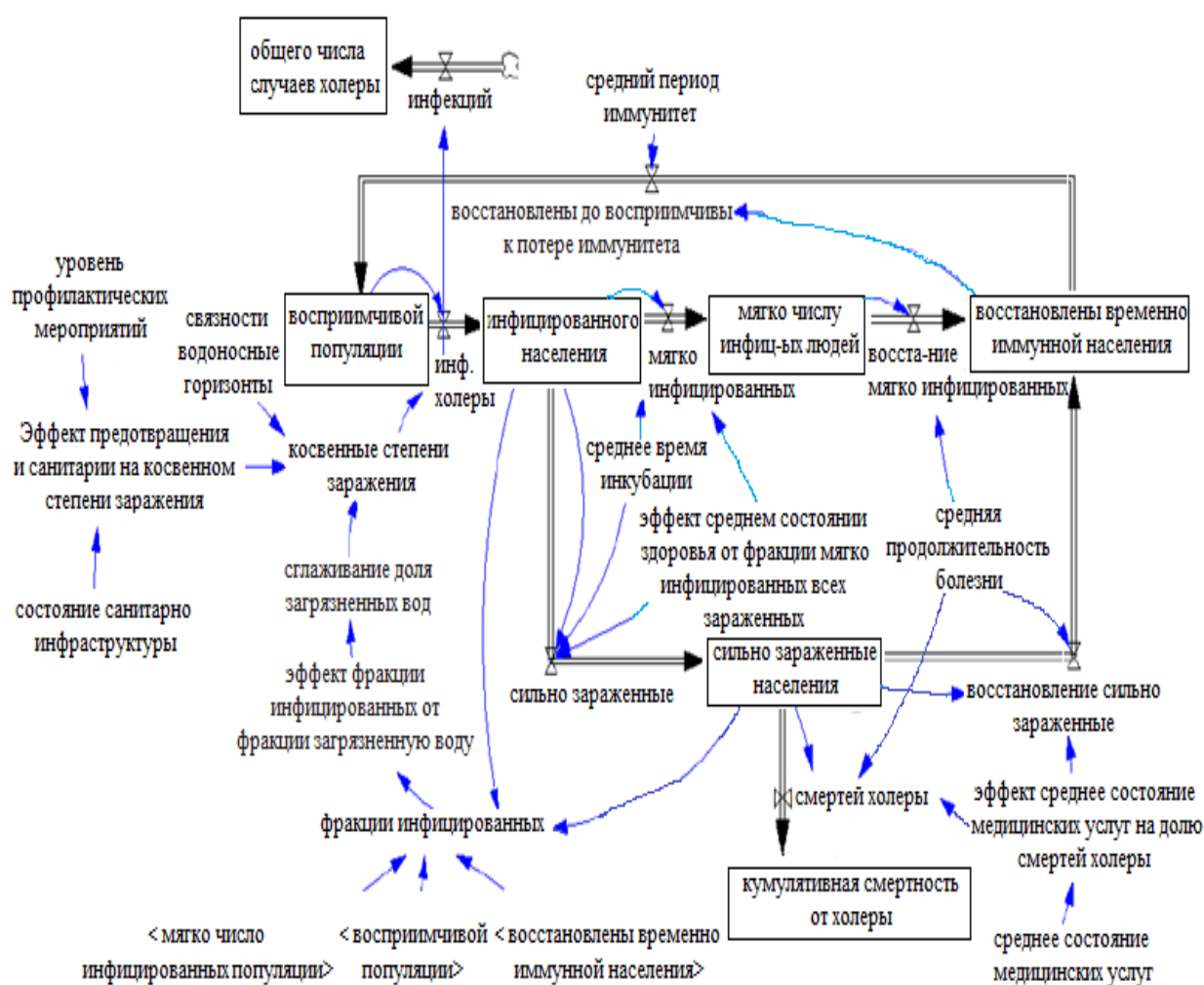


Рис. 2.1. Блок-схема имитационной модели холера

Когда люди из восприимчивой популяции заразились (холера инфекции), они переходят не так давно к инфицированным населениям. Количество случаев болезни, холера является продуктом восприимчивого (чувствительного)

населения и косвенного инфекции. Как нежно количеству зараженных жителей, в случае если они показывают легкими или умеренными признаками, или если они инфицированы, но не показывают никаких признаков вообще (все бессимптомных случаев) [57].

На рисунке 2.2 показано агрегированная схема обратной связи имитационной модели. Петлевой диаграммы имитационной модели как в краткосрочной, и в долгосрочной перспективе поведение может быть выведен из него.



Рис. 2.2. Совокупные диаграммы причинно петлю модель холера

Задержка между восстановленным временно иммунной населения и восприимчивой популяции представлены пунктирными звено в  $\oplus$  восприимчивы. Восстановился иммунной петли значительно больше (в среднем от 6 до 10 лет), чем вторая самая длинная задержка (в среднем 14 дней). Помимо всего этого, гораздо дольше, чем короткий временной горизонт перспективе. Таким образом, это увеличивает объем восприимчивой (чувствительной)

популяции (уменьшение объема восстановленного временно иммунной населения), но это не влияет на короткий срок динамика. Тем не менее, в долгосрочной перспективе, эта связь становится чрезвычайно важным, и в действительности способствует развитию долгосрочного поведения.

Если  $\oplus$  косвенные петли инфекции является достаточно сильным, то это приведет, в краткосрочной перспективе, к буму числа инфекций. Тем не менее, число инфекций также ведет  $\ominus$  к истощению восприимчивы петли населения. В среднесрочной перспективе, привести к краху восприимчивого населения, следовательно, количество инфекций в долгосрочной перспективе, восстановленные временно иммунной населения становится восприимчивым снова, через  $\oplus$  восприимчивы больной восстановился иммунной петли, что повышает вероятность новой вспышки [58].

Далее приведено описание модели динамики, передачи холеры, предложена модель (Уибелтал Негуссие Баулеуегн), описанной в работах [59-76]. Capasso and Pareri-Fontana, Hartley [60], на основе разработана модель, использованная в настоящей работе.

Модель динамики передачи холеры. Публикации Уибелтал Негуссие Баулеуегн (Yibeltal Negussie Bayleyegn). Математический анализ модели динамики передачи холеры играют большую роль в развитии эпидемиологических теорий [59]. Они помогают синтезировать текущее эмпирическое знание о заболевания, вывести причинно-следственные отношения и предложить, чтобы экспериментальные проекты проверили альтернативные гипотезы. Небольшое количество передачи холеры модели были развиты [60, 61, 62, 63]. Первая модель была разработана Capasso and Pareri-Fontana [60], чтобы описать динамику эпидемии 1973 года холеры в Италии. Модель состоит из двух уравнений, которые описывают динамику зараженных людей в обществе и динамика свободно живущей популяции бактерий. Codeco [61] развил модель с дополнительными уравнениями для восприимчивых людей в популяции. После этого, Pascual и др. [63] модель обобщенного Codeco's

включением четвертого уравнения для объема тот, воды, в который формирующее живое. Позже, Hartley и др. [62] развил более модель, которая приняла во внимание различные инфекционные состояния холерных вибрионов (*v.cholerae*) Hartley и др.

Модель состоит из пять уравнений, которые описывают динамику восприимчивого, инфекционного, и удаленного народонаселения и динамика высшего инфекционного состояния и более низкого инфекционного состояния холерных вибрионов населения. Модели динамики передачи холеры, которые описывают три группы популяции: восприимчивых к заболеванию (Susceptible), зараженных, инфицированных, восприимчивых (Infectious) и выздоровевших, получивших долговременный иммунитет (Recovered), и двумя состояниями для холерных вибрионов,  $B_H$  : Высоко-инфекционных холерных вибрионов,  $B_L$  : Низко-инфекционных холерных вибрионов.

На рисунке 2.3 представлена схема модели динамики передачи эпидемии холеры [61,62].

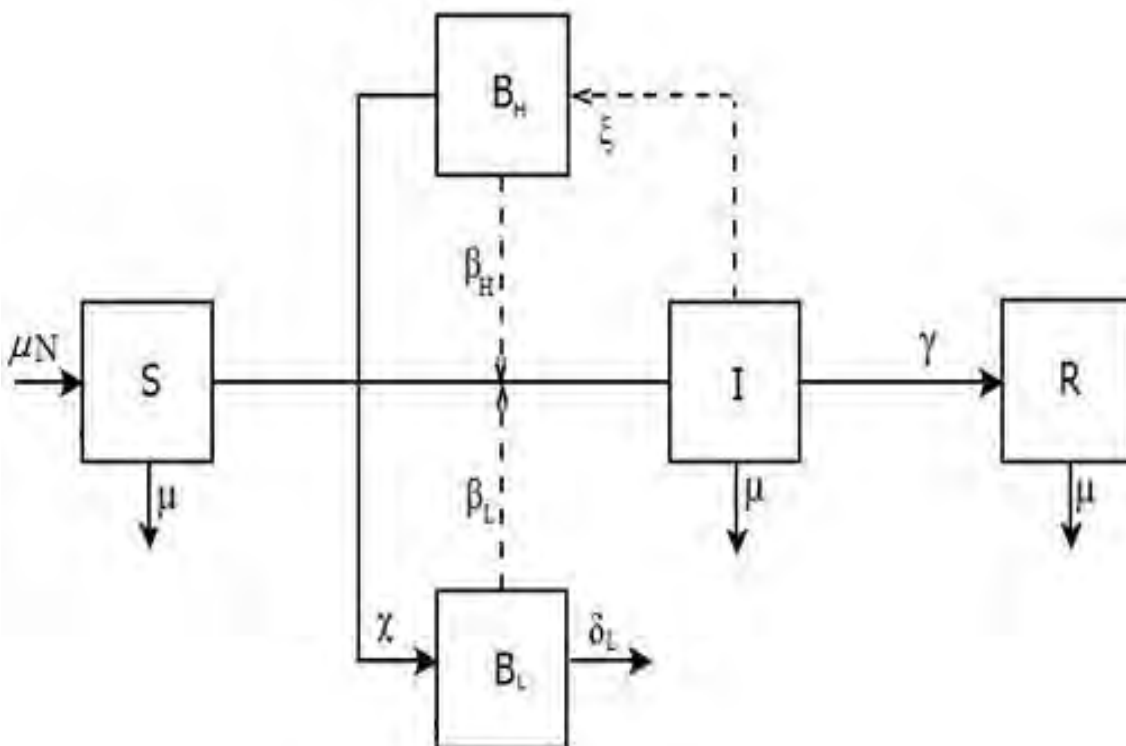


Рис. 2.3. Схема динамики холеры, предложенная Hartley и др



Обозначение параметры модели распространения холеры приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1

| Параметр   | Описание                                                                       |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| $\beta_H$  | Уровень потребления загрязненной воды $B_H$ холерных вибрионов                 |
| $\beta_L$  | Уровень потребления загрязненной воды $B_L$ холерных вибрионов                 |
| $K_H$      | Концентрация высокая инфекционных холерных вибрионов                           |
| $K_L$      | Концентрация низкая инфекционных холерных вибрионов                            |
| $\xi$      | Скорость вклад $B_H$ холерных вибрионов в водной среде                         |
| $\chi$     | Скорость распада от $B_H$ холерных вибрионов к снижению инфекционных состояний |
| $\gamma$   | Скорость восстановления (выздоровления)                                        |
| $\delta_L$ | Скорость смерти от холерного вибриона без $B_H$ вибриона в окружающую среду    |
| $\mu$      | Уровень рождения и смертности                                                  |

Модель на рисунке 2.3 описывается следующей системой ОДУ [62]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = \mu(N - S) - \beta_H \frac{SB_H}{K_H + B_H} - \beta_L \frac{SB_L}{K_L + B_L}; \\ \frac{dI}{dt} = \beta_H \frac{SB_H}{K_H + B_H} + \beta_L \frac{SB_L}{K_L + B_L} - (\mu + \gamma)I; \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R; \\ \frac{dB_H}{dt} = \xi I - \chi B_H \\ \frac{dB_L}{dt} = \chi B_H - \delta_L B_L \\ N = S + I + R; \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Описание каждого параметра в (2.1) дано следующим образом:

Добавление первых трех уравнений модели дает  $N = S + I + R$ . Основным числом воспроизводства модели, полученное использование метода матрицы следующего поколения [64], дают:

$$\mathfrak{R}_0 = \frac{\xi N}{\gamma + \mu} \left( \frac{\beta_H}{K_H} \frac{1}{\chi} + \frac{\beta_L}{K_L} \frac{1}{\delta_L} \right), \quad (2.2)$$

Где  $\frac{\xi}{\gamma + \mu}$  среднее количество холерных вибрионов, которые проливаются на инфицированных людей.  $\frac{\beta_H}{K_H} \frac{1}{\chi}$  Число новых инфекций, вызванных один случай выше инфекционного состояния и  $\frac{\beta_L}{K_L} \frac{1}{\delta_L}$  число новых инфекций, вызванные в одном случае нижних инфекционных состояний [77,78].

Цель исследования состоит в расширении модели Hartely и др. За счет включения более важных особенностей этого заболевания. К ним относятся:

1. Добавление эпидемиологических отделений для бессимптомных и симптоматических людей;
2. Учет времени задержки для населения холерный вибрион (это позволяет для определения время, когда болезнь достигает своего пика, а также счета для двух стадиях заболевания);
3. Учитывая оценку механизмов управления, таких как хлоринация, образование здравоохранения на хороших гигиенических методах, экологическая очистка и т.д. [79-82].

Разработанная модель. Модель, разрабоал Capasso [60] и расширил Codeco [61], Hartley [62] и Miller Neilan [85] для описания динамики эпидемии холеры. При описании динамики модели холеры: уровень потребления загрязненной воды ( $\beta$ ) (одна инфекционная доза в день). Пропорциональная часть населения ( $\alpha$ ), пьющего загрязненную воду (Количество восприимчивых людей потребляющих загрязненную воду холерными вибрионами определяется как  $(\alpha\beta)$ ), соответственно. Исследования Merrell [83,84] и его коллеги обнаружили, что

холера является еще наиболее инфекционно до 700 раз в течение нескольких часов после выделения, а затем распадается на наиболее низкую степень инфекционности [84].  $K_H$  и  $K_L$  - высокая и низкая концентрация инфекционных холерных вибрионов, соответственно. При пороговой концентрации холерных вибрионов в воде вероятность заражения составляет 0,5.

Болезнь может определяться симптоматической или бессимптомной инфекцией, вероятность которых ( $p$ ). При этом выделение холерных вибрионов в бессимптомных случаях происходит на более низком уровне  $\xi_A$  чем в симптоматическом  $\xi_S$  [86].

Скорость выздоровления заболевших ( $\gamma$ ). Выздоровевшие люди имеют иммунитет к повторной инфекции, что важно для краткосрочных прогнозов эпидемий с помощью данной модели.

У симптоматических больных холерой уровень смертности ( $\mu_S$ ) более высокий, чем рождение/уровень смертности не заболевшего населения ( $\mu$ ). (При продолжительности жизни холерных вибрионов в окружающей среде в течение  $\delta^{-1}$  дней). Эта модель описывается серия из шести дифференциальных уравнений. На рисунке 2.4 представлена модель распространения холеры [87,88].

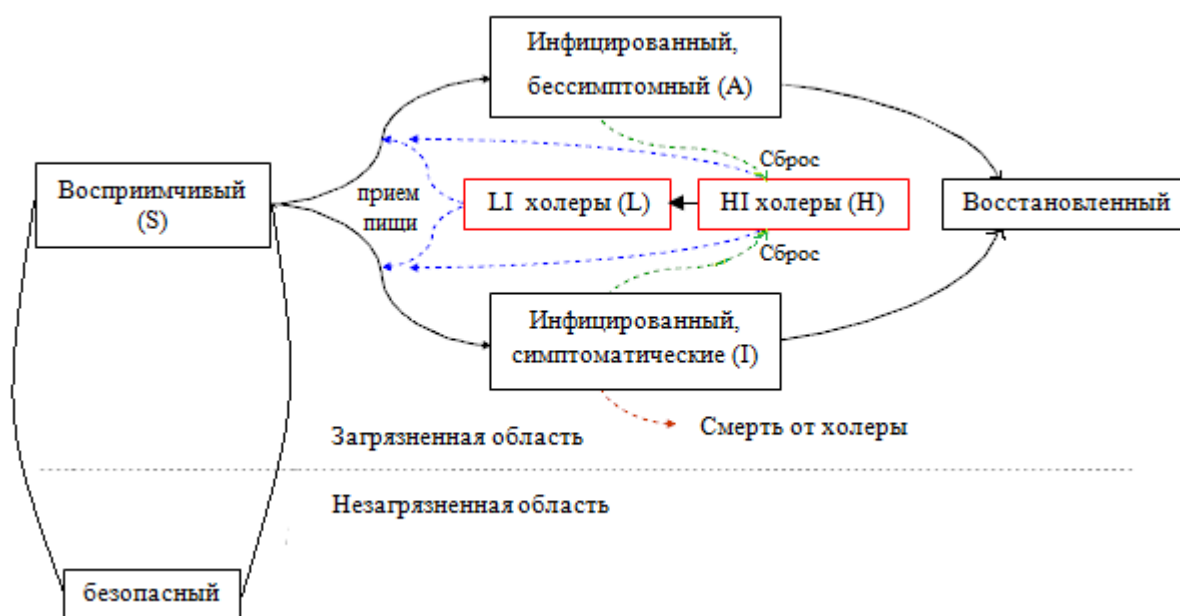


Рис. 2.4. Схемы инфекции распространения холеры

Модель на рисунке 2.4 описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \mu N - \alpha\beta_L S \frac{H}{K_H + H} - \alpha\beta_H S \frac{L}{K_L + L} - \mu S; \\ \frac{dI_S}{dt} = (1-p)\alpha\beta_L S \frac{H}{K_H + H} + (1-p)\alpha\beta_H S \frac{L}{K_L + L} - \mu I_S; \\ \frac{dI_A}{dt} = p\alpha\beta_L S \frac{H}{K_H + H} + p\alpha\beta_H S \frac{L}{K_L + L} - \mu I_A; \\ \frac{dR}{dt} = \gamma(I_S + I_A) - \mu R; \\ \frac{dB_H}{dt} = \xi_S I_S + \xi_A I_A - \chi B_H; \\ \frac{dB_L}{dt} = \chi B_H - \delta B_L; \end{cases} \quad (2.3)$$

Управление холеры динамика зависит от различных факторов. Если комплексные усилия в действие, это довольно сложно искоренить или хотя бы ограничить эпидемии холеры. Рекомендуется различных секторах как сектор образования, сектор санитарии и организации водоснабжения должны работать вместе, чтобы сохранить значение  $\mathfrak{R}_0 < 1$ . мы показываем, что болезнь свободное равновесие и в местном масштабе асимптотически и глобально устойчивый для  $\mathfrak{R}_0 < 1$  без временной задержки и временной задержки  $\tau > 0$ . следовательно, если мы сохраним  $\mathfrak{R}_0 < 1$ , не будет вспышки холеры в наивной региона. Тем не менее, всякий раз, когда  $\mathfrak{R}_0 > 1$  (в связи с любым значением параметра) вспышка холеры может произойти даже в регионе, где холера никогда не происходило раньше. Кроме того, показано существование эндемичных точка равновесия, когда  $\tau > 0$  и  $\mathfrak{R}_0 > 1$ .

Отметить, что считают  $\gamma_A = \gamma_S$  в нашей модели анализа, который не так на самом деле. с тех люди, в отсеке  $I_S$  получить лекарства и лечение, скорость восстановления выше, чем тех, кто будет восстановить их естественный

иммунитет. поэтому, предполагая, что  $\gamma_A \neq \gamma_S$  (в частности,  $\gamma_A < \gamma_S$ ) была бы более реалистичным.

Поскольку доля населения, потребляющего всего загрязненной воды быстро, меняется во время эпидемии, смоделировали это как динамический параметр. Использовали детерминированных и стохастических моделей для прогнозирования эпидемии [86,88].

## **2.2. Исследование и прогнозирование модели распространения эпидемических заболеваний на основе компартментной имитационной модели с использованием детерминированной и стохастической модели**

Суть рассматриваемого исследования и прогнозирования эпидемических заболеваний (на примере холеры) по биномиальному закону на основе компартментальных моделей с использованием детерминированной и стохастической модели.

В детерминированных моделях все факторы, оказывающие влияние на развитие ситуации принятия решения, однозначно определены и их значения известны в момент принятия решения. Стохастические модели предполагают наличие элемента неопределенности, учитывают возможное вероятностное распределение значений факторов и параметров, определяющих развитие ситуации. Следует отметить, что детерминированные модели, с одной стороны, являются более упрощенными, поскольку не позволяют достаточно полно учитывать элемент неопределенности. С другой стороны, они позволяют учесть многие дополнительные факторы, зачастую недоступные стохастическим моделям [89].

Если в модели среди величин имеются случайные, т.е. определяемые лишь некоторыми вероятностными характеристиками, то модель называется стохастической (вероятностной, случайной). В этом случае и все результаты, полученные при рассмотрении модели, имеют стохастический характер и

должны быть соответственно интерпретированы. Здесь подчеркнем, что с точки зрения практики граница между детерминированными и стохастическими моделями выглядит расплывчатой. Так, в технике про любой размер или массу можно сказать, что это не точное значение, а усредненная величина типа математического ожидания. В связи, с чем и результаты вычислений будут представлять собой лишь математические ожидания исследуемых величин. Удобный практический прием состоит в том, что при малых отклонениях от фиксированных значений модель считается детерминированной, а отклонение результата исследуется методами оценок или анализа ее чувствительности. При значительных же отклонениях применяется методика стохастического исследования [90].

В качестве первой имитационной компартментной модели холеры с использованием детерминированной и стохастической модели рассматривается исследование и сравнение для прогнозной оценки распространения эпидемий. Для решения системы (2.1) используются рекуррентные детерминированные соотношения (при  $\Gamma t=1$ ) вида [91, 92]:

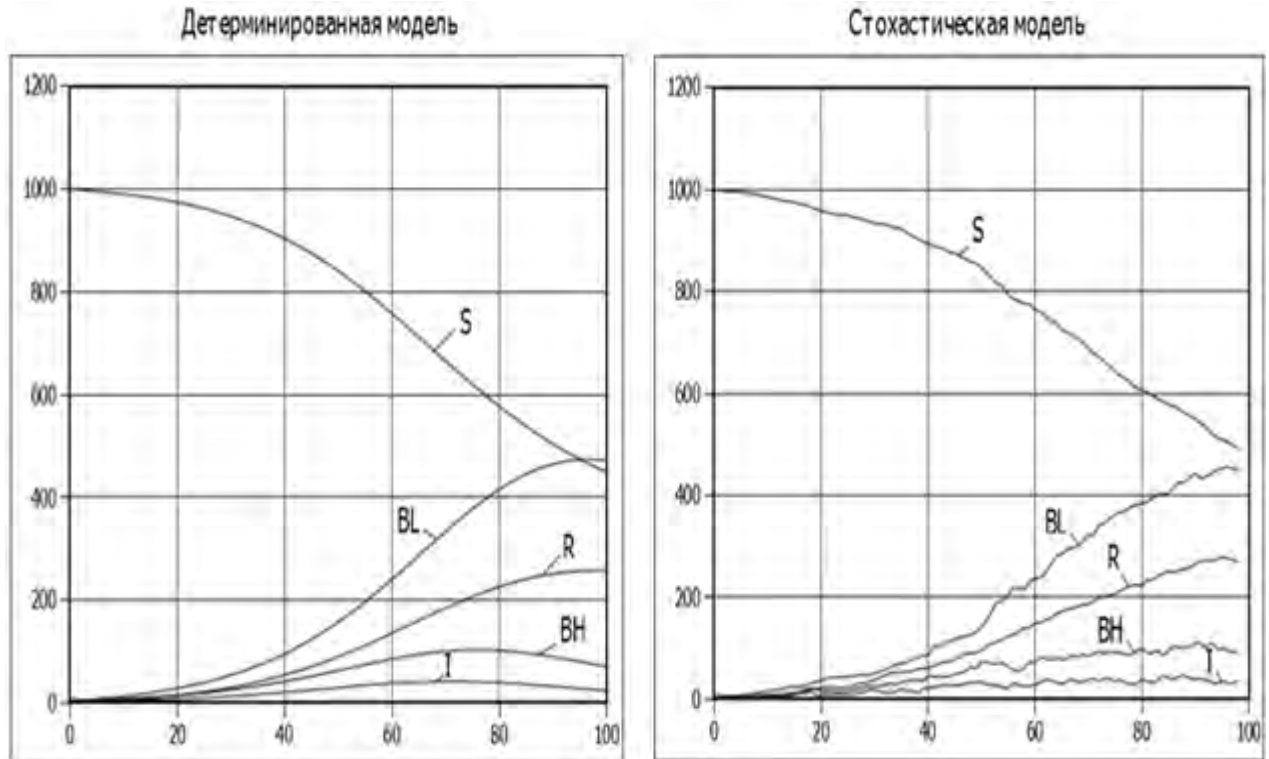
$$\left\{ \begin{array}{l} S^{t+1} = S^t + \mu N^t - \beta_H \frac{S^t \cdot B_H^t}{K_H + B_H^t} - \beta_L \frac{S^t \cdot B_L^t}{K_L + B_L^t} - \mu S^t; \\ I^{t+1} = I^t + \beta_H \frac{S^t \cdot B_H^t}{K_H + B_H^t} + \beta_L \frac{S^t \cdot B_L^t}{K_L + B_L^t} - (\mu + \gamma) I^t; \\ R^{t+1} = R^t + \gamma I^t - \mu R^t; \\ B_H^{t+1} = B_H^t + \xi I^t - \chi B_H^t; \\ B_L^{t+1} = B_L^t + \chi B_H^t - \delta_L B_L^t; \\ N^{t+1} = S^{t+1} + I^{t+1} + R^{t+1}; \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Системы (2.1 , 2.4) соответствуют детерминированной модели эпидемии. Рекуррентные соотношения (2.5) для стохастической модели эпидемии имеют вид (при  $\Gamma t=1$ ) [91, 92]:

$$\begin{cases}
S^{t+1} = S^t + rb(\mu, N^t) - rb(\beta_H, (S^t \cdot B_H^t / K_H + B_H^t)) - rb(\beta_L, (S^t \cdot B_L^t / K_L + B_L^t)) - rb(\mu, S^t); \\
I^{t+1} = I^t + rb(\beta_H, (S^t \cdot B_H^t / K_H + B_H^t)) + rb(\beta_L, (S^t \cdot B_L^t / K_L + B_L^t)) - rb((\mu + \gamma), I^t); \\
R^{t+1} = R^t + rb(\gamma, I^t) - rb(\mu, R^t); \\
B_H^{t+1} = B_H^t + rb(\xi, I^t) - rb(\chi, B_H^t); \\
B_L^{t+1} = B_L^t + rb(\chi, B_H^t) - rb(\delta_L, B_L^t); \\
N^{t+1} = S^{t+1} + I^{t+1} + R^{t+1};
\end{cases} \quad (2.5)$$

В описанном имитационном эксперименте приняты следующие значения параметров системы (2.4 , 2.5):  $\mu = 0.02$ ,  $\beta_H = 0.21$ ,  $\beta_L = 0.21$ ,  $K_H = 1428$ ,  $K_L = 10^6$ ,  $\gamma = 0.2$ ,  $\chi = 0.2$ ,  $\xi = 0.5$ ,  $\delta_L = 0.033$ .

Начальные условия:  $I(0) = 0$ ,  $R(0) = 0$ ,  $B_H(0) = 9$ ,  $B_L(0) = 1$  не изменяются во всех экспериментах. Рассмотрено влияние начального количества восприимчивых к инфекции особей в популяции ( $S(0)$ ) на общую картину развития заболевания:  $S(0) = 1000, 10000, 100000$ . На рисунке 2.5 приведены результаты график, распространение холеры, Решения найдены в интервале времени  $[0-100]$  дней. Для выполнения этой задачи используется программы gnumeric spreadsheet.



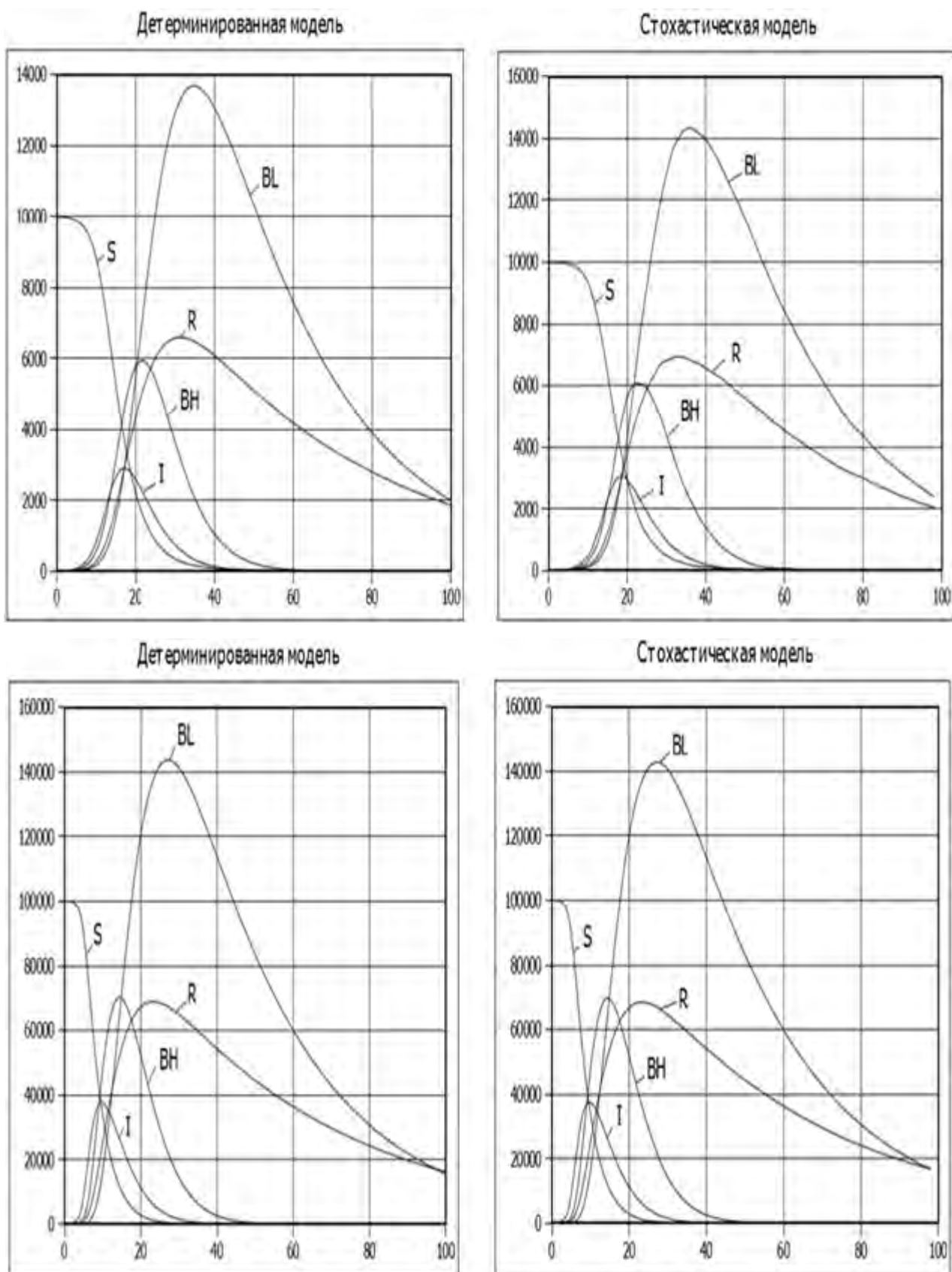


Рис. 2.5. Результаты вычислительного эксперимента в детерминированной и стохастической модели при различных значениях  $S(0)$



Сравнение моделей осуществляется для момента времени  $t=25,50,75$ . В таблице 2.2 приведены результаты детерминированной модели при трех различных значениях  $S(0)$ .

Таблица 2.2

| <b>t=0</b>    | <b>t=25</b> |          |          |                      |                      |          |
|---------------|-------------|----------|----------|----------------------|----------------------|----------|
| <b>S(0)</b>   | <b>S</b>    | <b>I</b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> | <b>N</b> |
| <b>1000</b>   | 962         | 10       | 22       | 20                   | 40                   | 994      |
| <b>10000</b>  | 868         | 1539     | 6019     | 5394                 | 10073                | 8426     |
| <b>100000</b> | 791         | 4434     | 68569    | 29629                | 141944               | 73794    |
| <b>t=0</b>    | <b>t=50</b> |          |          |                      |                      |          |
| <b>S(0)</b>   | <b>S</b>    | <b>I</b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> | <b>N</b> |
| <b>1000</b>   | 840         | 30       | 90       | 63                   | 158                  | 960      |
| <b>10000</b>  | 48          | 24       | 5094     | 229                  | 10310                | 5166     |
| <b>100000</b> | 7           | 20       | 44553    | 411                  | 83528                | 44580    |
| <b>t=0</b>    | <b>t=75</b> |          |          |                      |                      |          |
| <b>S(0)</b>   | <b>S</b>    | <b>I</b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> | <b>N</b> |
| <b>1000</b>   | 620         | 41       | 207      | 103                  | 378                  | 868      |
| <b>10000</b>  | 37          | 1        | 3095     | 4                    | 5619                 | 3133     |
| <b>100000</b> | 4           | 0        | 26901    | 3                    | 36341                | 26905    |

При анализе стохастической модели, рассматриваются 5 реализаций в момент времени  $t=25,50,75$ . Результаты приведены в таблице 2.3 [91, 92].

Таблица 2.3

| <b>t=0</b>  | <b>j</b> | <b>t=25</b> |          |          |                      |                      |          |
|-------------|----------|-------------|----------|----------|----------------------|----------------------|----------|
| <b>S(0)</b> |          | <b>S</b>    | <b>I</b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> | <b>N</b> |
| <b>1000</b> | 1        | 949         | 9        | 24       | 16                   | 45                   | 982      |
|             | 2        | 974         | 3        | 8        | 6                    | 28                   | 985      |
|             | 3        | 956         | 10       | 18       | 23                   | 46                   | 984      |
|             | 4        | 981         | 4        | 8        | 4                    | 18                   | 993      |

|               |          |             |          |          |                      |                      |          |
|---------------|----------|-------------|----------|----------|----------------------|----------------------|----------|
|               | 5        | 937         | 17       | 51       | 44                   | 66                   | 1005     |
| <b>10000</b>  | 1        | 1167        | 1910     | 5903     | 5906                 | 9230                 | 8980     |
|               | 2        | 908         | 1525     | 5776     | 5266                 | 9862                 | 8209     |
|               | 3        | 883         | 1557     | 5997     | 5174                 | 10012                | 8437     |
|               | 4        | 1073        | 1777     | 5982     | 5733                 | 9542                 | 8832     |
|               | 5        | 1026        | 1751     | 5780     | 5766                 | 9398                 | 8557     |
| <b>100000</b> | 1        | 787         | 4367     | 68190    | 29466                | 141062               | 73344    |
|               | 2        | 750         | 4201     | 68103    | 29160                | 141447               | 73054    |
|               | 3        | 742         | 4424     | 68890    | 29739                | 142926               | 74056    |
|               | 4        | 828         | 4493     | 68600    | 29895                | 141479               | 73921    |
|               | 5        | 814         | 4533     | 68467    | 30096                | 142775               | 73814    |
| <b>t=0</b>    |          | <b>t=50</b> |          |          |                      |                      |          |
| <b>S(0)</b>   | <b>j</b> | <b>S</b>    | <b>I</b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> | <b>N</b> |
| <b>1000</b>   | 1        | 846         | 34       | 96       | 72                   | 144                  | 976      |
|               | 2        | 939         | 4        | 19       | 13                   | 45                   | 962      |
|               | 3        | 825         | 22       | 118      | 56                   | 184                  | 965      |
|               | 4        | 941         | 7        | 27       | 22                   | 52                   | 975      |
|               | 5        | 830         | 22       | 113      | 49                   | 180                  | 965      |
| <b>10000</b>  | 1        | 57          | 25       | 5576     | 249                  | 11371                | 5658     |
|               | 2        | 52          | 23       | 4954     | 190                  | 9961                 | 5029     |
|               | 3        | 48          | 22       | 5100     | 210                  | 10398                | 5170     |
|               | 4        | 48          | 29       | 5445     | 281                  | 10918                | 5522     |
|               | 5        | 50          | 22       | 5072     | 208                  | 10672                | 5144     |
| <b>100000</b> | 1        | 16          | 34       | 44339    | 401                  | 83190                | 44389    |
|               | 2        | 13          | 19       | 44082    | 405                  | 82724                | 44114    |
|               | 3        | 10          | 17       | 44792    | 442                  | 84248                | 44819    |
|               | 4        | 11          | 14       | 44820    | 386                  | 83514                | 44845    |
|               | 5        | 7           | 18       | 44424    | 396                  | 84062                | 44449    |

| <b>t=0</b>    |          | <b>t=75</b> |          |          |                      |                      |          |
|---------------|----------|-------------|----------|----------|----------------------|----------------------|----------|
| <b>S(0)</b>   | <b>j</b> | <b>S</b>    | <b>I</b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> | <b>N</b> |
| <b>1000</b>   | 1        | 643         | 36       | 208      | 92                   | 362                  | 887      |
|               | 2        | 842         | 22       | 71       | 48                   | 135                  | 935      |
|               | 3        | 684         | 31       | 157      | 58                   | 266                  | 872      |
|               | 4        | 829         | 19       | 90       | 49                   | 146                  | 938      |
|               | 5        | 681         | 22       | 159      | 61                   | 277                  | 862      |
| <b>10000</b>  | 1        | 44          | 0        | 3285     | 6                    | 5076                 | 3329     |
|               | 2        | 47          | 0        | 3017     | 3                    | 4448                 | 3064     |
|               | 3        | 41          | 0        | 3131     | 2                    | 4578                 | 3172     |
|               | 4        | 43          | 1        | 3307     | 9                    | 4890                 | 3351     |
|               | 5        | 41          | 0        | 3050     | 2                    | 4720                 | 3091     |
| <b>100000</b> | 1        | 14          | 0        | 26667    | 5                    | 36137                | 26681    |
|               | 2        | 10          | 0        | 26677    | 4                    | 36039                | 26687    |
|               | 3        | 9           | 0        | 26883    | 5                    | 36617                | 26892    |
|               | 4        | 11          | 0        | 27008    | 0                    | 36244                | 27019    |
|               | 5        | 5           | 0        | 26820    | 13                   | 36451                | 26826    |

*В качестве второй разработанной имитационной компартментной модели холеры с использованием детерминированной и стохастической модели рассматривается исследование и сравнение для прогнозной оценки распространения эпидемий.*

Рисунок 2.4 задается системой дифференциальных уравнений модели управления холеры, для решения системы (2.3) используются рекуррентные детерминированные соотношения (при  $\Gamma t = 1$ ) [93]:

$$\left\{ \begin{array}{l} S^{t+1} = S^t + \mu N^t - \alpha \cdot \beta_H \frac{S^t \cdot B_H^t}{K_H + B_H^t} - \alpha \cdot \beta_L \frac{S^t \cdot B_L^t}{K_L + B_L^t} - \mu S^t; \\ I_S^{t+1} = I_S^t + (1-p) \cdot \alpha \cdot \beta_H \frac{S^t \cdot B_H^t}{K_H + B_H^t} + (1-p) \cdot \alpha \cdot \beta_L \frac{S^t \cdot B_L^t}{K_L + B_L^t} - \mu_S I_S^t; \\ I_A^{t+1} = I_A^t + p \cdot \alpha \cdot \beta_H \frac{S^t \cdot B_H^t}{K_H + B_H^t} + p \cdot \alpha \cdot \beta_L \frac{S^t \cdot B_L^t}{K_L + B_L^t} - \mu I_A^t; \\ R^{t+1} = R^t + \gamma(I_S^t + I_A^t) - \mu R^t; \\ B_H^{t+1} = B_H^t + \xi_S I_S^t + \xi_A I_A^t - \chi B_H^t; \\ B_L^{t+1} = B_L^t + \chi B_H^t - \delta_L B_L^t; \end{array} \right. \quad (2.6)$$

Системы (2.3 , 2.6) соответствуют детерминированной модели эпидемии. Рекуррентные соотношения (2.7) для стохастической модели эпидемии имеют вид (при  $\Gamma t=1$ ) [93]:

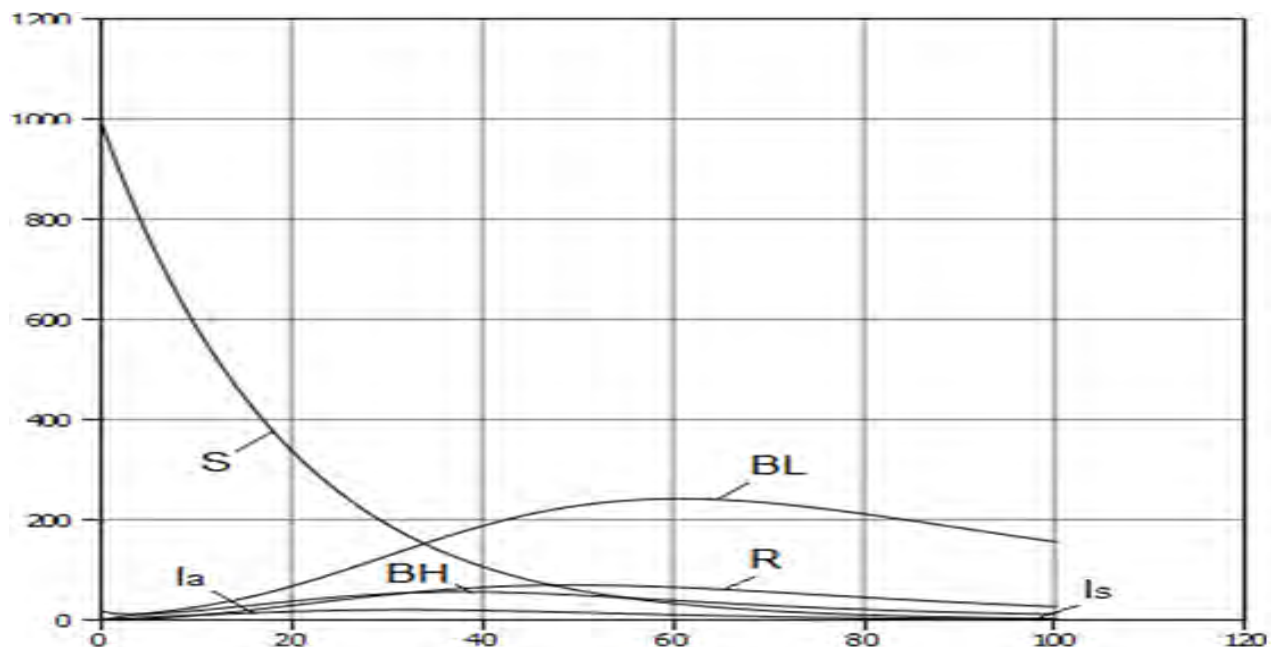
$$\left\{ \begin{array}{l} S^{t+1} = S^t + rb(\mu, N^t) - rb(\beta_H, \alpha \frac{S^t \cdot B_H^t}{K_H + B_H^t}) - rb(\beta_L, \alpha \frac{S^t \cdot B_L^t}{K_L + B_L^t}) - rb(\mu, S^t); \\ I_S^{t+1} = I_S^t + rb(\beta_H, (1-p) \alpha \frac{S^t \cdot B_H^t}{K_H + B_H^t}) + rb(\beta_L, (1-p) \alpha \frac{S^t \cdot B_L^t}{K_L + B_L^t}) - rb(\mu_S, I_S^t); \\ I_A^{t+1} = I_A^t + rb(\beta_H, p \alpha \frac{S^t \cdot B_H^t}{K_H + B_H^t}) + rb(\beta_L, p \alpha \frac{S^t \cdot B_L^t}{K_L + B_L^t}) - rb(\mu, I_A^t); \\ R^{t+1} = R^t + rb(\gamma, I_S^t + I_A^t) - rb(\mu, R^t); \\ B_H^{t+1} = B_H^t + rb(\xi_S, I_S^t) + rb(\xi_A, I_A^t) - rb(\chi, B_H^t); \\ B_L^{t+1} = B_L^t + rb(\chi, B_H^t) - rb(\delta_L, B_L^t); \end{array} \right. \quad (2.7)$$

В описанном имитационном эксперименте были приняты следующие начальные условия:  $(I_S, I_A(0)=0)$ ,  $(R(0) = 0)$ ,  $(B_H(0)=19, B_L(0)=1)$  не изменяются во всех экспериментах. Рассмотрено влияние начального количества восприимчивых к инфекции особей в популяции  $(S(0))$  на картину развития заболевания:  $S(0) = 1000, 10000, 100000$ . Решения найдены на интервале времени  $[0,100]$  дней.

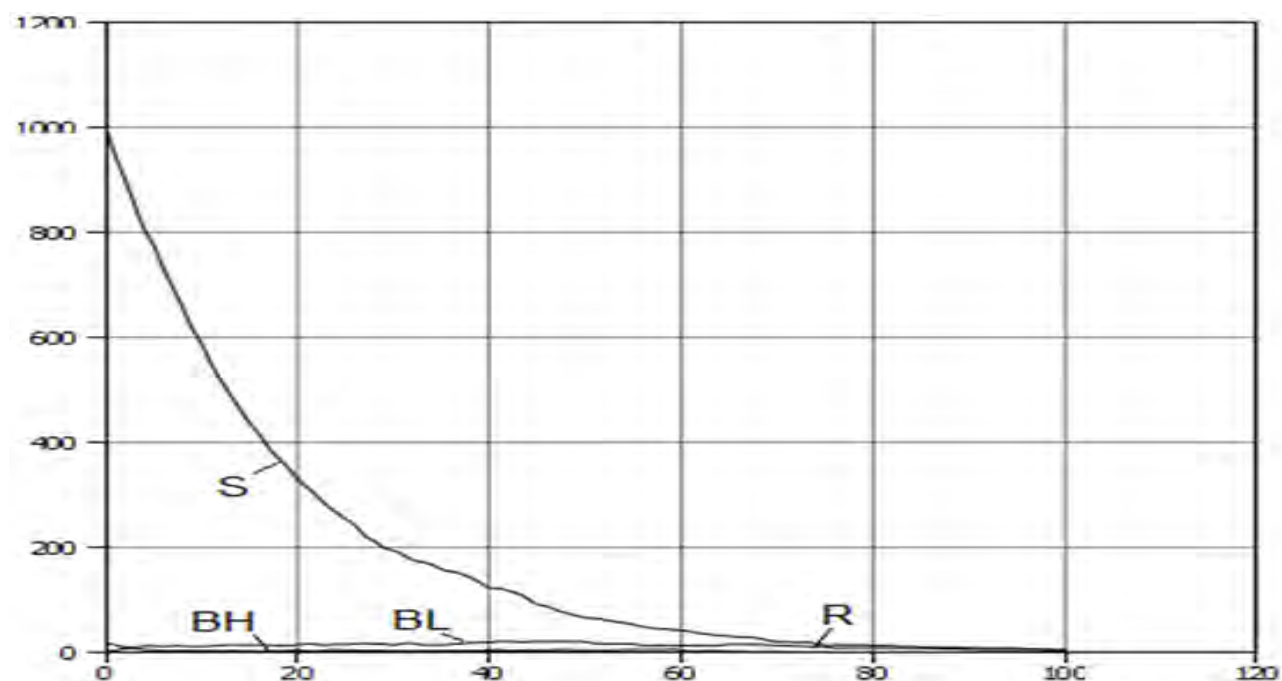
На рисунке 2.6, 2.7, 2.8 представлены результаты сравнительного анализа детерминированных и стохастических компартментных моделей для

прогнозной оценки распространения холеры при различных значениях  $S(0)$ . В стохастической компартментной модели рассматриваются 3 реализации, которые реализованы в экспериментах.

*а) Детерминированная модель при  $S(0) = 1000$*



*б) Стохастическая модель при  $S(0) = 1000$*



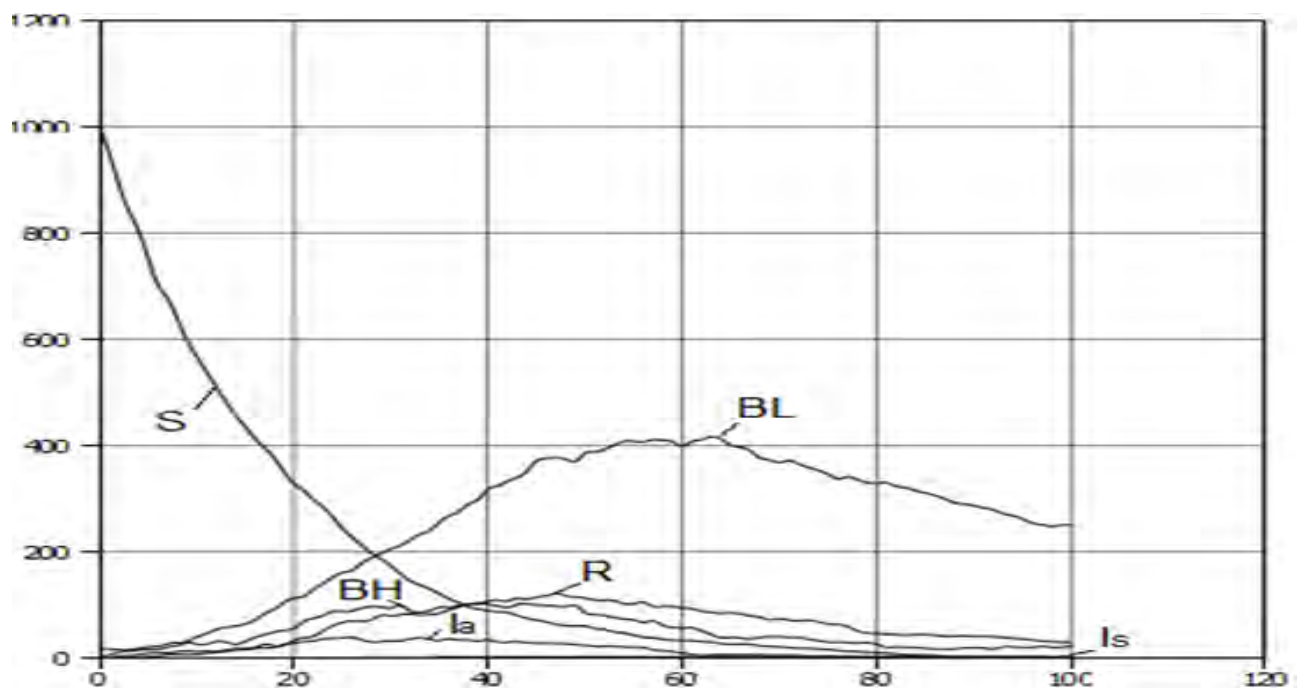
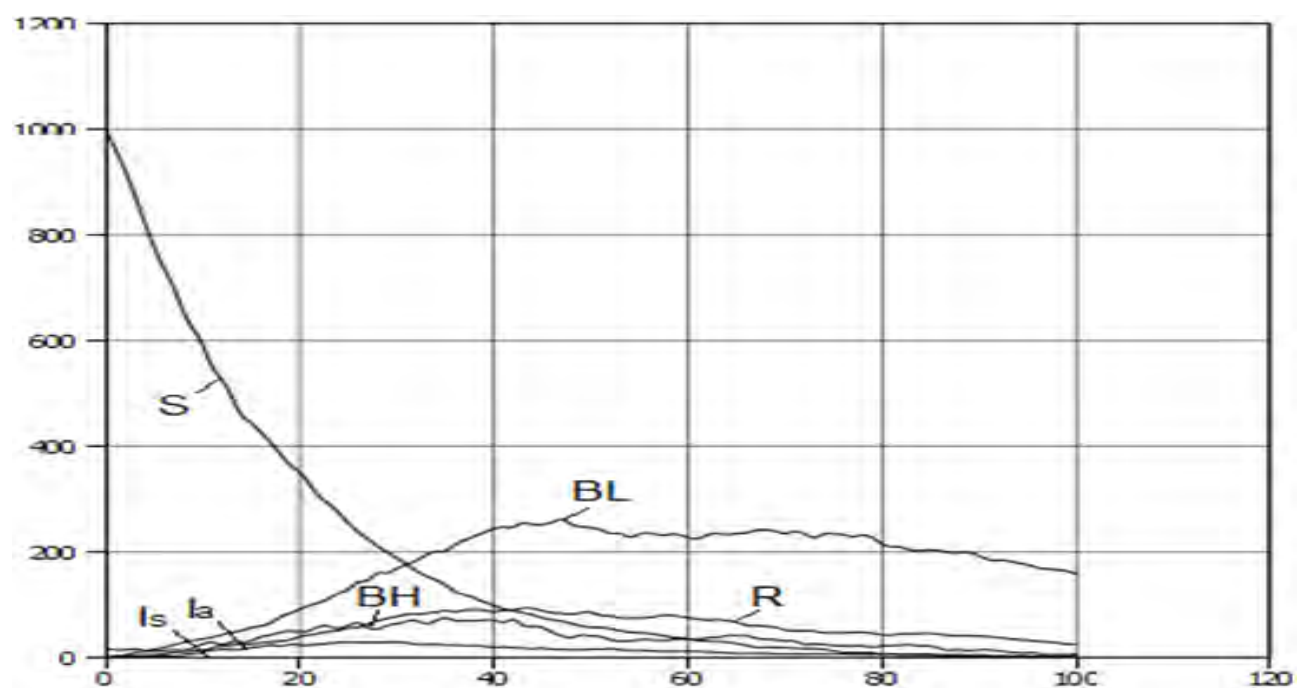
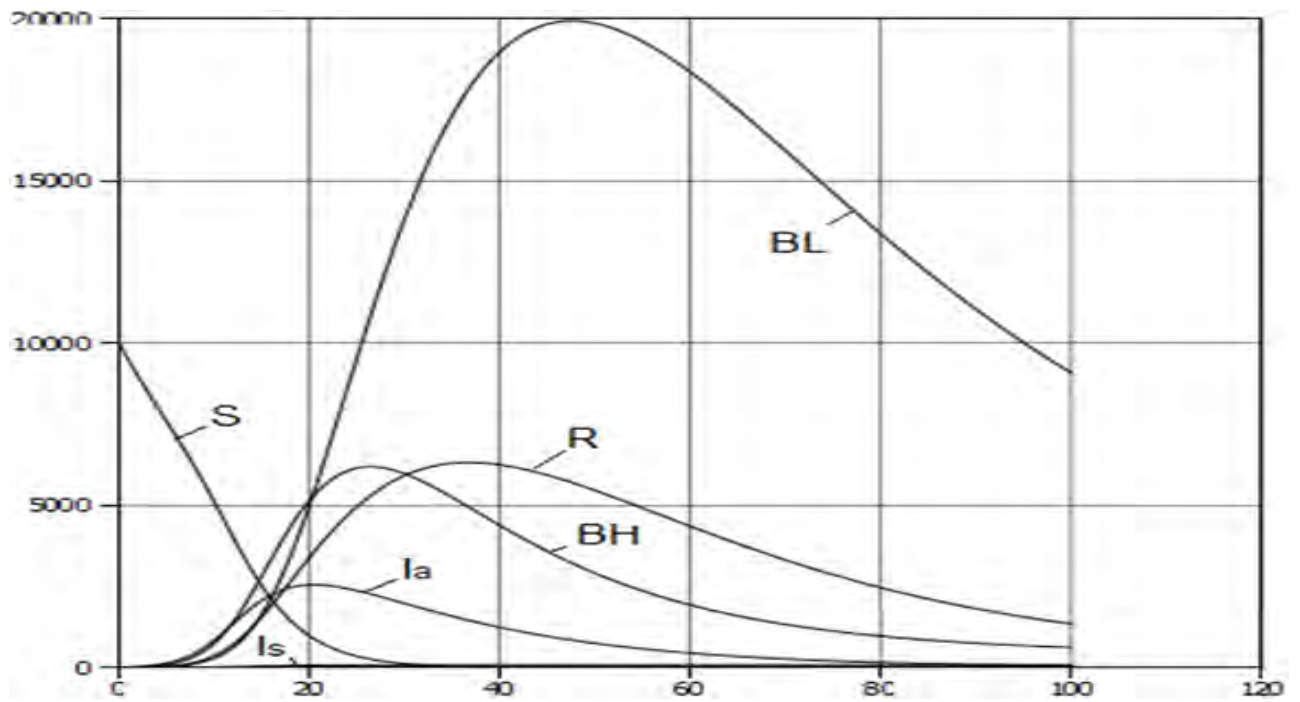
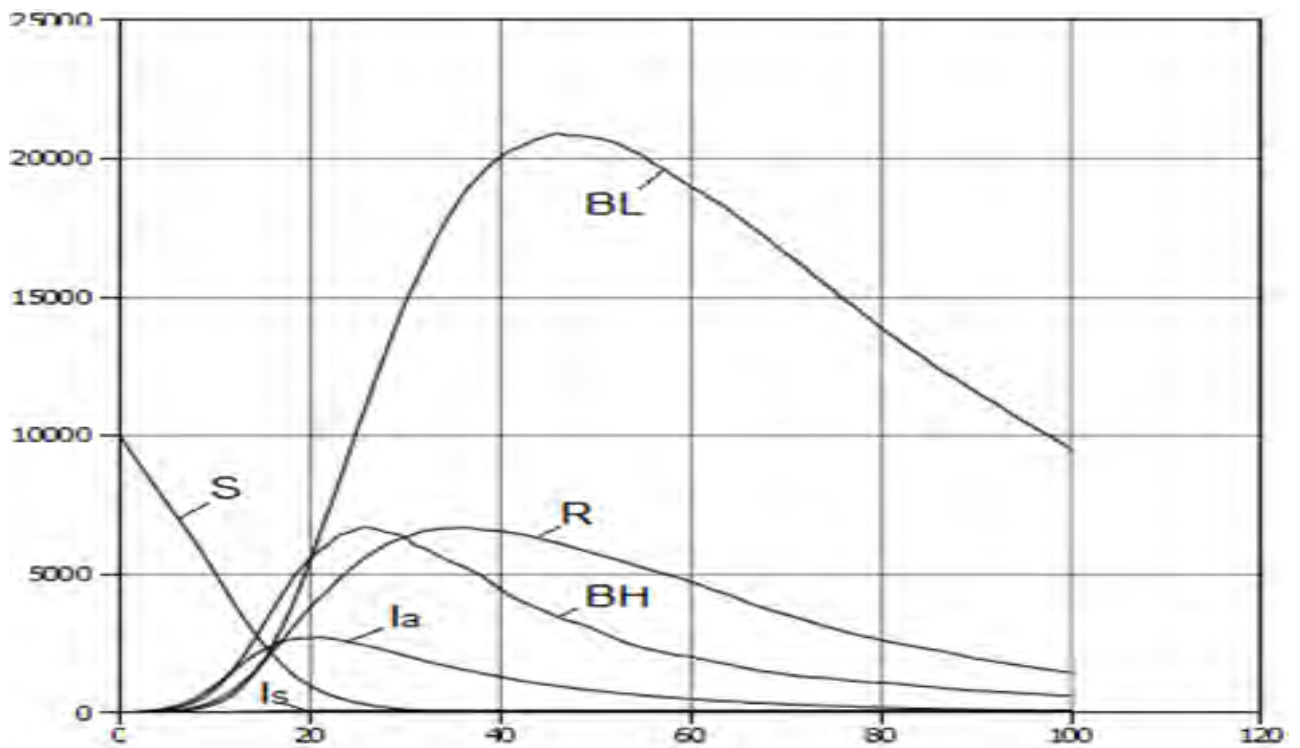


Рис. 2.6. а-б) Детерминированная и стохастическая модель ( $S=1000$ )

а) Детерминированная модель при  $S(0) = 10000$



б) Стохастическая модель при  $S(0) = 10000$



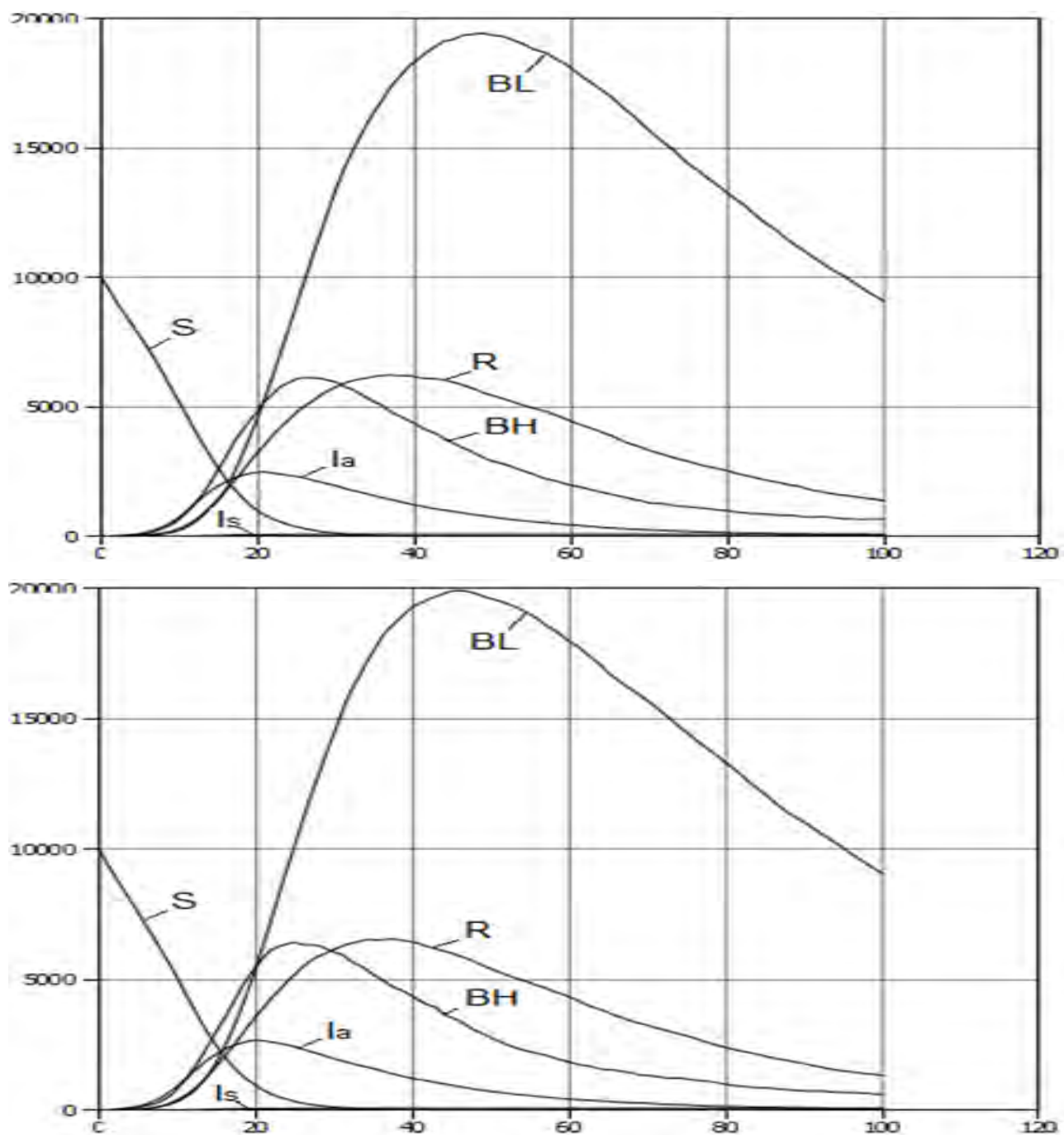
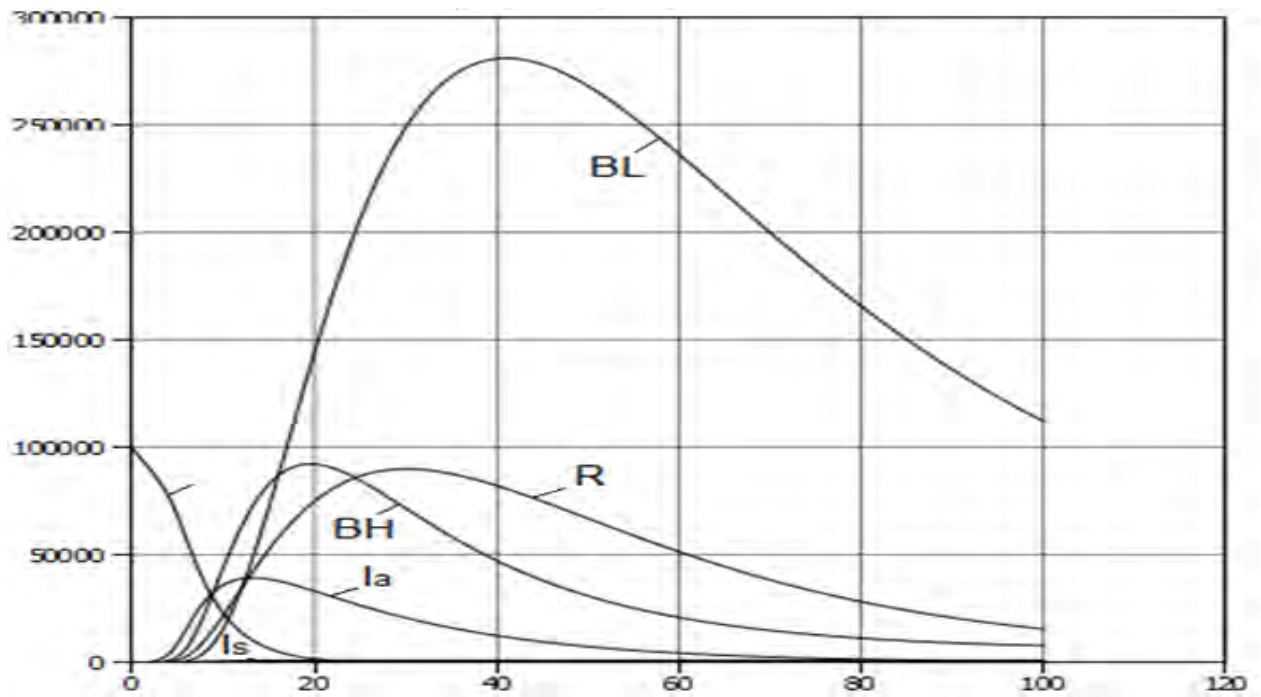


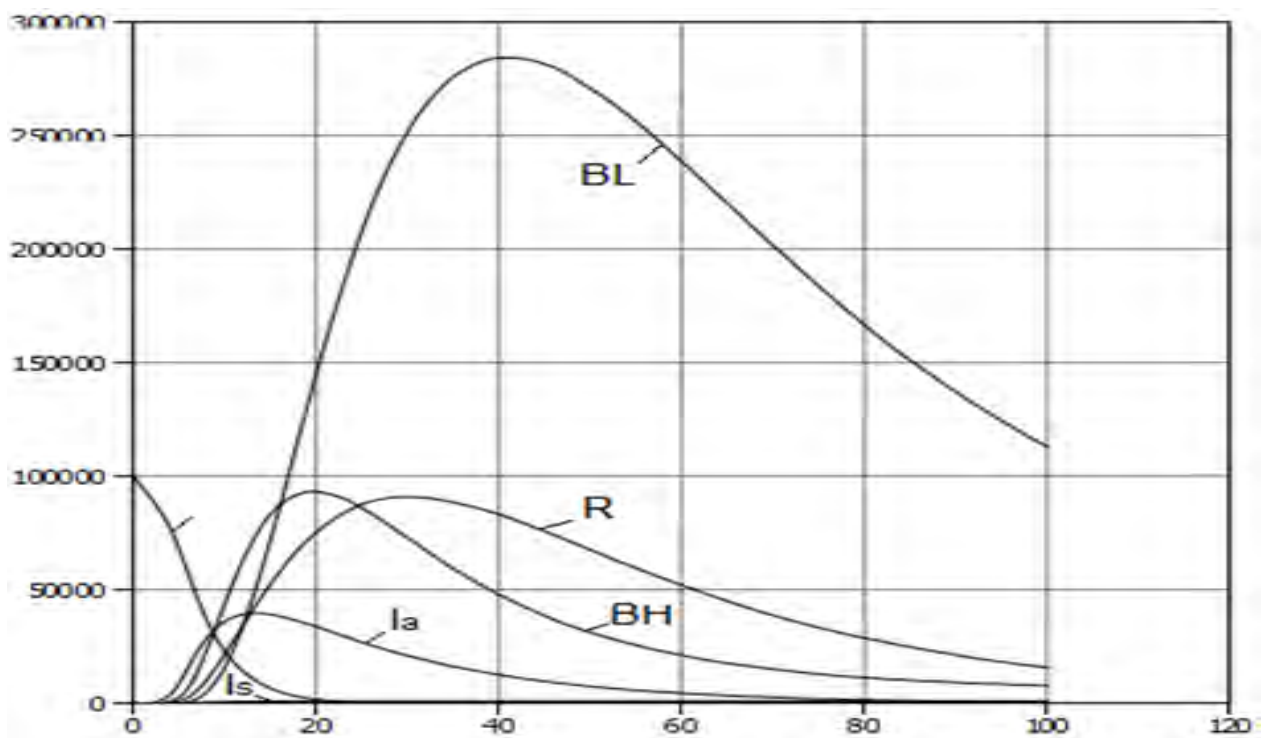
Рис.2.7. а-б) Детерминированная и стохастическая модель ( $S=10000$ )



а) Детерминированная модель при  $S(0) = 100000$



б) Стохастическая модель при  $S(0) = 100000$



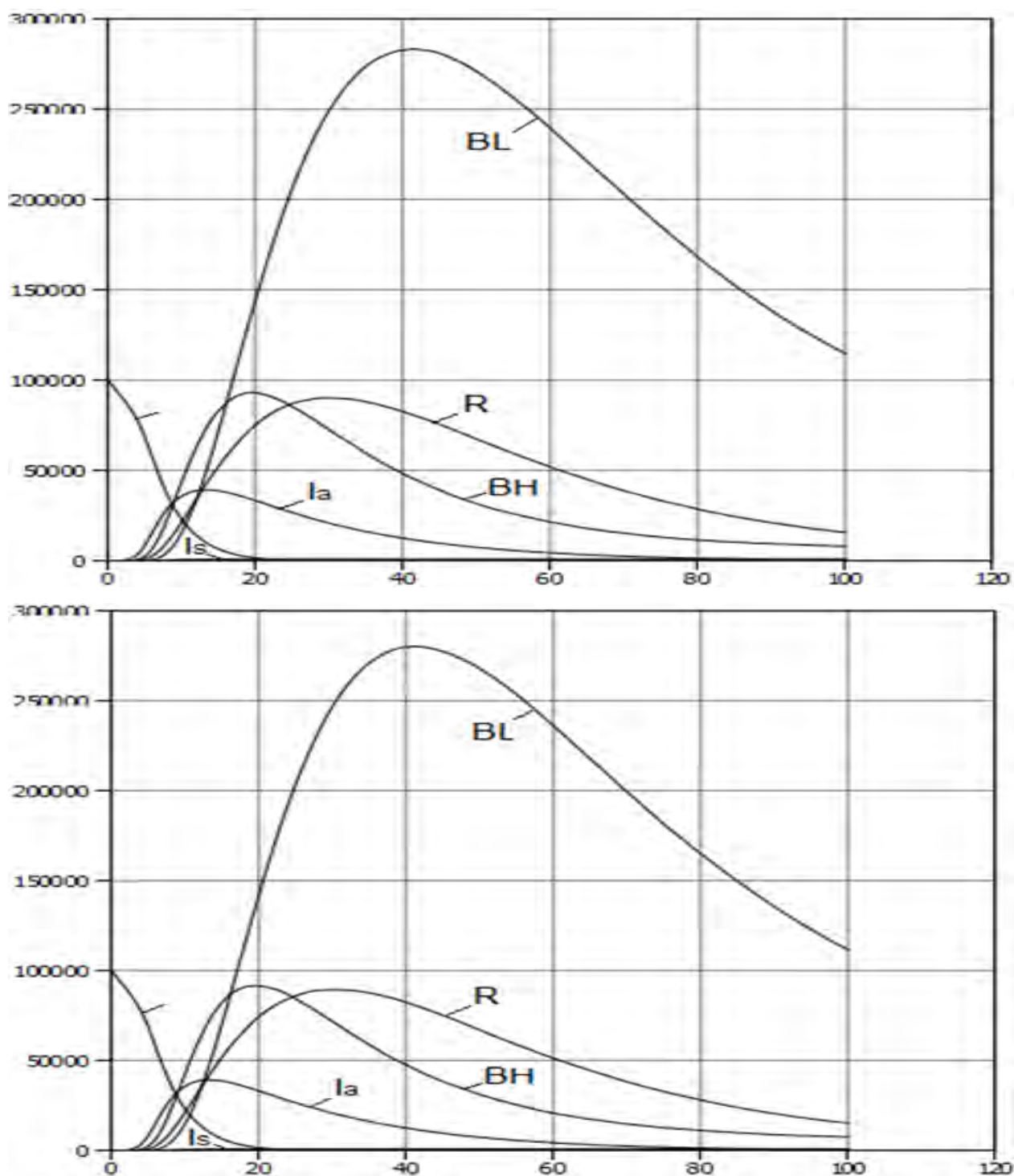


Рис. 2.8. а-б) Детерминированная и стохастическая модель ( $S = 100000$ ), сравнительный анализ детерминированных и стохастических компартментных моделей при различных значениях  $S(0)$ .

В таблице 2.4 приведены результаты детерминированной модели при трех различных значениях  $S(0)$ .

Таблица 2.4

| <b>t=0</b>    | <b>t=25</b> |                      |                      |          |                      |                      |
|---------------|-------------|----------------------|----------------------|----------|----------------------|----------------------|
| <b>S(0)</b>   | <b>S</b>    | <b>I<sub>s</sub></b> | <b>I<sub>a</sub></b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> |
| <b>1000</b>   | 256,67      | 0,71                 | 20,3                 | 40,9     | 46,92                | 96,84                |
| <b>10000</b>  | 351,38      | 82,06                | 2374                 | 4970,45  | 6153,5               | 9559,32              |
| <b>100000</b> | 455,03      | 1203,17              | 26738,24             | 86834,23 | 84889,96             | 206170,63            |
| <b>t=0</b>    | <b>t=50</b> |                      |                      |          |                      |                      |
| <b>S(0)</b>   | <b>S</b>    | <b>I<sub>s</sub></b> | <b>I<sub>a</sub></b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> |
| <b>1000</b>   | 60,5        | 1,13                 | 16,11                | 70,74    | 50,7                 | 229,07               |
| <b>10000</b>  | 2,37        | 86,96                | 751,73               | 5460,43  | 2909,67              | 19859,66             |
| <b>100000</b> | 0,36        | 1207,4               | 7540,25              | 67140,36 | 31116,6              | 268334               |
| <b>t=0</b>    | <b>t=75</b> |                      |                      |          |                      |                      |
| <b>S(0)</b>   | <b>S</b>    | <b>I<sub>s</sub></b> | <b>I<sub>a</sub></b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> |
| <b>1000</b>   | 14,93       | 1,21                 | 6,28                 | 51,8     | 25,74                | 224,86               |
| <b>10000</b>  | 0,04        | 86,78                | 209,12               | 2865,5   | 1130,9               | 14631,32             |
| <b>100000</b> | 0,0004      | 1204,38              | 2091,68              | 33117,64 | 12997                | 182469               |

Для сравнения детерминированного и стохастического варианта модели распространения холеры, рассматриваются 5 реализаций в стохастической модели в течение трех времени  $t=25, 50, 75$ . В таблице 2.5 представлены результаты экспериментов при различных значениях  $S(0)$ .

Таблица 2.5

| <b>t=0</b>  | <b>j</b> | <b>t=25</b> |                      |                      |          |                      |                      |
|-------------|----------|-------------|----------------------|----------------------|----------|----------------------|----------------------|
| <b>S(0)</b> |          | <b>S</b>    | <b>I<sub>s</sub></b> | <b>I<sub>a</sub></b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> |
| <b>1000</b> | 1        | 253         | 0                    | 29                   | 72       | 52                   | 107                  |
|             | 2        | 262         | 1                    | 13                   | 38       | 35                   | 76                   |
|             | 3        | 280         | 1                    | 21                   | 48       | 52                   | 117                  |
|             | 4        | 266         | 0                    | 0                    | 1        | 0                    | 16                   |

|               |          |             |           |           |          |                      |                      |
|---------------|----------|-------------|-----------|-----------|----------|----------------------|----------------------|
|               | 5        | 251         | 2         | 34        | 60       | 75                   | 174                  |
| <b>10000</b>  | 1        | 272         | 98        | 2472      | 5641     | 6770                 | 11702                |
|               | 2        | 337         | 67        | 2390      | 5016     | 6111                 | 9418                 |
|               | 3        | 354         | 70        | 2314      | 4839     | 5994                 | 9115                 |
|               | 4        | 343         | 71        | 2372      | 4879     | 6098                 | 9107                 |
|               | 5        | 351         | 74        | 2272      | 4784     | 5862                 | 8971                 |
| <b>100000</b> | 1        | 464         | 1162      | 26547     | 86206    | 84115                | 203444               |
|               | 2        | 475         | 1188      | 26716     | 86698    | 84543                | 205256               |
|               | 3        | 458         | 1169      | 26881     | 87046    | 85257                | 207547               |
|               | 4        | 468         | 1221      | 27034     | 87067    | 85994                | 206902               |
|               | 5        | 458         | 1205      | 26859     | 87140    | 85560                | 206843               |
| <b>t=0</b>    |          | <b>t=50</b> |           |           |          |                      |                      |
| <b>S(0)</b>   | <b>j</b> | <b>S</b>    | <b>Is</b> | <b>Ia</b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> |
| <b>1000</b>   | 1        | 63          | 0         | 22        | 108      | 78                   | 332                  |
|               | 2        | 76          | 1         | 7         | 35       | 19                   | 146                  |
|               | 3        | 68          | 1         | 16        | 72       | 49                   | 251                  |
|               | 4        | 77          | 0         | 0         | 1        | 0                    | 7                    |
|               | 5        | 43          | 2         | 22        | 114      | 78                   | 384                  |
| <b>10000</b>  | 1        | 2           | 104       | 744       | 5767     | 2905                 | 21158                |
|               | 2        | 3           | 72        | 781       | 5644     | 3002                 | 20253                |
|               | 3        | 5           | 73        | 681       | 5189     | 2663                 | 18705                |
|               | 4        | 5           | 80        | 758       | 5449     | 2871                 | 19722                |
|               | 5        | 2           | 82        | 741       | 5318     | 2826                 | 18937                |
| <b>100000</b> | 1        | 1           | 1160      | 7594      | 66545    | 31041                | 266058               |
|               | 2        | 1           | 1192      | 7530      | 67174    | 31048                | 267650               |
|               | 3        | 1           | 1174      | 7558      | 67250    | 31056                | 268973               |
|               | 4        | 1           | 1223      | 7728      | 67922    | 32013                | 271027               |
|               | 5        | 1           | 1208      | 7558      | 67700    | 30987                | 269511               |

| <b>t=0</b>    |          | <b>t=75</b> |                      |                      |          |                      |                      |
|---------------|----------|-------------|----------------------|----------------------|----------|----------------------|----------------------|
| <b>S(0)</b>   | <b>j</b> | <b>S</b>    | <b>I<sub>s</sub></b> | <b>I<sub>a</sub></b> | <b>R</b> | <b>B<sub>H</sub></b> | <b>B<sub>L</sub></b> |
| <b>1000</b>   | 1        | 11          | 0                    | 7                    | 61       | 28                   | 320                  |
|               | 2        | 22          | 1                    | 1                    | 12       | 11                   | 114                  |
|               | 3        | 18          | 1                    | 4                    | 57       | 20                   | 199                  |
|               | 4        | 23          | 0                    | 0                    | 0        | 0                    | 3                    |
|               | 5        | 13          | 2                    | 6                    | 72       | 29                   | 322                  |
| <b>10000</b>  | 1        | 0           | 104                  | 232                  | 3013     | 1273                 | 15488                |
|               | 2        | 1           | 72                   | 226                  | 2863     | 1072                 | 14993                |
|               | 3        | 0           | 72                   | 186                  | 2688     | 1029                 | 13577                |
|               | 4        | 2           | 80                   | 195                  | 2862     | 1092                 | 14537                |
|               | 5        | 0           | 82                   | 202                  | 2833     | 1117                 | 14099                |
| <b>100000</b> | 1        | 0           | 1159                 | 2076                 | 32951    | 12685                | 180539               |
|               | 2        | 0           | 1191                 | 2047                 | 32737    | 12817                | 182163               |
|               | 3        | 1           | 1173                 | 2099                 | 33016    | 12989                | 182539               |
|               | 4        | 0           | 1220                 | 2213                 | 33617    | 13401                | 185769               |
|               | 5        | 0           | 1205                 | 2138                 | 33486    | 13036                | 182498               |

Таким образом, в результате этих исследований, сравнительный анализ детерминированных и стохастических моделей. В первой и второй разработанной модели холеры установлено, что результаты, в стохастической компартментной модели распространения холеры, с уменьшением числа популяции  $S(0) = 1000$  отличающаяся представлением потоков членов популяции между компартментами как случайной величины, распределенной по биномиальному закону, что позволяет более адекватно отражать зависимость динамики эпидемического процесса от абсолютных значений объема компартментов и позволяет более реалистичный и точный результат по сравнению с известными детерминированными моделями.

Но в связи результаты, получаемые в стохастической модели с увеличением числа популяции, где  $S(0) = 10000$  ,  $100000$  отсутствует стохастических эффектов, и становится более приближенного к результату в детерминированной модели [91-92, 93].

Из графиков следует, что детерминированные модели, являются более упрощенными, они отображают детерминированные процессы, то есть процессы, в которых предполагается отсутствие всяких случайных воздействий. Стохастическое моделирование отображает вероятностные процессы и события.

Таким образом, к настоящему времени накоплен достаточно большой опыт конструирования математических моделей динамики эпидемий, в том числе эпидемий холеры. Наиболее перспективными являются компартментные модели системной динамики, поскольку они являются легко адаптируемыми под особенности конкретных заболеваний и при их использовании получены наиболее значительные результаты.

В предыдущей работе рассмотрена система управления эпидемической ситуацией на основе компартментной имитационной модели распространения эпидемических заболеваний (на примере холеры) с использованием детерминированной и стохастической модели, использующих допущение глобального перемешивания в популяции с непрерывной пространственной структурой, что не позволяет моделировать пространственное распространение заболеваний.

Для прогнозирования распространения эпидемий зачастую используются компартментные модели. Известные модели эпидемий холеры используют принцип глобального перемешивания индивидов, когда все восприимчивые к инфекции подвергаются равному риску заражения. Однако, популяции с такими заболеваниями, как холера, где большое значение для передачи инфекции имеет не только непосредственный контакт индивидов, но и окружающая среда, являются пространственно-распределенными динамическими системами. В

связи с этим представляется целесообразным использовать для моделирования эпидемического процесса в таких популяциях метод клеточных автоматов.

В настоящей работе предлагается комбинированная имитационная модель распространения заболевания, использующая компартментную стохастическую модель совместно с вероятностным клеточным автоматом, что позволяет моделировать процессы пространственного переноса заболевания [93,94].

### **2.3. Разработка комбинированной имитационной модели и структурная идентификация пространственного распространения холеры на основе вероятностного клеточного автомата**

Предлагаемый метод моделирования пространственного распространения холеры в пространственно-распределенной популяции состоит в использовании комбинированной имитационной модели на основе стохастической компартментной модели с допущением глобального перемешивания индивидов и двумерного вероятностного клеточного автомата. Исследуемая эпидемическая система представляется как метапопуляция, состоящая из множества элементарных популяций. Метапопуляция имеет значительную пространственную протяженность, которая не позволяет адекватно описывать процессы в системе компартментными моделями с различными аналитическими моделями перемешивания индивидов. Элементарные популяции образуют регулярную двумерную пространственную решетку и их размеры позволяют использовать компартментную модель. Компартментные модели как известно являются моделями в пространстве состояний, где переменными состояния являются значения групп индивидов с одинаковым эпидемическим статусом. Таким образом, предлагаемая модель является двумерным клеточным автоматом, использующим компартментную модель в качестве правила перехода состояния ячеек.

Модели холеры на основе клеточного автомата более склонны к географической модели, но может быть она расширена, чтобы включить

особенности эпидемиологической модели за счет интеграции с эпидемией и клеточного автомата. Клеточного автомата инструмент моделирования для изучения распространения инфекционных заболеваний, которая сочетает в себе реалистичные оценки мобильности населения, по данным переписи населения и данные о землепользовании, с параметризованных моделей для моделирования хода заболевания в течение индивидуальной и передачи между вектором и лиц. Это помогает лицам, принимающим решения информацию, такую как последствия биологической атаки или естественной вспышкой, спрос на медицинские услуги и практическую реализуемость, и эффективность вариантов реагирования.

Актуальность разработки проблемно-ориентированных систем управления ограничением эпидемиологических заболеваний не вызывает сомнения. Важнейшим инструментом изучения этих систем являются адекватные математические модели прогнозирования пространственного распространения эпидемии. К настоящему времени создано значительное количество таких теоретически обоснованных моделей, опирающихся на сложный математический аппарат. К общему недостатку этих моделей относят трудность применения для создания карт пространственно-временного распространения эпидемиологических заболеваний с учётом сложной формы географических объектов и других пространственно-определённых факторов [94].

Клеточные автоматы (КА) являются дискретными динамическими системами, представляющие собой совокупность одинаковых клеток, одинаковым образом соединенных между собой. Все клетки образуют, так называемую, решетку клеточного автомата. Решетки могут быть разных типов, отличаясь как по размерности, так и по форме клеток. Каждая клетка является конечным автоматом, состояния которого определяются состояниями соседних клеток и, возможно, ее собственным состоянием. В клеточных автоматах, как моделях вычислений, не рассматриваются входные и выходные воздействия.



При аппаратной реализации клеточные автоматы обычно называют однородными структурами. Клетки могут располагаться на одномерной прямой, плоскости или в многомерном пространстве. Каждая клетка имеет заданное количество «соседей», определяемых постановкой задачи, и может находиться в одном из нескольких состояний. Соседи устанавливаются или по наличию общих границ у клеток, или с помощью графа. Время в такой системе изменяется дискретно, такт за тактом. Состояние клетки в следующий момент времени задается как функция от ее собственного состояния и состояний соседей в текущий момент времени. Вид этой функции определяет поведение клеточного автомата.

При построении комбинированных моделей проводится предварительная декомпозиция процесса функционирования объекта на составляющие подпроцессы. Компартменты могут представлять реальные биологические или социальные объекты, а также могут быть просто удобной математической абстракцией. В настоящее время широкое распространение получило использование компартментных моделей. Существуют стохастические компартментные модели распространения эпидемии в условиях реализации мероприятий по активному выявлению заболевших, позволяющие прогнозировать развитие эпидемического процесса в популяции с учетом пространственного переноса заболевания. При этом сообщество, в котором протекает эпидемия, делится на нескольких групп (компарментов) на основе значений характеристик, важных с эпидемической точки зрения.

Суть разработанного метода моделирования пространственного распространения холеры предназначена для пространственно-распределенных популяций этот метод позволяет, получить более адекватный и точный результат. Предлагаемая модель представляет собой вероятностный клеточный автомат, каждая ячейка которого представляет собой модель элементарной популяции с глобальным перемешиванием в популяции с дискретной пространственной структурой. Динамика состояния ячейки описывается

стохастической компартментной моделью распространения заболевания с учётом миграционных процессов между соседними элементарными популяциями [94].

На рисунке 2.9 приведена схема разработанной компартментной модели распространения холеры в элементарной популяции. Модели динамики передачи холеры, которые описывают с четырьмя состояниями для популяции и двумя состояниями для холерных вибрионов: восприимчивых к заболеванию (Susceptible); инфекционный симптоматический (symptomatic infection); инфекционный бессимптомный (asymptomatic infection); восстановленный (Recovered); высоко-инфекционных холерных вибрионов ( $B_H$ ); низко-инфекционных холерных вибрионов ( $B_L$ ). Выделим миграционных потоков и перемешивания популяции на основе клеточных автоматов красным цветом.

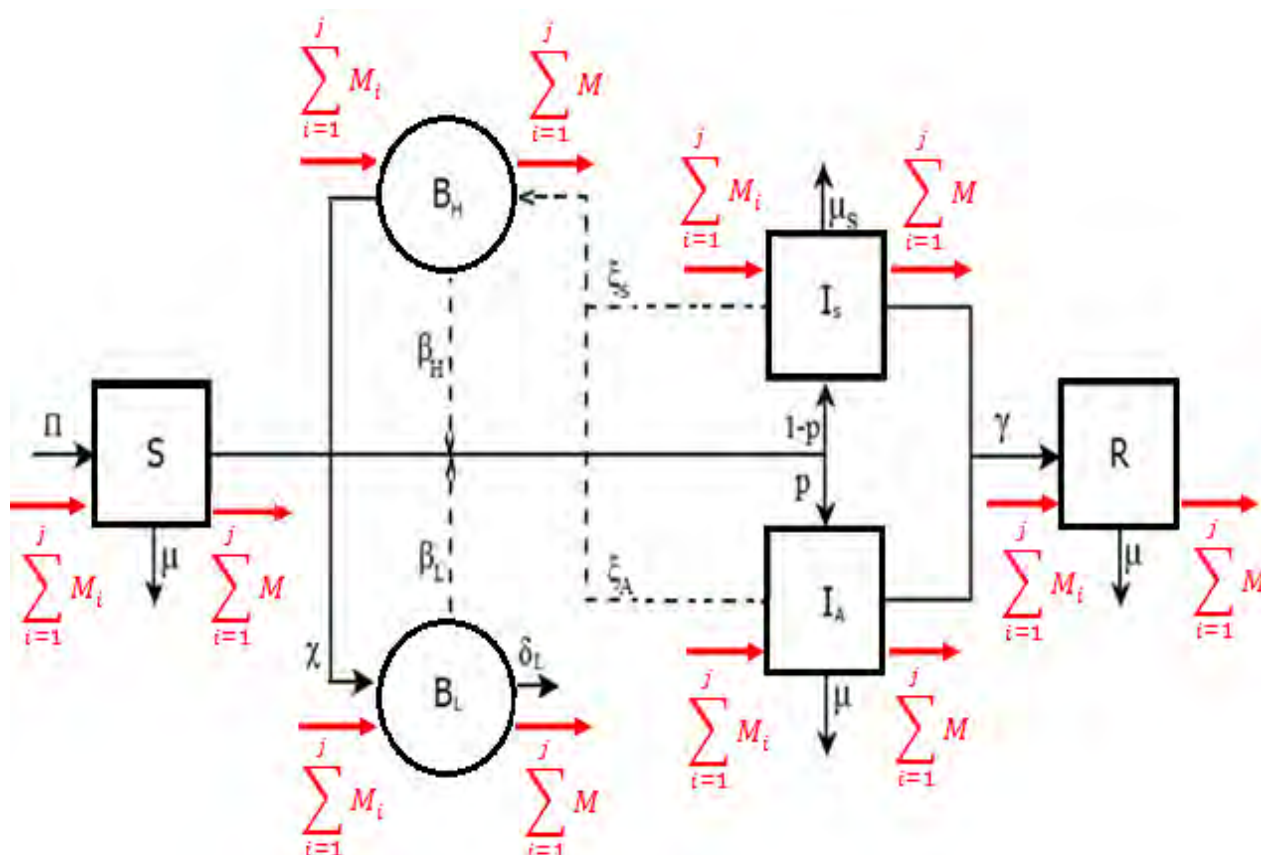


Рис. 2.9. Граф переходов компартментной имитационной модели распространения холеры

Где  $S$ - Число индивидов в компартменте восприимчивых,  $I_S$ - число симптоматических инфекции,  $I_A$  - число бессимптомных инфекции,  $R$ - число выздоровевших,  $B_H$  - высоко-инфекционных холерных вибрионов,  $B_L$  - низко-инфекционных холерных вибрионов.

Все параметры рассматриваемой модели приведены в таблице 2.6.

Таблица 2.6

| Параметр   | Описание                                                                        | ИСТ   |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------|-------|
| $\alpha$   | Пропорция населения, пьющего загрязненную воду                                  | ---   |
| $\beta_H$  | Уровень потребления загрязненной воды $B_H$ холерных вибрионов                  | 61,62 |
| $\beta_L$  | Уровень потребления загрязненной воды $B_L$ холерных вибрионов                  | 61,62 |
| $K_H$      | Концентрация высокая инфекционных холерных вибрионов                            | 84    |
| $K_L$      | Концентрация низкая инфекционных холерных вибрионов                             | 61    |
| $\chi$     | Скорость распада от $B_H$ холерных вибрионов к снижению инфекционных состояний  | 84    |
| $\delta_L$ | Естественной смерти от холерного вибриона без $B_H$ вибриона в окружающую среду | 62    |
| $\mu$      | Частота естественной смерти                                                     | 83    |
| $\mu_S$    | Частота смерти от симптоматической холеры                                       | 86,87 |
| $\gamma$   | Скорость восстановления (выздоровления)                                         | 62    |
| $p$        | Вероятность симптоматической или бессимптомной инфекции                         | 87    |
| $\xi_S$    | Скорость выделения холерных вибрионов, симптоматического пациента               | 85    |
| $\xi_A$    | Скорость выделения холерных вибрионов, бессимптомного пациента                  | 85    |
| $\Pi$      | Скорость появления новых восприимчивых в популяциями                            |       |
| $M$        | Коэффициент скорость миграция                                                   |       |

Модель миграции (Migration) представляет популяцию как множество элементарных популяций. Каждая популяция обрабатывается отдельным процессором. Эти популяции развиваются независимо друг от друга в течение одинакового количества поколений  $T$  (время изоляции). По истечении времени изоляции происходит обмен особями между популяциями (миграция). Количество особей, подвергшихся обмену (вероятность миграции), метод отбора особей для миграции и схема миграции определяет частоту возникновения генетического многообразия в популяциях и обмен информацией между популяциями [94,95].

При моделировании миграционных потоков и перемешивания популяции на основе клеточных автоматов между элементарными популяциями, которые соответствует ячейкам, происходит миграция. Отбор особей для миграции может происходить следующим образом: интенсивность миграции постоянна для всей популяции; миграция происходит из всех групп равномерно [94].

Детерминированный вариант этой модели описывается нелинейной системой (2.8) обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \Pi - \alpha\beta_H \frac{S.B_H}{K_H + B_H} - \alpha\beta_L \frac{S.B_L}{K_L + B_L} - \mu S + M \cdot \sum_{i=1}^j S_i - M \cdot \sum_{i=1}^j S; \\ \frac{dI_S}{dt} &= (1-p)\alpha\beta_H \frac{S.B_H}{K_H + B_H} + (1-p)\alpha\beta_L \frac{S.B_L}{K_L + B_L} - (\mu_S + \gamma)I_S + M \cdot \sum_{i=1}^j I_{S_i} - M \cdot \sum_{i=1}^j I_S; \\ \frac{dI_A}{dt} &= p\alpha\beta_H \frac{S.B_H}{K_H + B_H} + p\alpha\beta_L \frac{S.B_L}{K_L + B_L} - (\mu + \gamma)I_A + M \cdot \sum_{i=1}^j I_{A_i} - M \cdot \sum_{i=1}^j I_A; \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma(I_S + I_A) - \mu R + M \cdot \sum_{i=1}^j R_i - M \cdot \sum_{i=1}^j R; \\ \frac{dB_H}{dt} &= \xi_S I_S + \xi_A I_A - \chi B_H + M \cdot \sum_{i=1}^j B_{H_i} - M \cdot \sum_{i=1}^j B_H; \\ \frac{dB_L}{dt} &= \chi B_H - \delta_L B_L + M \cdot \sum_{i=1}^j B_{L_i} - M \cdot \sum_{i=1}^j B_L; \end{aligned} \right. \quad (2.8)$$

Основным отличием данной модели является введение миграционных потоков между граничащими элементарными популяциями, что позволяет использовать её в качестве алгоритма правила перехода для клеточного

автомата. Для этого вводятся ограничения, преобразующие описанную модель в дискретный стохастический вариант:

1. Переменные состояния считаются целочисленными, что согласуется с их размерностью (чел.);
2. Вводится единичный интервал дискретного времени, к размерности которого приводятся параметры модели;
3. Потоки индивидов между компартментами считаются дискретной случайной величиной, распределенной по биномиальному закону, причем скорость потока в детерминированном варианте модели является вероятностью успеха в одном опыте для данного распределения, а объем компартмента — числом опытов.

Таким образом, стохастический вариант модели, используемый в клеточном автомате описывается системой конечно-разностных уравнений (2.9):

$$\left\{ \begin{array}{l} S^{t+1} = S^t + \Pi - rb(\beta_H, \alpha \frac{S^t \cdot B_H^t}{K_H + B_H^t}) - rb(\beta_L, \alpha \frac{S^t \cdot B_L^t}{K_L + B_L^t}) - rb(\mu, S^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, S_i^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, S^t); \\ I_S^{t+1} = I_S^t + rb(\beta_H, (1-p)\alpha \frac{S^t \cdot B_H^t}{K_H + B_H^t}) + rb(\beta_L, (1-p)\alpha \frac{S^t \cdot B_L^t}{K_L + B_L^t}) - rb(\mu_S + \gamma, I_S^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, I_{S_i}^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, I_S^t); \\ I_A^{t+1} = I_A^t + rb(\beta_H, p\alpha \frac{S^t \cdot B_H^t}{K_H + B_H^t}) + rb(\beta_L, p\alpha \frac{S^t \cdot B_L^t}{K_L + B_L^t}) - rb(\mu + \gamma, I_A^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, I_{A_i}^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, I_A^t); \\ R^{t+1} = R^t + rb(\gamma, I_S^t + I_A^t) - rb(\mu, R^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, R_i^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, R^t); \\ B_H^{t+1} = B_H^t + rb(\xi_S, I_S^t) + rb(\xi_A, I_A^t) - rb(\chi, B_H^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, B_{H_i}^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, B_H^t); \\ B_L^{t+1} = B_L^t + rb(\chi, B_L^t) - rb(\delta_L, B_L^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, B_{L_i}^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, B_L^t); \end{array} \right. \quad (2.9)$$

где  $rb(A, B)$  — оператор получения элемента выборки случайной величины, распределенной по биномиальному закону с вероятностью успеха в одном опыте  $A$  и числом опытов  $B$ .

Анализ распространения эпидемических заболеваний, пространственная передачи инфекции, в первую очередь связанных с миграционными потоками в популяции различных уровней, играет значительную роль в этом процессе.

Важными особенностями клеточных автоматов являются следующие правила [94]:

- Способность элементов к пространственному перемещению и применение понятия состояния к новому положению;
- Состояние каждой ячейки обновляется в результате выполнения последовательности дискретных постоянных шагов во времени;
- Переменные в каждой ячейке изменяются одновременно ("синхронно"), исходя из значений переменных на предыдущем шаге;
- Правило определения нового состояния ячейки зависит только от локальных значений ячеек из некоторой окрестности данной ячейки.

## 2.4. Параметрическая идентификация имитационной модели

Существующие публикации по эпидемиологии распространения холеры в популяции содержат информацию, позволяющую прямо или косвенно определить часть параметров данной модели.

В таблице 2.7 приведены значения параметров модели, используемых для установки модели и анализ чувствительности [60,61].

Таблица 2.7

| Параметр  | значение        | диапазон                      |
|-----------|-----------------|-------------------------------|
| $\alpha$  | разный          | 0-1                           |
| $\beta_L$ | 1/day           | 1/day – 1.5/day               |
| $\beta_H$ | 1/day           | 1/day – 1.5/day               |
| $k_L$     | $10^6$ cells/ml | --                            |
| $K_H$     | $k_L/50$        | $k_L/700 - k_L/10$            |
| $\chi$    | $(5\ h)^{-1}$   | --                            |
| $\delta$  | $(30\ d)^{-1}$  | $(15\ d)^{-1} - (90\ d)^{-1}$ |
| $\mu$     | $(61\ yr)^{-1}$ | --                            |

|          |                 |                                |
|----------|-----------------|--------------------------------|
| $\mu_c$  | $0.005(d)^{-1}$ | $0.001(d)^{-1} - 0.05(d)^{-1}$ |
| $\gamma$ | $(5 d)^{-1}$    | $(3 d)^{-1} - (10 d)^{-1}$     |
| p        | 0.76            | 0.5 - 0.98                     |
| $\xi_S$  | 50cells/ml-d    | 10 - 50                        |
| $\xi_A$  | 0.5cells/ml-d   | 0.5 - 10                       |

### Выводы

В обобщенном виде метод клеточного автомата играет большой роль, для определения и прогнозирования при моделировании распространения эпидемии (на примере холера) в случаях содержатся заболевшие носители бактерий виды холерных вибрионов в ячейке, а в остальных ячейках такого состояния нет. Это приводят к активации эпидемического процесса в изначально «здоровых» элементарных популяциях и пространственному переносу эпидемии.

Следовательно, состояние системы полностью определяется значениями переменных в каждой клетке. Рассматриваемые состояния ячеек изменяются синхронным образом через дискретные интервалы времени в соответствии с локальными вероятностными правилами, которые могут зависеть от состояния переменных в ближайших соседних ячейках.

Общие правила построения клеточных автоматов можно сформулировать следующим образом:

- Состояние клеток дискретно (обычно 0 и 1, хотя могут быть автоматы и с большим числом состояний).
- Соседями являются ограниченное число клеток, часто это ближайшие клетки.
- Правила, задающие динамику развития клеточного автомата, обычно имеют простую функциональную форму и зависят от решаемой проблемы.
- Клеточный автомат является тактируемой системой, т.е. смена состояний клеток происходит одновременно.

### **3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕРОЯТНОСТНЫХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ**

#### **3.1. Имитационное моделирование пространственного распространения эпидемических заболеваний с использованием вероятностных клеточных автоматов на основе регулярных гексагональных решёток**

В работе рассматриваются основные направления исследования клеточных автоматов и имитационное моделирование пространственного распространительных динамических систем с использованием вероятностных клеточных автоматов на основе регулярных гексагональных решёток. Актуальность разработки проблемно-ориентированных систем управления ограничением эпидемических заболеваний не вызывает сомнения. Важнейшим элементом этих систем являются адекватные математические модели прогнозирования пространственного распространения эпидемии [96].

Эпидемические заболевание являются пространственно-распределённой динамической системой, для описания пространственно-временного поведения которой возможно применение моделей класса клеточных автоматов (КА) [97]. Клеточные автоматы являются дискретными динамическими системами, поведение которых полностью определяется в терминах локальных зависимостей. Каждая клетка является конечным автоматом, состояния которого определяются состояниями соседних клеток и, возможно, ее собственным состоянием. Клеточные автоматы в общем случае характеризуются следующими свойствами. Изменения значений всех клеток происходят одновременно после вычисления нового состояния каждой клетки решетки. Решетка однородна. Взаимодействия локальны. Лишь клетки окрестности (как правило, соседние) способны повлиять на данную клетку. В качестве примера рассмотрено имитационное моделирование



пространственного распространительных динамических систем с использованием вероятностных клеточных автоматов на основе регулярных гексагональных решёток [98].

Клеточные автоматы, как известно, могут быть построены на основе регулярных решёток, составленных из треугольников, прямоугольников и шестиугольников. Расстояние между соседними ячейками четырёхугольной решётки для вертикальных и горизонтальных соседей равно  $d$ , для диагональных  $L = \sqrt{2}d$ . Шестиугольная ячейка определяется длиной стороны ячейки, равной  $R$  (радиус описанной окружности).

На рисунке 3.1 представлено соседство ячеек в регулярных решётках. Расстояние между центрами соседних ячеек равно  $2r$  (радиус вписанной окружности), при этом  $r = \sqrt{3}/2R$ .

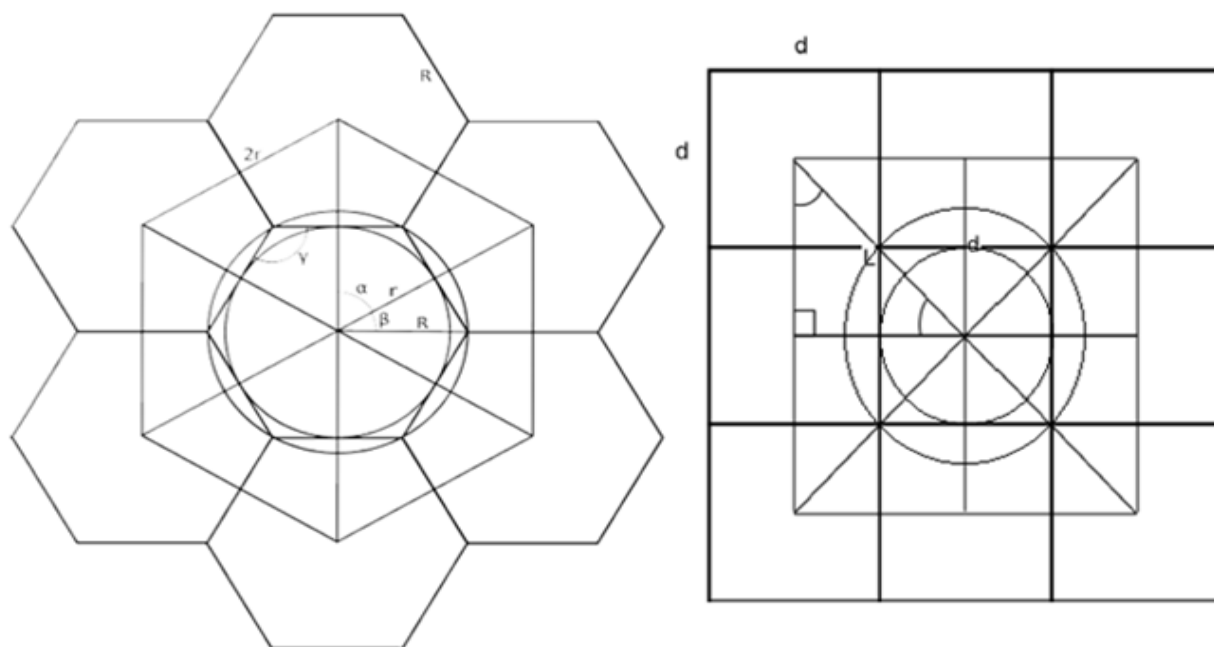


Рис. 3.1. Соседство ячеек в регулярных решётках

Наиболее существенной особенностью регулярных двумерных гексагональных решёток является изотропия геометрических свойств по всем возможным направлениям соседства ячеек. Прямоугольные решетки, хотя и позволяют учитывать соседство ячеек по восьми направлениям вместо шести, что более точно отражает всенаправленный характер распространения

эпидемии, таким свойством не обладают. Решётки же составленные из треугольников предоставляют только три направления соседства ячеек [99].

Разработка параллельного программного комплекса моделирования эпидемических заболеваний на основе представленных в данной работе принципов и подходов к распараллеливанию приведет к существенному подъему уровня исследований и создаст условия для решения многих задач теории эпидемических заболеваний, которые ранее не были решены в силу огромных требований вычислительных ресурсов и объемов оперативной памяти. Настоящая работа открывает перспективы создания комплекса параллельных программ для моделирования процессов возникновения, развития и распространения эпидемии на основе частных моделей, которые согласованы с общей математической моделью эпидемических заболеваний.

На рисунке 3.2 представлена архитектура сервиса моделирования распространения эпидемических заболеваний в среде распределённых вычислений MathCloud.

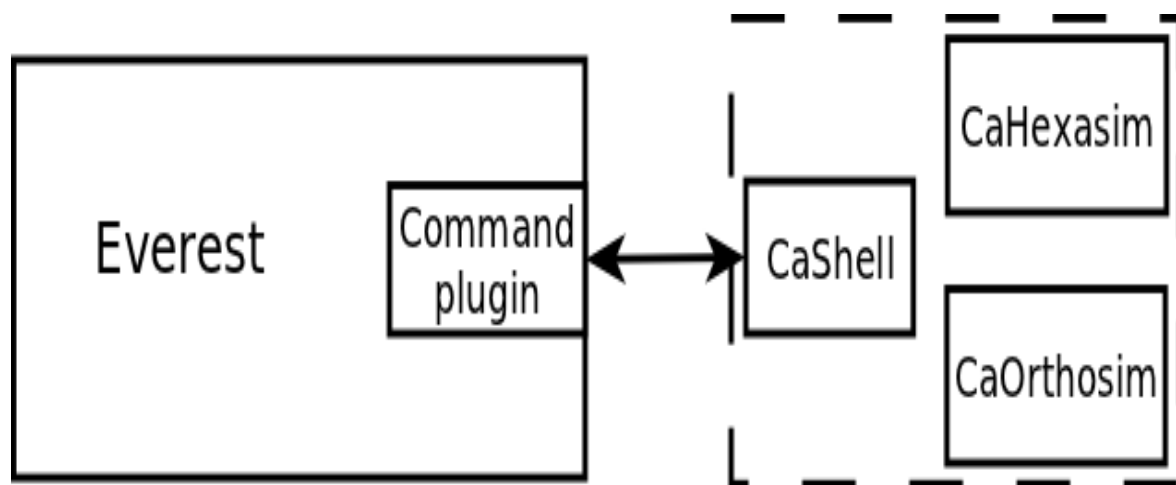


Рис. 3.2. Архитектура сервиса моделирования распространения эпидемических заболеваний

Симулятор КА-моделей является приложением командной строки для ОС GNU/Linux. Приложение состоит из Оболочки CASHell, которая анализирует файлы входных параметров и запускает симулятор КА с прямоугольной решёткой CAOrthoSim или с гексагональной CaHexasim.

**Модель, алгоритмы и структуры данных реализации.** Предлагаемая нами модель двумерных многослойных клеточных автоматов. Распространения эпидемии в одном слое эпидемического массива представляет собой клеточный автомат с конечной двумерной гексагональной решёткой, каждый элемент которого является конечным автоматом с двумя состояниями и одним вещественным параметром [100]:

$$\begin{aligned} M &\equiv \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_i\}, \\ \mu_i &= \mu_i(\omega, \rho), \\ \omega &\in \Omega \equiv \{0, 1\}, \\ \rho_i &\in [0.0; 1.0], \\ P_i &= 1 - \rho_i^n, n \in \{0, 1, 2, 3, 5, 6\}. \end{aligned}$$

Где  $M$  — множество элементов-ячеек, образующих решётку,  $\mu_i$  —  $i$ -я ячейка решётки,  $\omega$  — состояние ячейки,  $\Omega$  — множество состояний ячейки,  $\pi_i$  — вероятность возникновения эпидемии в ячейке в случае, если болит одна из соседних ячеек,  $P_i$  — вероятность перехода ячейки в состояние 1,  $n$  — число соседних ячеек с состоянием 1.

Представленная модель, базируется на следующих допущениях:

- Элемент площади эпидемического массива, представляемый шестиугольной ячейкой, может находиться в одном из двух состояний - «болит» и «не болит»;
- Значения размера ячейки и шага времени позволяют процессу (эпидемии) распространиться только в ячейки, соседние с болезнью за один шаг;
- Вероятность возникновения эпидемии в здоровей ячейке зависит от вещественного параметра, связанного со всеми факторами эпидемической площади, представляемой ячейкой, а также от числа больных соседних ячеек (с состоянием 1). С учётом вырожденного случая (решётка из единственной

ячейки) и краевых условий число соседних ячеек может принимать значения 0, 1, 2, 3, 5, 6. (от 0 до 6).

**Структуры данных и программная реализация.** Прототип программной реализации КА-модели создан с использованием компилятора *Free Pascal* в среде разработки *Lazarus*. На рисунке 3.3 приведена диаграмма классов реализации. Решётка представлена прямоугольным двумерным массивом экземпляров класса «Гексагональная ячейка». Поскольку в этом случае чётные и нечётные строки оказываются, смещены по индексам элементов, для реализации правил перехода неудобно использовать индексную арифметику, обычно применяющуюся в случае прямоугольных решёток. В связи с этим класс «Гексагональная ячейка» содержит свойство массив указателей на соседние ячейки, что увеличивает расход памяти, но упрощает реализацию алгоритмов перехода из состояния в состояние.

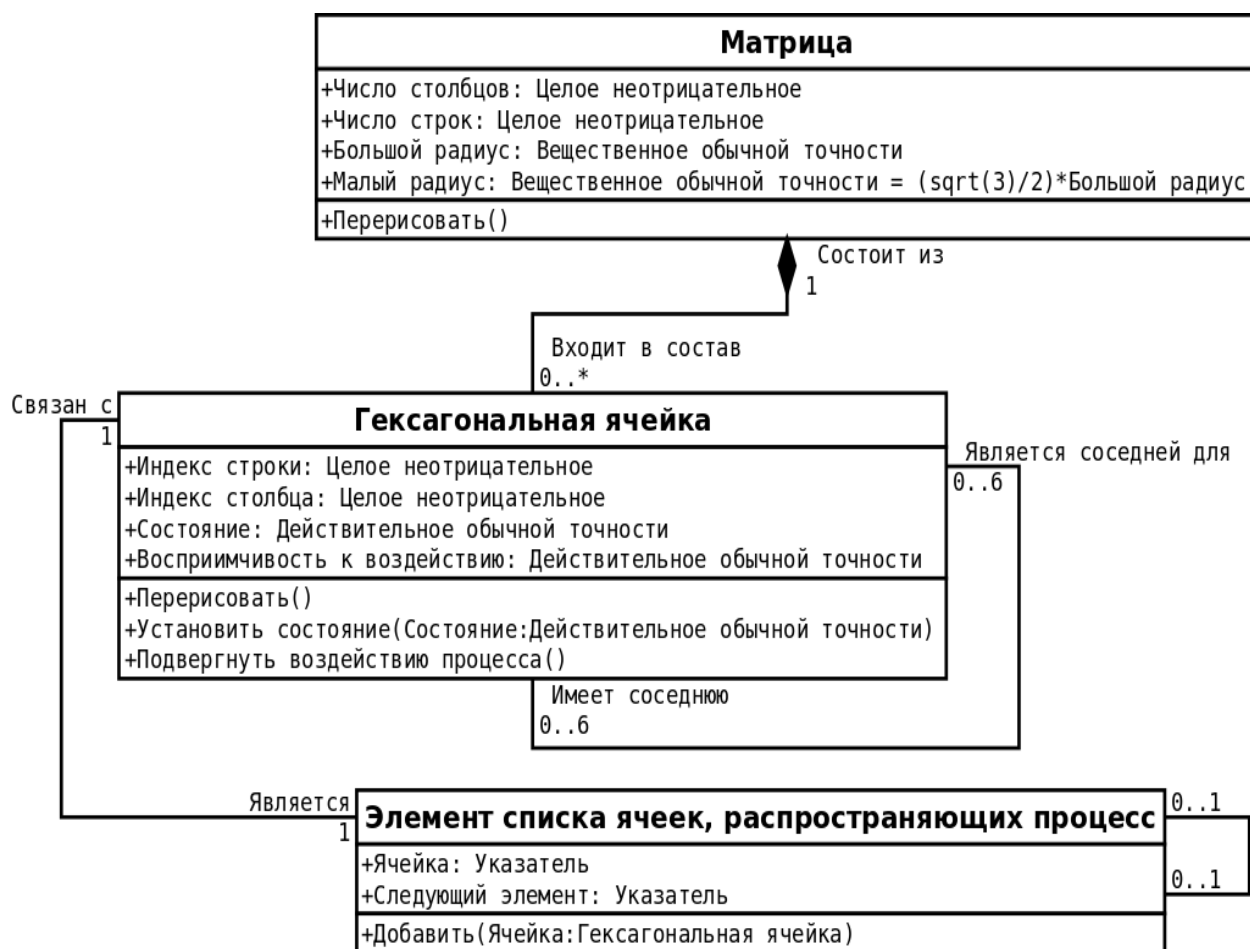


Рис. 3.3. Диаграмма классов программной реализации hexasim

Для исключения из алгоритма перехода ячеек, не имеющих соседних распространителей процесса, создан однонаправленный список указателей на «болеющие» ячейки. На каждом временном шаге после применения правил перехода ячейки с состоянием 1 добавляются к списку. Для реализации разработанных алгоритмов создана моделирующая программа. Она позволила по шагам оценить эффективность созданных алгоритмов и провести эксперименты при моделировании эпидемических заболеваний. На рисунке 3.4 приведена схема алгоритма работы сервиса [100].

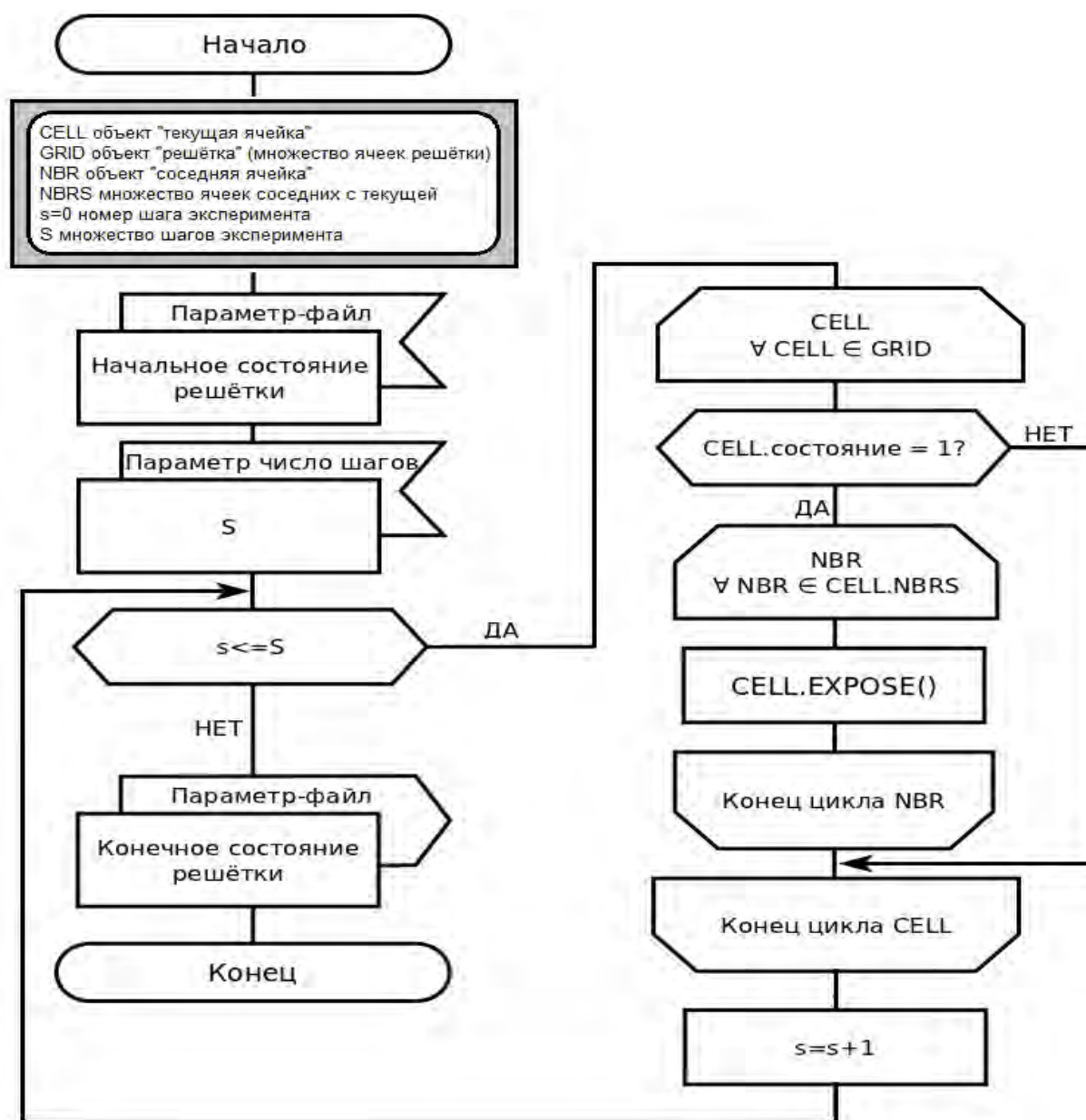


Рис. 3.4. Схема алгоритма работы сервиса

**Форматы параметров.** Разработанный программный модуль для прогнозирования пространственного распространения эпидемических заболеваний является проблемно-ориентированным сервисом, предназначенным для работы в среде распределённых вычислений MatchCloud. Поступающие в виде запросов клиентов задания на имитационные эксперименты содержит параметризованное описание задачи, формулируемое в виде конечного набора входных параметров. На рисунке 3.5 представлен состав параметров сервиса. Результаты имитационных экспериментов возвращаются клиенту в виде файла выходных данных.

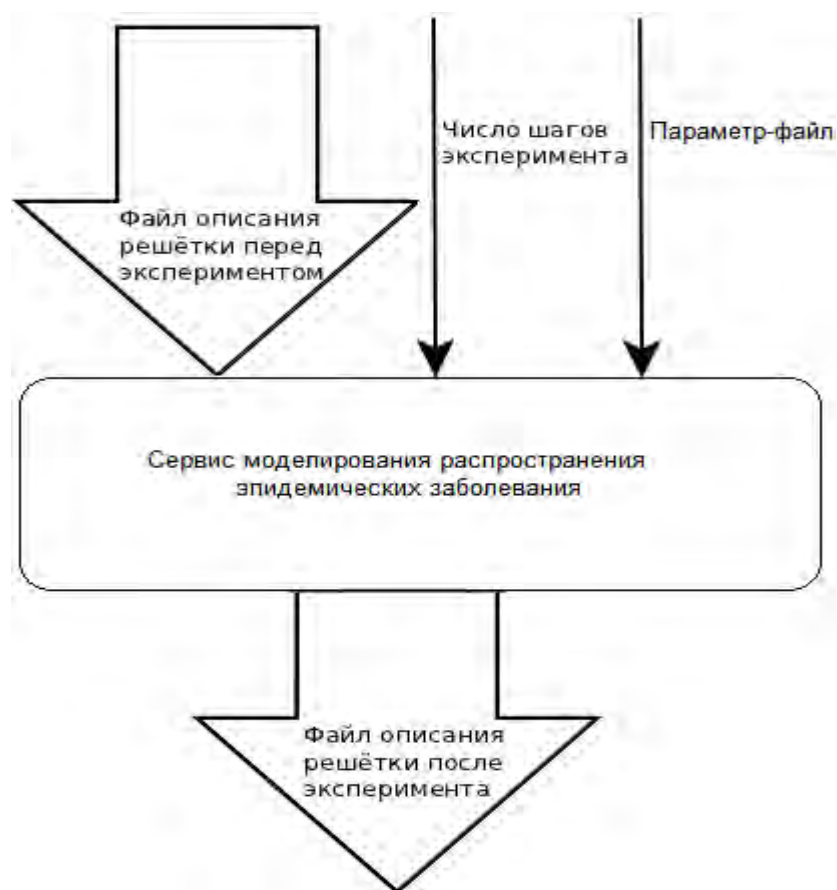


Рис. 3.5. Состав параметров сервиса

**Входные параметры:**

- Файл описания решётки перед экспериментом (Файл, содержащий описание типа решётки КА-модели эпидемии, описание состояния всех ячеек перед экспериментом). Данные файлы должны формироваться модулями

прикладных ГИС, содержащими картографические данные моделируемого участка земной поверхности. В целях тестирования сервиса возможно использование разработанного программного модуля параметрического формирования случайных решёток;

- Число шагов эксперимента — длительность имитационного эксперимента, число просчётов синхронной КА-модели;
- Файл описания решётки после эксперимента — аналогичен входному, содержит описание состояния ячеек после эксперимента.

**Формат файла описания решётки.** Описание состояния и параметров ячеек регулярных решёток, представляющих эпидемические массивы с достаточным пространственным разрешением, связано с необходимостью хранения больших объёмов достаточно просто структурированной информации. В связи с этим, использование языков описания структур данных, таких как XML и JSON, является нерациональным из-за значительных накладных расходов на хранение метаданных в файлах описания данных. Для хранения больших объёмов слабоструктурированной информации принято использовать двоичные форматы файлов, либо плоский текст.

В большинстве случаев двоичный формат является оптимальным по критерию объёма данных, однако отсутствие возможности редактирования и просмотра его человеком без использования специальных средств является серьёзным недостатком. Для файлов описания решёток, таким образом, выбран формат на основе плоского текста в однобайтной кодировке ASCII.

Листинг 1

```
Строка 1 → HEX|ORTH
```

```
Строка 2, Строка 3 ..., Строка N → <Номер строки>TAB<Номер
```

```
столбца>TAB<Состояние ячейки>TAB<Значение параметра 1>...<Значение параметра  
M>
```

Первая строка содержит описание формы ячеек и может принимать значения HEX (шестиугольные ячейки) и ORTH (прямоугольные).

Каждая последующая строка описывает ячейку решётки. Числа в строке обозначают соответственно: номер строки, номер столбца, состояние ячейки, значения параметров ячейки. Все значения разделены символом табуляции (код0x09).

Пример 1. Файл, описывающий прямоугольную решётку КА размером 3х3 ячейки, каждая из которых имеет бинарное состояние и два вещественных параметра:

Листинг 2

| ORTH |   |   |        |        |
|------|---|---|--------|--------|
| 1    | 1 | 0 | 0.3432 | 0.3322 |
| 1    | 2 | 0 | 0.1233 | 0.3221 |
| 1    | 3 | 0 | 0.0012 | 0.0125 |
| 2    | 1 | 0 | 0.3211 | 0.3212 |
| 2    | 2 | 1 | 0.9932 | 0.2321 |
| 2    | 3 | 1 | 0.3212 | 0.5431 |
| 3    | 1 | 0 | 0.3212 | 0.3211 |
| 3    | 2 | 0 | 0.6773 | 0.4321 |
| 3    | 3 | 1 | 0.3214 | 0.4321 |

Пример 2. Файл, описывающий гексагональную решётку КА размером 2х2 ячейки, каждая из которых имеет бинарное состояние и один вещественный параметр:

Листинг 3

| HEX |   |   |      |
|-----|---|---|------|
| 1   | 1 | 0 | 0.43 |
| 1   | 2 | 1 | 0.32 |
| 2   | 1 | 0 | 0.22 |
| 2   | 2 | 1 | 0.32 |



**Файл описания сервиса.** Ниже приведён текст файла описания сервиса для контейнера Everest.

Листинг 4

```
{
  "name": "ca_sim",
  "description": "Service for the simulation of cellular automata models",
  "inputs": {
    "input1": {"type": "file", "title": "CA_grid_in", "optional": false}
    "input2": {"type": "integer", "title": "Steps_to_run"},
    "input2":
    {"type": "file", "title": "AUX_params_file_in", "optional": true},
  },
  "outputs": {
    "outputq": {"type": "file", "title": "CA_grid_out"}
  }
}
```

**Средство визуализации результатов.** Средство визуализации данных в разработанном формате представляет собой локальное приложение, созданное с использованием средств разработки FreePascal/Lazarus. Запуск приложения возможен на любой аппаратно-программной платформе, которая доступна в качестве целевой платформы в данной среде разработки. Приложение поддерживает масштабирование и прокрутку изображения двумерной решётки КА. При этом цвет ячеек, возможно, связать с их состоянием и параметрами [100,101].

На рисунке 3.6 приведены результаты визуализации при моделировании эпидемических заболеваний с интервалом 25 шагов. При этом использовалась тестовая решётка размером 128x128 ячеек со случайным значением  $\pi$  и препятствием в виде локальной группы ячеек с  $\pi = 0$ .

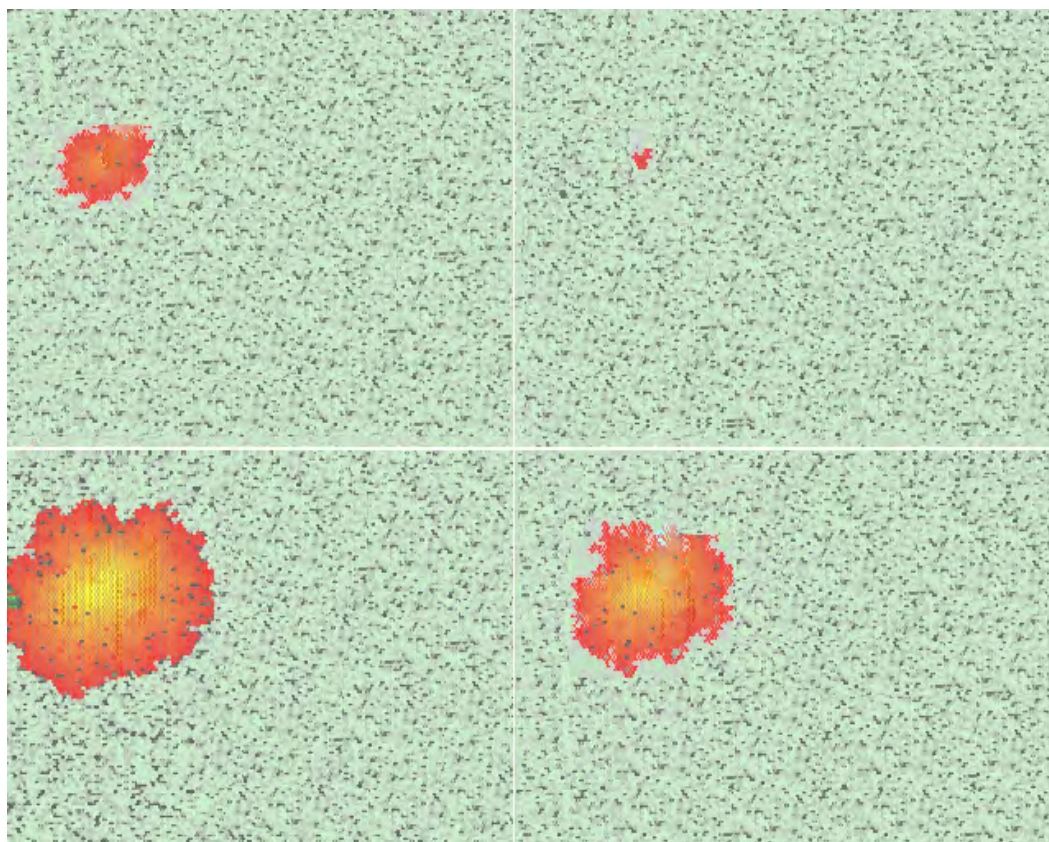


Рис. 3.6. Пример работы hexasim

Для практического применения КА-моделей распространения эпидемических заболеваний необходимо решение задачи интеграции информации из информационных систем и других источников данных, а также увеличение размерности решёток может значительно повысить объём вычислений и используемых данных, что требует применение технологий высокопроизводительных вычислений и вычислений с высокой пропускной способностью для решения практических задач. В работе рассмотрено исследование распространения эпидемий с применением метода клеточного автомата. Результаты исследования свидетельствует о том, что использование предложенной модели позволяет определить особенности функционирования этого метода для прогнозной оценки эпидемиологической ситуации в контактируемых рамках [102].

### 3.2. Совмещение вероятностных клеточных автоматов и компартментных моделей для прогнозной оценки распространения эпидемических заболеваний

В работе рассматриваются совмещение модели вероятностных клеточных автоматов и компартментных моделей для прогнозной оценки пространственного распространения эпидемических заболеваний (на примере гриппа). Они позволили исследовать динамику развития эпидемии, а также зависимость ее продолжительности, количества переболевших особей и других показателей от параметров популяции, характеризующих использование профилактических мер и интенсивность контактов особей друг с другом. Было показано, что результаты различных способов моделирования близки друг к другу. В одной из первых моделей эпидемии, которые описывают три группы населения: восприимчивых к заболеванию (Susceptible), зараженных, инфицированных, восприимчивых (Infectious) и выздоровевших, получивших долговременный иммунитет (Recovered) [103].

SIR-модель задается системой дифференциальных уравнений для стохастической модели эпидемии имеют вид (при  $\Gamma t=1$ ):

$$\begin{cases} S^{t+1} = S^t + rb(\alpha; N^t) - rb(\beta I^t; S^t) - rb(\mu; S^t); \\ I^{t+1} = I^t + rb(\beta I^t; S^t) - rb(\gamma; I^t) - rb((\mu + \mu_i); I^t); \\ R^{t+1} = R^t + rb(\gamma; I^t) - rb(\mu; R^t); \\ N^{t+1} = S^{t+1} + I^{t+1} + R^{t+1}; \end{cases} \quad (3.1)$$

$S_t$  - количество восприимчивых особей в популяции в момент времени  $t$ ,  $I_t$  - число зараженных особей в популяции в момент времени  $t$ ,  $R_t$  - количество восстановленных особей в популяции в момент времени  $t$ . Где  $rb$  – оператор задания случайной величины в соответствии с биномиальным законом распределения. Если  $rb = \text{Randbinom}(p; n)$ , то  $p$  - число интенсивность, вероятность успеха,  $n$  – число испытаний.

Для решения системы (3.1) используются рекуррентные соотношения (при  $\Gamma t=1$ ) вида [104]:

$$\begin{cases} S^{t+1} = S^t + rb(\alpha; N^t) - rb(\beta; I^t; S^t) - rb(\mu; S^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, S_i^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, S^t); \\ I^{t+1} = I^t + rb(\beta; I^t; S^t) - rb(\gamma; I^t) - rb((\mu + \mu_i); I^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, I_i^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, I^t); \\ R_{t+1} = R_t + rb(\gamma; I_t) - rb(\mu; R_t) + \sum_{i=1}^j rb(M, R_i^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, R^t); \end{cases} \quad (3.2)$$

Где:  $\alpha$  - частота появления новых восприимчивых в популяциями,  $\beta$  - частота инфицирования,  $\gamma$  - частота выздоровления,  $\mu$  - частота естественный смерти,  $\mu_i$  - частота смерти от болезни,  $N$  – общая численность населения.  $M$  - Коэффициент скорость миграция.

*В качестве первого примера* при моделировании совмещения SIR-модель на основе клеточного автомата для прогнозной оценки пространственного распространения эпидемических заболеваний. Для сравнения одной ячейки с другими нами принято, что имеется 4 ячейки, в одной из которых содержатся заболевшие. В остальных ячейках такого состояния нет.

Для получения результатов при моделировании SIR модель, нами приняты следующие значения параметров системы (3.2):  $\alpha= 0.02$ ,  $\beta= 0.0005$ ,  $\gamma= 0.04$ ,  $\mu= 0.01$ ,  $\mu_i= 0.03$ ,  $M= 0,1$  Начальные условия  $S(0)= 1000$ ,  $R(0)= 0$  не изменяются во всех экспериментах. Для выполнения этой задачи используется программы *gnumeric spreadsheet* [105].

Рассмотрено влияние начального количества распространителей инфекции ( $I(0)$ ) на общую картину развития заболевания:  $I(1) = 25$ ,  $I(2,3,4) = 0$ . Решения найдены в интервале времени  $[0,100]$ . На рисунке 3.7 приведены результаты вычислительного эксперимента в стохастической SIR модели при различных значениях  $I(0)$ .

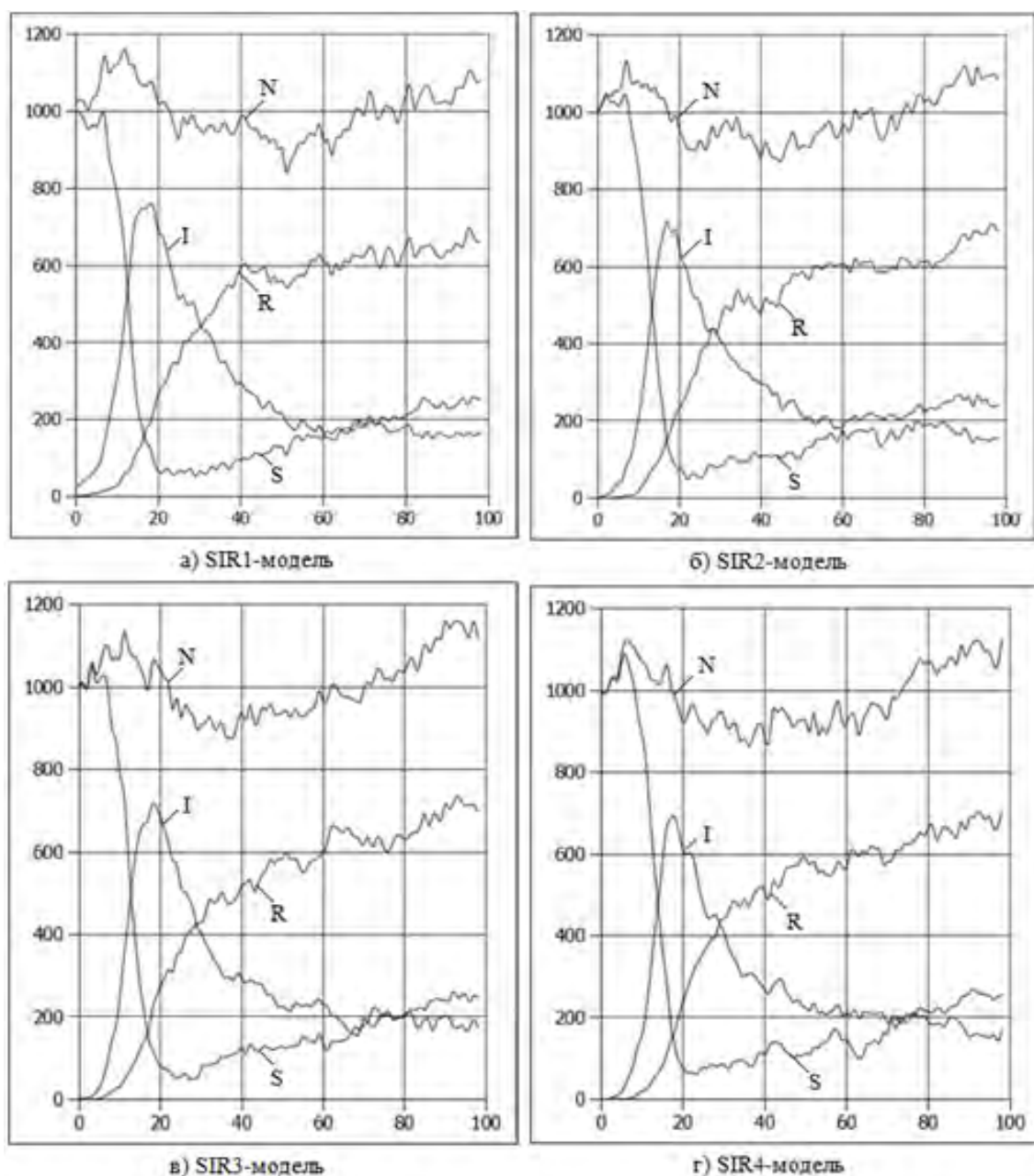


Рис. 3.7. Результаты вычислительного эксперимента, в стохастической SIR модели при различных значениях  $I(0)$

Следует отметить, что влияние начального количества распространителей инфекции  $I(1)$ , на остальные ячейки ( $I(2,3,4)$ ), это происходит через влияние коэффициента скорость миграции.

В таблице 3.1 приведены результаты для сравнения каждой ячейкой с остальными ячейками, рассматриваются 5 реализаций в каждой ячейке в момент времени  $t=80$  при различных значениях  $I(0)$ , которые реализованы в экспериментах [106].

Таблица 3.1

| t=0  | j | t=80 |     |     |      |
|------|---|------|-----|-----|------|
| I(0) |   | S    | I   | R   | N    |
| 25   | 1 | 183  | 211 | 648 | 1042 |
|      | 2 | 188  | 298 | 785 | 1271 |
|      | 3 | 202  | 211 | 567 | 980  |
|      | 4 | 208  | 206 | 645 | 1059 |
|      | 5 | 144  | 207 | 588 | 939  |
| 0    | 1 | 190  | 224 | 612 | 1026 |
|      | 2 | 220  | 204 | 517 | 941  |
|      | 3 | 183  | 196 | 695 | 1074 |
|      | 4 | 188  | 260 | 657 | 1105 |
|      | 5 | 182  | 270 | 693 | 1145 |
| 0    | 1 | 200  | 206 | 631 | 1037 |
|      | 2 | 157  | 252 | 737 | 1146 |
|      | 3 | 147  | 230 | 630 | 1007 |
|      | 4 | 157  | 262 | 722 | 1141 |
|      | 5 | 175  | 223 | 658 | 1056 |
| 0    | 1 | 189  | 216 | 664 | 1069 |
|      | 2 | 175  | 232 | 696 | 1103 |
|      | 3 | 150  | 246 | 667 | 1063 |
|      | 4 | 187  | 175 | 728 | 1090 |
|      | 5 | 157  | 236 | 664 | 1057 |

В сравнительном анализе используются средних оценок, которые является основным инструментом для сравнения результатов модели. Из таблицы 3.1 представлены для каждой ячейки при различных значениях  $I(0)$ , средние оценки  $S'(t = 80)$ ,  $I'(t = 80)$ ,  $R'(t = 80)$ ,  $N'(t = 80)$ , приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2

| t=0  | t=80 |     |     |      |
|------|------|-----|-----|------|
| I(0) | S'   | I'  | R'  | N'   |
| 25   | 185  | 227 | 647 | 1058 |
| 0    | 193  | 231 | 635 | 1058 |
| 0    | 167  | 235 | 676 | 1077 |
| 0    | 172  | 221 | 684 | 1076 |

В качестве второго примера проведен сравнительный анализ имитационной компартментной модели и совмещения SIR-модель на основе клеточного автомата для прогнозной оценки пространственного распространения эпидемических заболеваний.

Для получения результатов моделирования и сравнение двух моделей нами приняты следующие значения параметров системы (3.1) и (3.2): В компартментной модели  $S(0) = 4000$ ,  $I(0) = 25$ ,  $R(0) = 0$ . В использовании совмещения модели имеется 4 ячейки и сумма всех ячеек  $S_{\text{общ}}(0) = 4000$ ,  $I(1) = 25$ ,  $I(2,3,4) = 0$ ,  $R(0) = 0$ .  $\alpha = 0.02$ ,  $\beta = (0,0001 \dots 0.0005)$ ,  $\gamma = 0.04$ ,  $\mu = 0.01$ ,  $\mu_i = 0.03$ ,  $M = 0,1$ .

На рисунке 3.8 (а,б) представлен график, который показывает сравнение в стохастической модели распространения эпидемии [107].

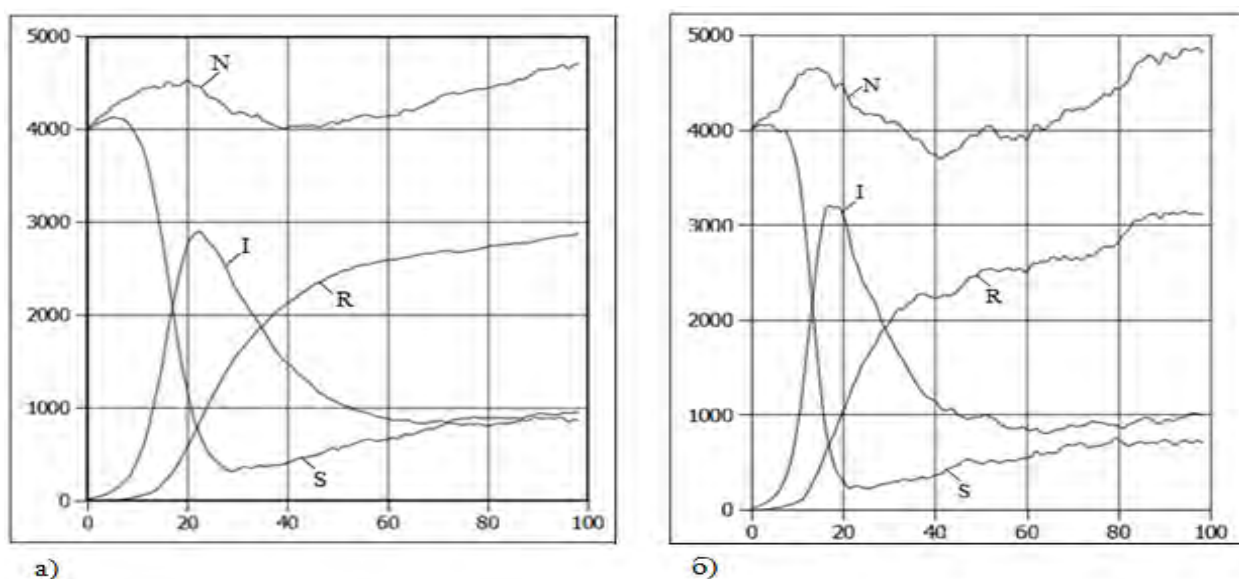


Рис. 3.8. а) компартментные модели, б) совмещение модели



В таблице 3.3 приведены результаты анализа для сравнения имитационной компартментной модели и совмещения SIR-модель на основе клеточного автомата, рассматриваются 5 реализаций в каждой ячейке в момент времени  $t=80$  при различных значениях  $I(0)$ , которые реализованы в экспериментах.

Таблица 3.3

| $t=0$                                   |   | $t=80$ |      |      |      |
|-----------------------------------------|---|--------|------|------|------|
| $I(0)$                                  | j | S      | I    | R    | N    |
| компартментные модели при $I=25$        | 1 | 811    | 896  | 2741 | 4448 |
|                                         | 2 | 866    | 811  | 2669 | 4346 |
|                                         | 3 | 898    | 891  | 2817 | 4606 |
|                                         | 4 | 859    | 877  | 2684 | 4420 |
|                                         | 5 | 924    | 995  | 2773 | 4692 |
| комбинированные модели при $I=0,0,0,25$ | 1 | 730    | 879  | 2830 | 4439 |
|                                         | 2 | 681    | 904  | 2397 | 3982 |
|                                         | 3 | 726    | 961  | 2795 | 4482 |
|                                         | 4 | 735    | 1013 | 2749 | 4497 |
|                                         | 5 | 613    | 802  | 2071 | 3486 |

Таким образом, в результате этих исследований, в первом примере сравнительный анализ для прогнозной оценки пространственного распространения эпидемических заболеваний, установлено, что все клетки приобретают признаки друг от друга под влиянием коэффициента миграции, коэффициент миграции приводит к влиянию на передачу и распределение инфекции к соседям (ячейкам). Клеточных автоматов является способность элементов к пространственному перемещению и применение понятия состояния к новому положению.



Отметить что, во втором примере сравнительный анализ компартментной и комбинированной моделей распространения эпидемии, установлено, что в комбинированной моделей число инфекции (I), сильно увеличивается, в момент времени  $t=80$ . По сравнению с компартментной модели. Это означает, что комбинация моделей с помощью клеточного автомата влияет на передачу и распределение инфекции к другим ячейкам. Помогает определить больные клетки быстрого и точного времени в будущем процессе лечения [106,107].

### **3.3. Имитационная модель пространственного распространения холеры на основе вероятностного клеточного автомата**

В работе рассматривается комбинированная модель пространственного распространения эпидемических заболеваний (на примере холеры) на основе вероятностного клеточного автомата и компартментной модели. Распространение эпидемии является пространственно-распределённой динамической системой, для описания пространственно-временного поведения которой возможно применение моделей класса клеточных автоматов.

Модели динамики передачи холеры, выделяет три группы населения: восприимчивых к заболеванию (Susceptible), зараженных, инфицированных, восприимчивых (Infectious) и выздоровевших (Recovered), и двумя состояниями для холерных вибрионов,  $B_H$ : Высоко-инфекционных холерных вибрионов,  $B_L$ : Низко-инфекционных холерных вибрионов. Общая численность населения  $N$ , постоянная так же как имеет постоянное рождение  $\alpha$ . и уровень смертности  $\mu$ . Инфекция вызвана, глотая загрязненную воду с также высоко-инфекционные  $B_H$  (HI vibrios/ml), или  $B_L$  понижаются инфекционный (non-HI vibrios/ml) с уровнем  $\beta_H$  и  $\beta_L$ , соответственно, это также принято, когда  $B_H = K_H$  и  $B_L = K_L$ , вероятность получающегося приема пищи болезнь 0.5.  $\xi$  является скорость, с которой I классе способствует  $B_H$  и  $x$  является скорость, с которой  $B_H$  продвижение к  $B_L$ . Кроме того,  $\gamma$  является скорость, с которой случаи будут

восстановлены, а  $\delta_L$  является скорость, где холерный вибрион теряет свою жизнеспособность в водной среде.

Модель холера системой дифференциальные уравнения модели управления холеры имеют вид (при  $\Gamma t=1$ ) [108]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = \alpha N - \beta_H \frac{S \cdot B_H}{B_H + K_H} - \beta_L \frac{S \cdot B_L}{B_L + K_L} - \mu S; \\ \frac{dI}{dt} = \beta_H \frac{S \cdot B_H}{B_H + K_H} + \beta_L \frac{S \cdot B_L}{B_L + K_L} - (\mu + \gamma) I; \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R; \\ \frac{dB_H}{dt} = \xi I - \chi B_H; \\ \frac{dB_L}{dt} = \chi B_H - \delta_L B_L; \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Для решения системы (3.3) используются рекуррентные соотношения (при  $\Gamma t=1$ ) вида [108]:

$$\left\{ \begin{array}{l} S^{t+1} = S^t + \alpha N^t - \beta_H \frac{S^t \cdot B_H^t}{B_H^t + K_H} - \beta_L \frac{S^t \cdot B_L^t}{B_L^t + K_L} - \mu S^t; \\ I^{t+1} = I^t + \beta_H \frac{S^t \cdot B_H^t}{B_H^t + K_H} + \beta_L \frac{S^t \cdot B_L^t}{B_L^t + K_L} - (\mu + \gamma) I^t; \\ R^{t+1} = R^t + \gamma I^t - \mu R^t; \\ B_H^{t+1} = B_H^t + \xi I_t - \chi B_H^t; \\ B_L^{t+1} = B_L^t + \chi B_H^t - \delta_L B_L^t; \end{array} \right. \quad (3.4)$$

Системы (3.3 , 3.4) соответствуют детерминированной модели эпидемии. Рекуррентные соотношения (3.5) для стохастической модели эпидемии имеют вид (при  $\Gamma t=1$ ) [109]:

$$\left\{ \begin{array}{l} S^{t+1} = S^t + rb(\alpha, N^t) - rb(\beta_H, (S^t \cdot B_H^t / B_H^t + K_H^t)) - rb(\beta_L, (S^t \cdot B_L^t / B_L^t + K_L^t)) - rb(\mu, S^t); \\ I^{t+1} = I^t + rb(\beta_H, (S^t \cdot B_H^t / B_H^t + K_H^t)) + rb(\beta_L, (S^t \cdot B_L^t / B_L^t + K_L^t)) - rb((\mu + \gamma), I^t); \\ R^{t+1} = R^t + rb(\gamma, I^t) - rb(\mu, R^t); \\ B_H^{t+1} = B_H^t + rb(\xi, I^t) - rb(\chi, B_H^t); \\ B_L^{t+1} = B_L^t + rb(\chi, B_H^t) - rb(\delta_L, B_L^t); \\ N^{t+1} = S^{t+1} + I^{t+1} + R^{t+1}; \end{array} \right. \quad (3.5)$$

Суть рассматриваемого метода моделирования пространственного распространения эпидемических заболеваний состоит в использовании комбинированной математической модели. Предлагаемая модель представляет собой вероятностный клеточный автомат, каждая ячейка которого представляет собой модель элементарной популяции с глобальным перемешиванием [109].

Для решения системы (3.5) используются рекуррентные соотношения (3.6) (при  $\Gamma t=1$ ) вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} S^{t+1} = S^t + rb(\alpha, N^t) - rb(\beta_H, (S^t \cdot B_H^t / B_H^t + K_H^t)) - rb(\beta_L, (S^t \cdot B_L^t / B_L^t + K_L^t)) - rb(\mu, S^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, S_i^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, S^t); \\ I^{t+1} = I^t + rb(\beta_H, (S^t \cdot B_H^t / B_H^t + K_H^t)) + rb(\beta_L, (S^t \cdot B_L^t / B_L^t + K_L^t)) - rb((\mu + \gamma), I^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, I_i^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, I^t); \\ R^{t+1} = R^t + rb(\gamma, I^t) - rb(\mu, R^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, R_i^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, R^t); \\ B_H^{t+1} = B_H^t + rb(\xi, I^t) - rb(\chi, B_H^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, B_{H_i}^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, B_H^t); \\ B_L^{t+1} = B_L^t + rb(\chi, B_H^t) - rb(\delta_L, B_L^t) + \sum_{i=1}^j rb(M, B_{L_i}^t) - \sum_{i=1}^j rb(M, B_L^t); \end{array} \right. \quad (3.6)$$

Где  $S_t$  - количество восприимчивых особей в популяции в момент времени  $t$ ,  $I_t$  - число зараженных особей в популяции в момент времени  $t$ ,  $R_t$  - количество восстановленных особей в популяции в момент времени  $t$ ,  $B_H$  - высокоинфекционных холерных вибрионов в момент времени  $t$ ,  $B_L$  - низкоинфекционных холерных вибрионов в момент времени  $t$ ,  $rb$  - оператор задания случайной величины в соответствии с биномиальным законом распределения.

Если  $rb = \text{Randbinom}(p;n)$ , то  $p$  - число интенсивность, вероятность успеха,  $n$  - число испытаний.

При моделировании комбинированной модели на основе клеточного автомата. В работе нами принято, что имеется 9 ячеек, в одной из которых содержатся заболевшие носители бактерий вида холерных вибрионов. В остальных ячейках такого состояния нет.

В описанном имитационном эксперименте нами приняты следующие значения параметров системы (3.6):  $\alpha = 0.08$ ,  $\beta_H = 0.21$ ,  $\beta_L = 0.21$ ,  $K_H = 1428$ ,  $K_L = 10^6$ ,  $\gamma = 0.2$ ,  $\chi = 0.2$ ,  $\xi = 0.5$ ,  $\delta_L = 0.033$ ,  $\mu = 0.11$ ,  $M = 0.1$ . Начальные условия: первая ячейка  $S(0) = 10000$ ,  $I(0) = 0$ ,  $R(0) = 0$ ,  $B_H(0) = 9$ ,  $B_L(0) = 1$ , остальные ячейки  $S(0) = 10000$ ,  $I(0) = 0$ ,  $R(0) = 0$ ,  $B_H(0) = 0$ ,  $B_L(0) = 0$  не изменяются во всех экспериментах [109].

На рисунке 3.9 приведены результаты анализа распространения холеры на основе вероятностного клеточного автомата в стохастической модели. Решения найдены в интервале времени [0-100] дней. Для выполнения этой задачи используется программы gnumeric spreadsheet [105].

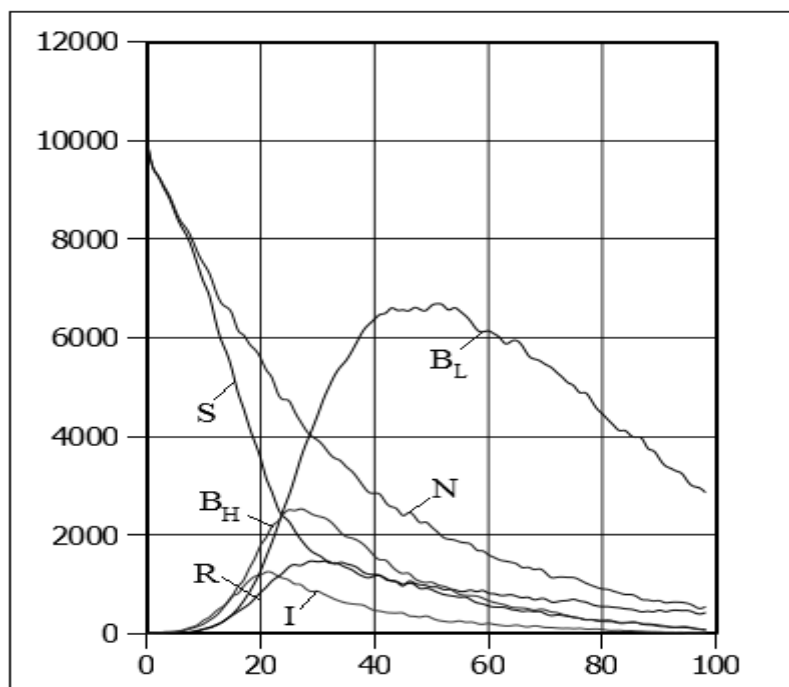


Рис.3.9. Общий модель распространения холеры в стохастической модели

На рисунке 3.10 приведены графики переменных состояния распространителей инфекции (I), во всех ячейках в интервале времени [0-100] дней.

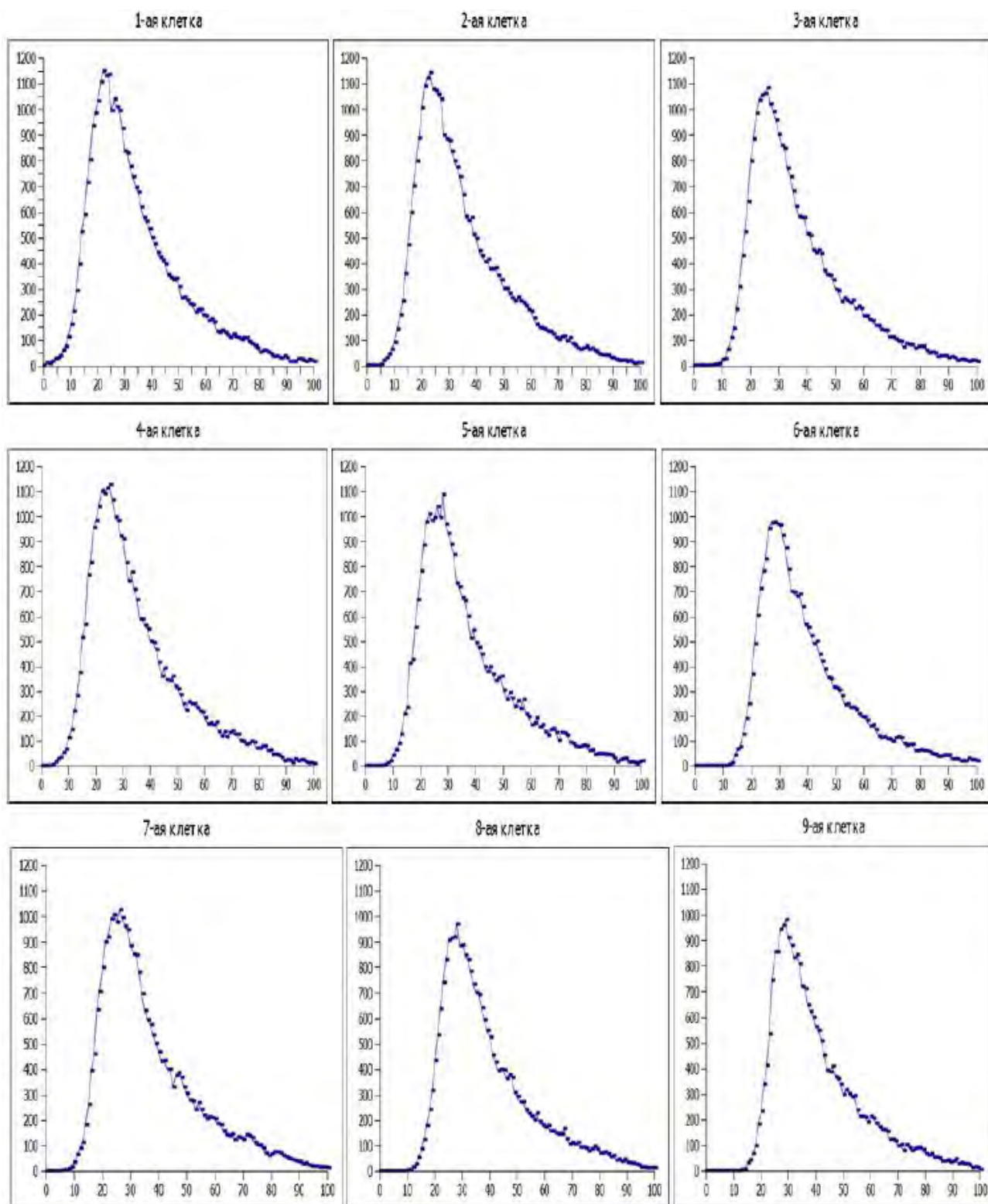
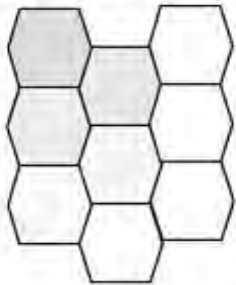


Рис.3.10. Графики переменных состояния распространителей инфекции (I)

Сравнение всех ячеек по интенсивности окрашивания в зависимости от значения числа переменных состояния распространителей инфекции ( $I$ ). Сравнение ячеек представлено в таблице 3.4 в моменты времени  $t=10, 20, 30, 40$  дней.

Таблица 3.4

| $t=10$                                                                                      | $t=20$                                                                                        | $t=30$                                                                                      | $t=40$                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
|            |              |           |           |
| 0-35       | 235-4270     | 840-875   | 465-500   |
| 35-70      | 365-400      | 875-910   | 500-535   |
| 70-105    | 780-815     | 930-965  | 535-570  |
| 105-140  | 970-1005   |                                                                                             |                                                                                              |
| 140-175  | 1005-1040  |                                                                                             |                                                                                              |

Таким образом, в результате исследований комбинированной модели распространения эпидемии по холере на основе клеточных автоматов установлено, что миграционные потоки, вызывающие перемешивание в популяции, приводят к активации эпидемического процесса в изначально «здоровых» элементарных популяциях и пространственному переносу эпидемии.

Как показано на рисунке процесс передачи инфекции переходят от первой ячейки к остальным ячейкам в зависимости от коэффициента скорости миграции. Как следует из графиков, значение этого коэффициента очень сильно влияет на характер развития моделируемого эпидемического ситуации в соседних здоровых ячейках.

Скорости миграции имеют значительное влияние на передачу и распределение инфекции в каждой ячейке. В результате все клетки приобретают признаки друг от друга, под влиянием скорости миграции.

Было установлено, что в интервале времени  $t = 10-30$  дней, число распространителей инфекции (I) в ячейках существенно отличаются друг от друга. В интервале времени  $t = 30-40$  дней, таких отличия не наблюдается.

С увлечением времени число переменных состояния распространителей инфекции (I) практически уравнивается во всех ячейках.

При удалении от центра возникновения инфекции уменьшается значений максимуму число инфицировано [109].

### **3.4. Сравнительный анализ компартментной имитационной модели и комбинированной модели распространения холеры**

Исследование динамических свойств разработанной модели популяции необходимо как для качественной, так и для количественной оценки её адекватности. Параметры модели распространения холеры в популяции, определённые на основании информации из различных источников, очевидно, имеют различную степень точности и достоверности. Таким образом, представляется важным исследовать поведение модели при изменениях значений этих параметров в пределах, указанных в таблице 2.7.

В работе нами принято, реализация компартментной имитационной модели и комбинированной модели распространения холеры в виде комбинации двух моделей холеры на основе стохастической компартментной модели и вероятностного клеточного автомата.

В описанных ниже экспериментах моделировалось развитие эпидемического процесса в популяции, с использованием предложенной модели. Начальные условия моделирования:  $S = 1000$ ,  $I_s = I_a = R = 0$ ; Чтобы «запустить» эпидемический процесс в начальный момент времени объём

группы распространителей инфекции носители бактерий виды холерных вибрионов,  $B_H=99$ ,  $B_L=10$ .

На рисунке 3.11 приведена схема комбинации модели распространения холеры в популяции на основе клеточного автомата [94].

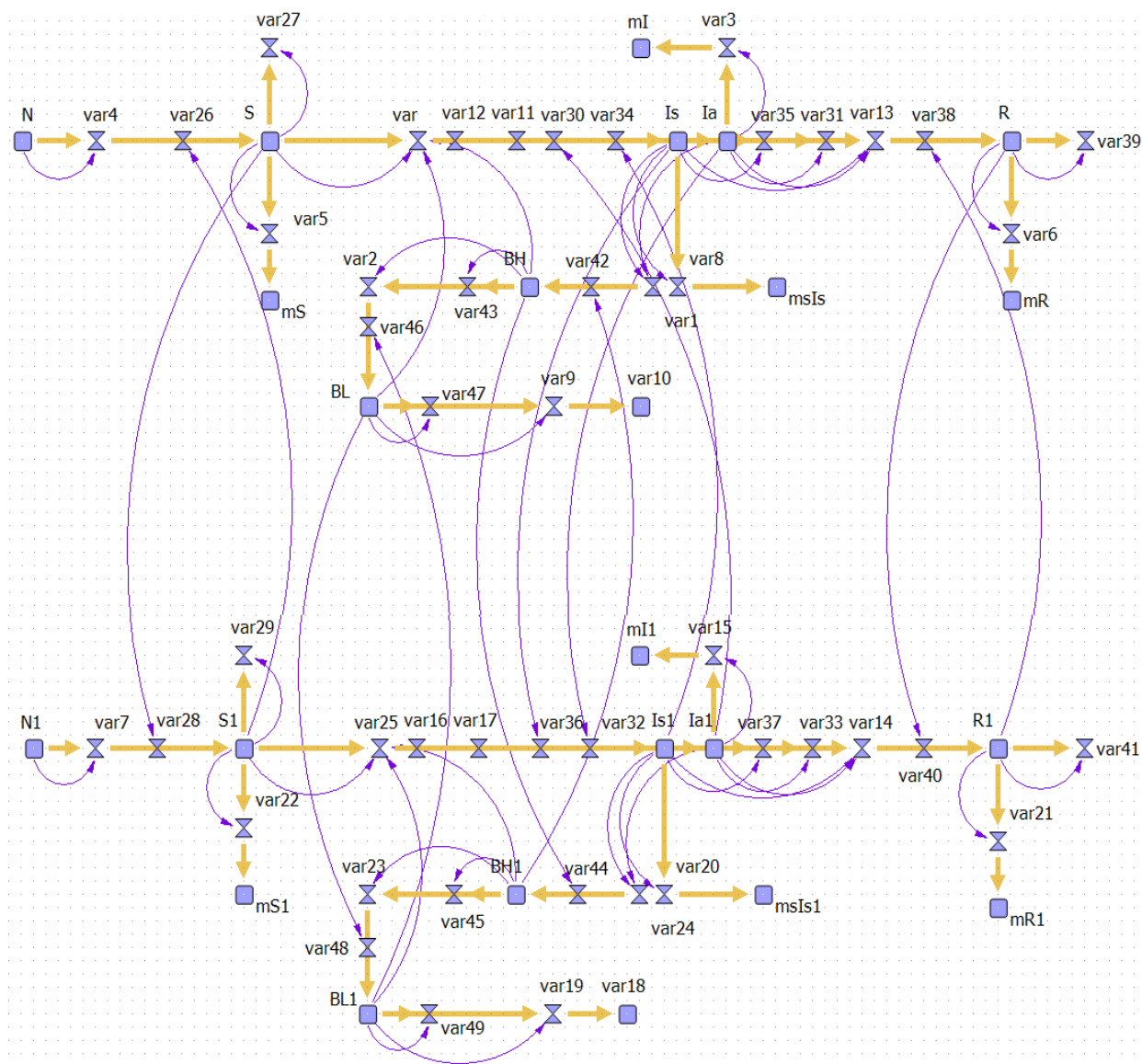
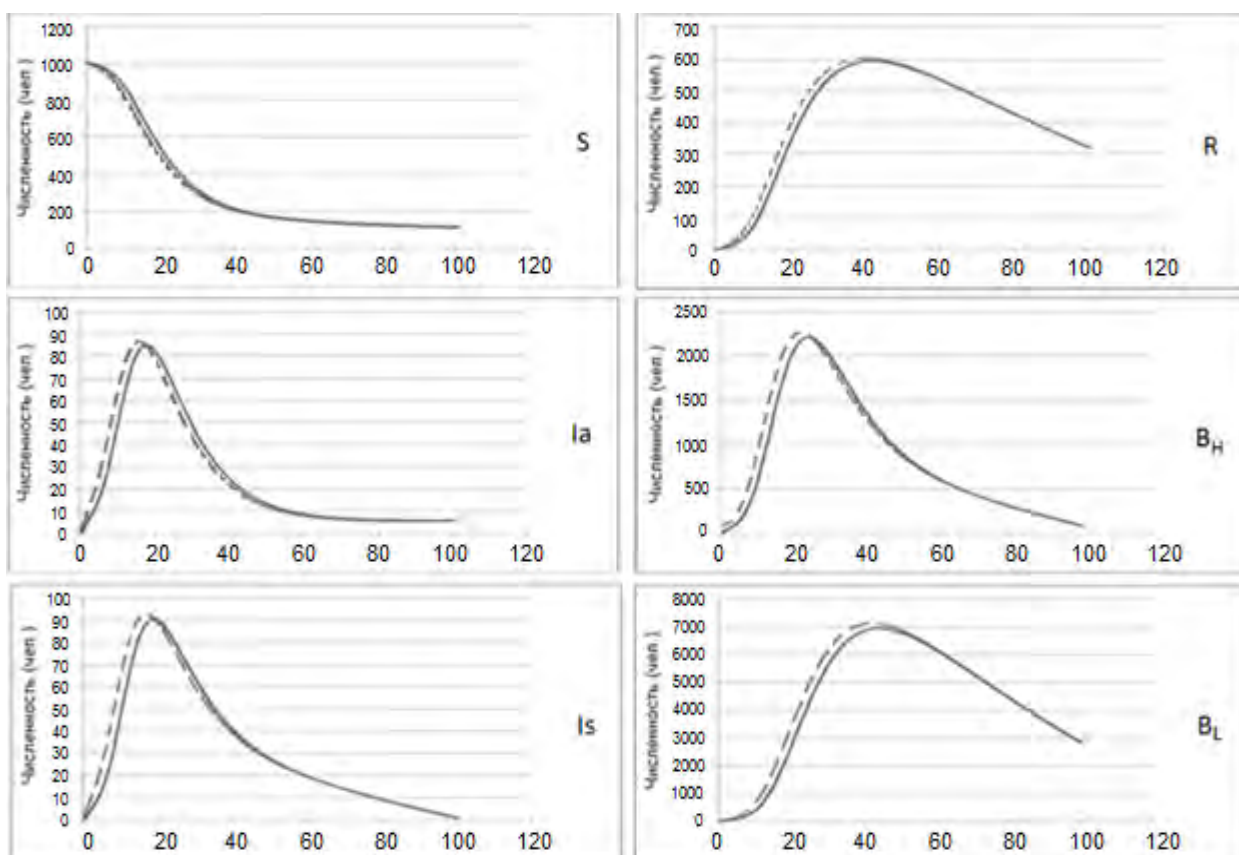


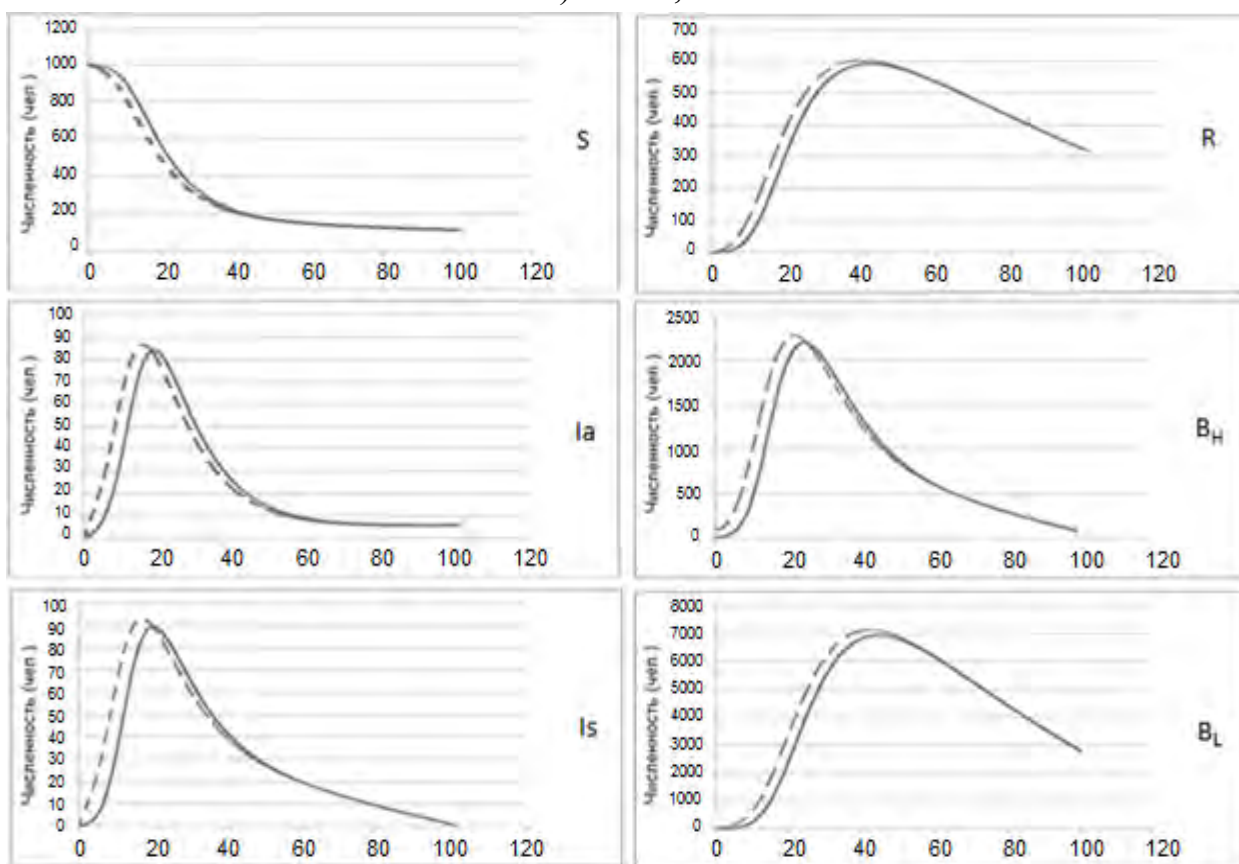
Рис. 3.11. Схема комбинации модели распространения холеры в популяции

На рисунке 3.12 (а-в) представлены результаты сравнительного исследования чувствительности детерминированной компартментной имитационной модели и комбинированной модели распространения холеры к изменению коэффициента скорости миграции ( $M$ ), при трех различных значениях в интервале времени  $[0-100]$  дней [110].

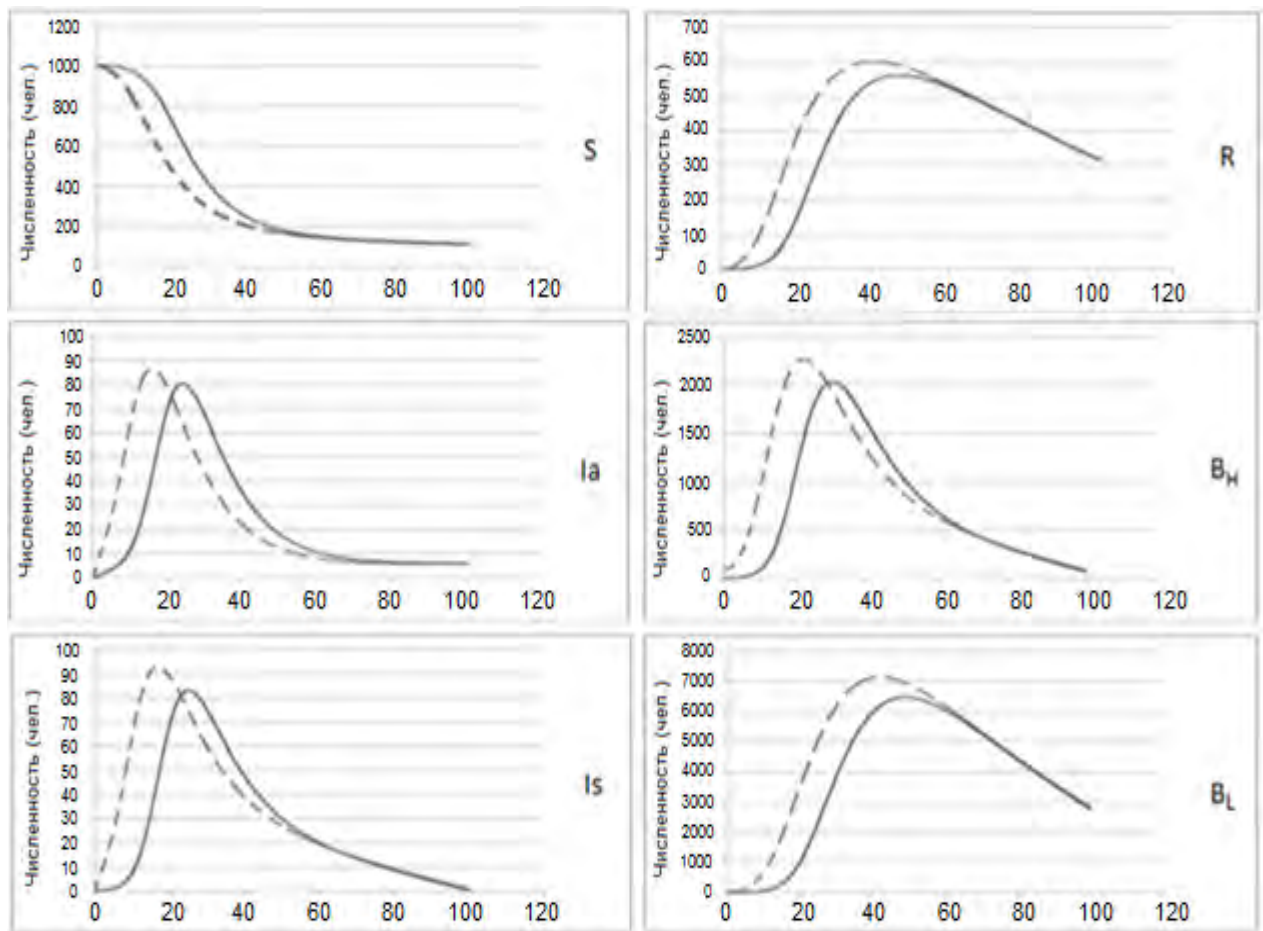




a)  $M = 0, 5$



б)  $M = 0, 05$



в)  $M = 0,005$

Рис. 3.12. Исследование чувствительности модели к изменению  $M$ .  
Сплошная линия – комбинированная модель, пунктирная – компартментная модель.

На рисунке 3.12 приведены графики чувствительности переменных состояния модели к изменению коэффициента скорости миграции  $M$ . Как следует из графиков, значение этого параметра очень сильно влияет на характер развития моделируемого эпидемического процесса.

Таким образом, результаты исследований модели показывают, что уменьшение интенсивности миграционных потоков между компартментами ведет к проявлению запаздывания изменения числа инфицированных по сравнению с моделями глобальными перемешиванием [110].

### **3.5. Экспериментальное исследование по изучению чувствительности миграции на основе клеточного автомата**

В настоящее время выделяют два основных направления развития теории клеточных автоматов. Первым направлением является использование клеточных автоматов в качестве среды моделирования (симулирования) различных процессов, явлений и феноменов во многих областях науки. Второе направление рассматривает клеточные автоматы как самостоятельный объект исследования.

Кроме того, клеточные автоматы являются по определению параллельными структурами и поэтому используются для решения проблем моделирования дискретных параллельных процессов, для создания параллельных алгоритмов обработки информации и представляют интерес в качестве основы вычислительной техники с высокопараллельной архитектурой.

Клеточные автоматы — системы, в которых время и пространство дискретны, и все величины принимают значения из конечного (обычно небольшого) набора значений

При рассмотрении таких систем используется следующая терминология: узел пространственной решетки (двумерной гексагональной) называется клеткой. Ближайшие к нему узлы называются соседями, причем возможен различный выбор соседей, который определяет различные автоматы. То, что в узле решетки величины принимают некоторый набор значений, называется «данная клетка находится в состоянии с такими значениями величин». И, наконец, законы изменения состояния клеток в зависимости от состояния их соседей (одинаковые во всех клетках), носят название правил клеточного автомата.

Важным свойством клеточных автоматов является локальность - динамика изменения значений величин в узле решетки зависит лишь от состояния ближайших узлов. Это позволяет значительно повысить скорость

расчетов таких моделей на специализированных машинах клеточных автоматов, обладающих высокой параллельностью.

Приводимые ниже характеристики не являются обязательными, однако, такая функциональность позволит проекту претендовать на то, чтобы быть универсальной средой для клеточных вычислений. Инструментальное средство, по возможности, должно:

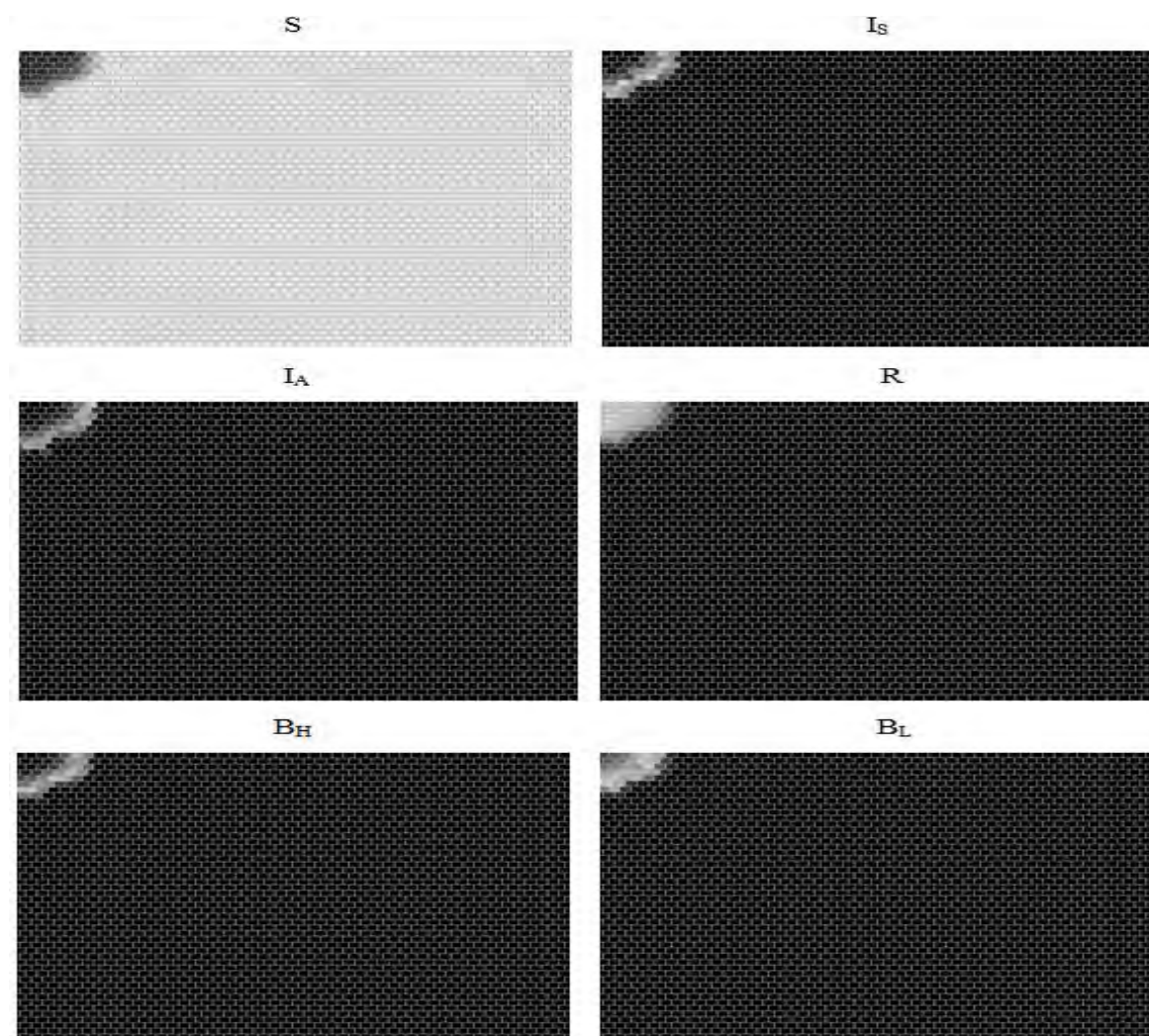
1. Предоставлять пользователям дружелюбный, удобный, современный интерфейс с богатым набором возможностей для работы.
2. Наглядно визуализировать состояния решетки, обеспечивать удобную навигацию по ней.
3. Быть максимально универсальным, не накладывать ограничений на множество автоматов, которые можно использовать.
4. Выполнять итерации, используя современные вычислительные и коммуникационные технологии, быстро и эффективно распараллеливая вычисления автомата с помощью доступных ресурсов.
5. Позволять удобно и надежно проводить продолжительные вычислительные эксперименты. Позволять производить не только сами вычисления, но и анализ результатов вычислений, а именно, поддерживать построение разнообразных графиков, демонстрировать изменения различных параметров моделируемой системы.

В качестве нескольких примеров использования КА, при комбинированном имитационном моделировании пространственного распространения холеры на основе стохастической компартментной модели и вероятностного клеточного автомата.

**Изучение влияния холерных вибрионов в популяции.** Представленные в работе две модели распространения эпидемий (клеточный автомат и модель холеры) позволили исследовать динамику развития заболеваемости, а также зависимость продолжительности эпидемии, количества переболевших и других показателей от параметров популяции, характеризующих использование

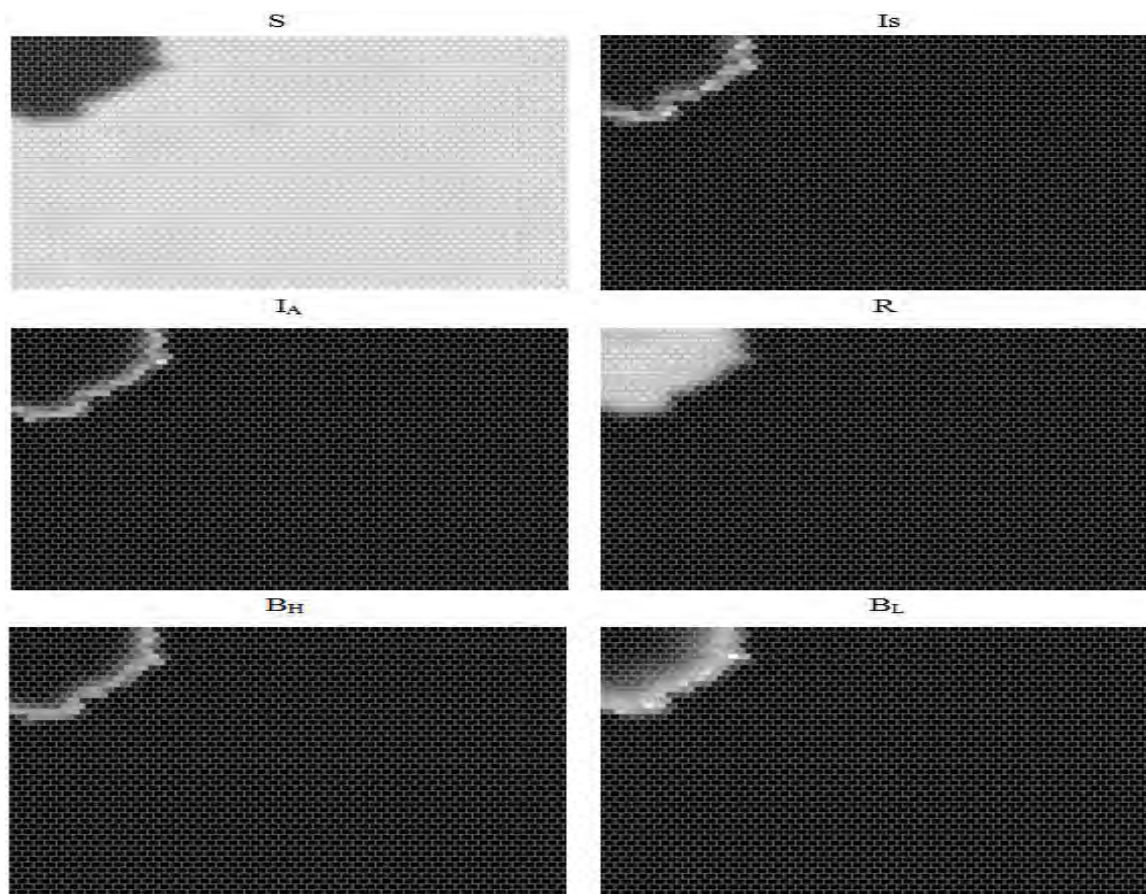
интенсивности контактов особей друг с другом. В данной работе был использован двумерный клеточный автомат, состоящий из гексогональных клеток. В качестве примера будем рассматривать результаты визуализации имитационного эксперимента с комбинированной моделью распространения холеры со следующими условиями: регулярная гексогональная решетка КА-модели, алгоритм соседства 1-го порядка, с интервалом 100 шагов и решеткой 50x50 ячеек, среднее число восприимчивых к заболеванию ( $S$ ) =  $10^5$ . Приводятся результаты для переменных состояния  $S$ ,  $I_S$ ,  $I_A$ ,  $R$ ,  $B_H$ ,  $B_L$  на шесть шагов дискретного времени  $t$ . Где:  $S=10^5$ ,  $B_H = 200$ ,  $B_L = 0$ ,  $I_S=0$ ,  $I_A=0$ ,  $R=0$

На рисунке 3.13 (а-е) результаты визуализации имитационного эксперимента модели распространения холеры.

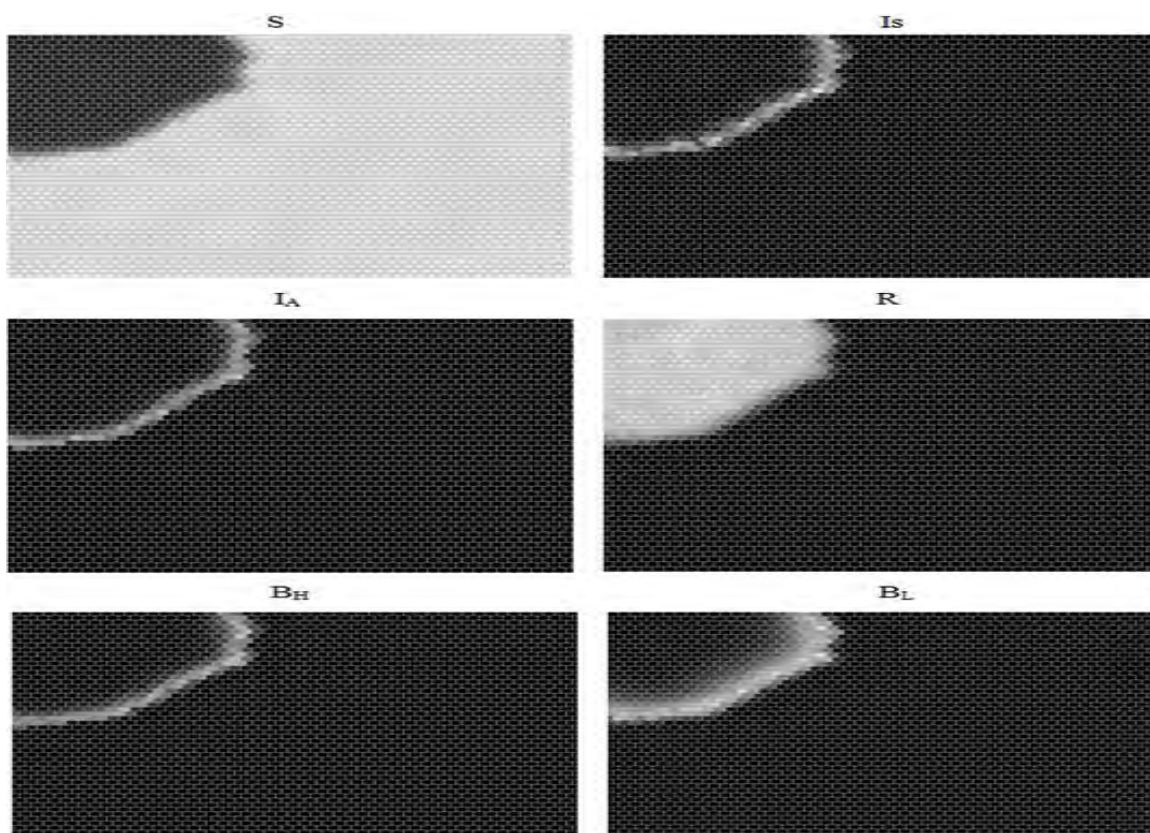


а)  $t=100$  дней



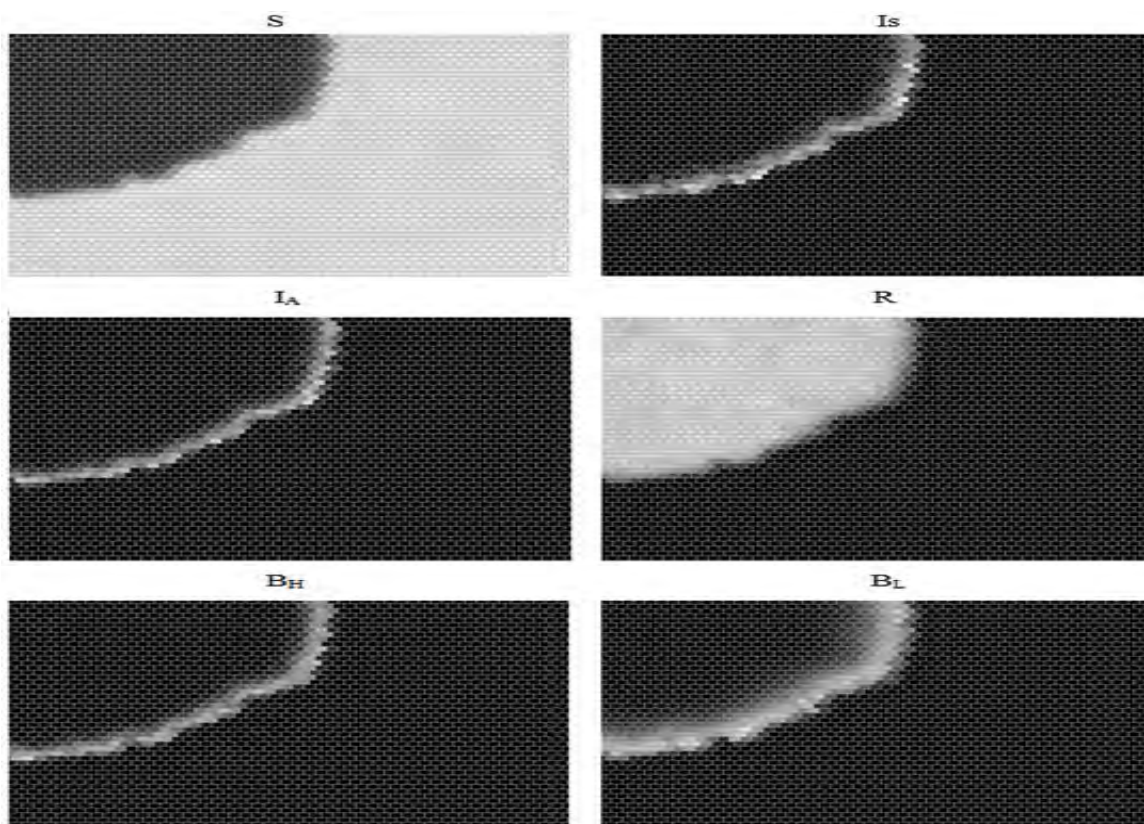


б)  $t=200$  дней

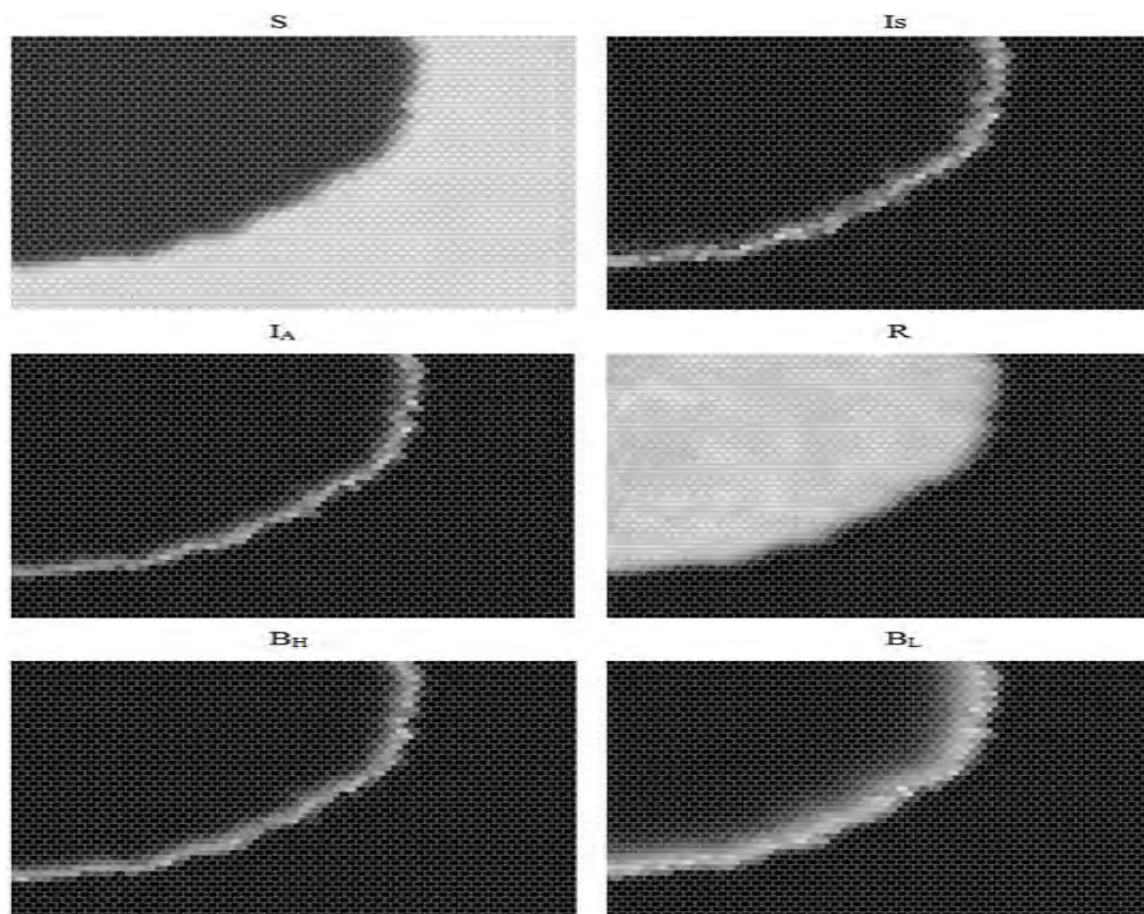


в)  $t=300$  дней

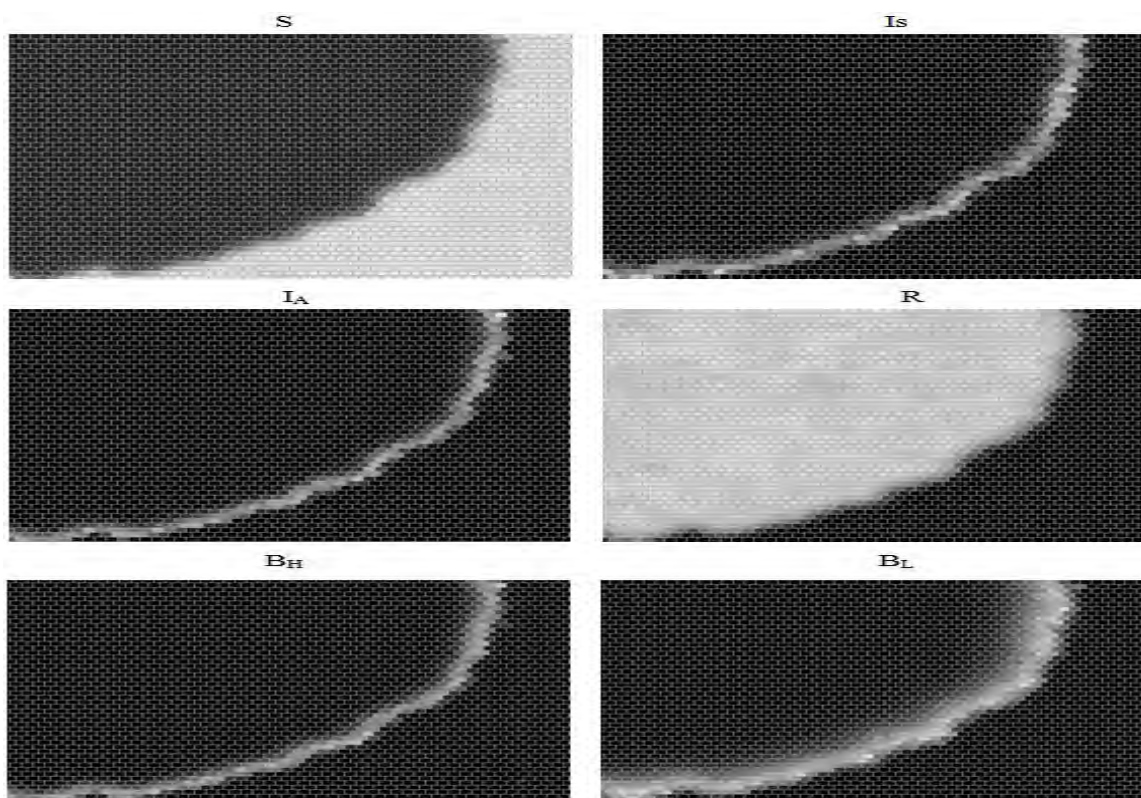




г)  $t=400$  дней



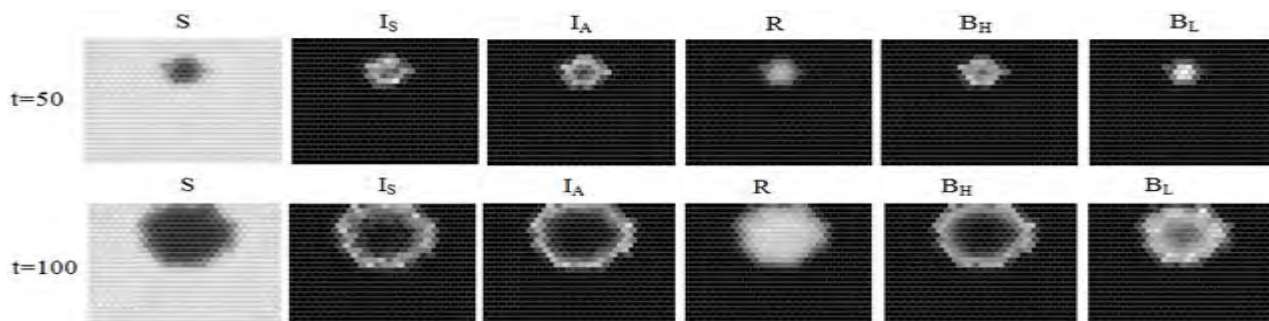
д)  $t=500$  дней



е)  $t=600$  дней

рис. 3.13. Результаты визуализации имитационного эксперимента модели распространения холеры

**Исследование влияния на развитие эпидемии по различным параметрам.** На рисунке 3.14 (а-б) результаты визуализации имитационного моделирования распространения холеры с различными значениями. Регулярная гексогональная решетка КА-модели, алгоритм соседства 1-го порядка, с интервалом 50 шагов и решеткой  $25 \times 25$  ячеек, среднее число восприимчивых к заболеванию  $(S) = 10^5$ . Приводятся результаты для переменных состояния  $S$ ,  $I_S$ ,  $I_A$ ,  $R$ ,  $B_H$ ,  $B_L$ , с разными параметрами в двух шагах дискретного времени  $t$ . На рисунке 3.12.а) начальные условия:  $S=10^5$ ,  $B_H=100$ ,  $B_L=10$ ,  $I_S=5$ ,  $I_A=5$ ,  $R=0$ .





На рисунке 3.14.б) начальные условия:  $S=10000$ ,  $B_H=10$ ,  $B_L=1$ ,  $I_S=50$ ,  $I_A=50$ ,  $R=0$ .

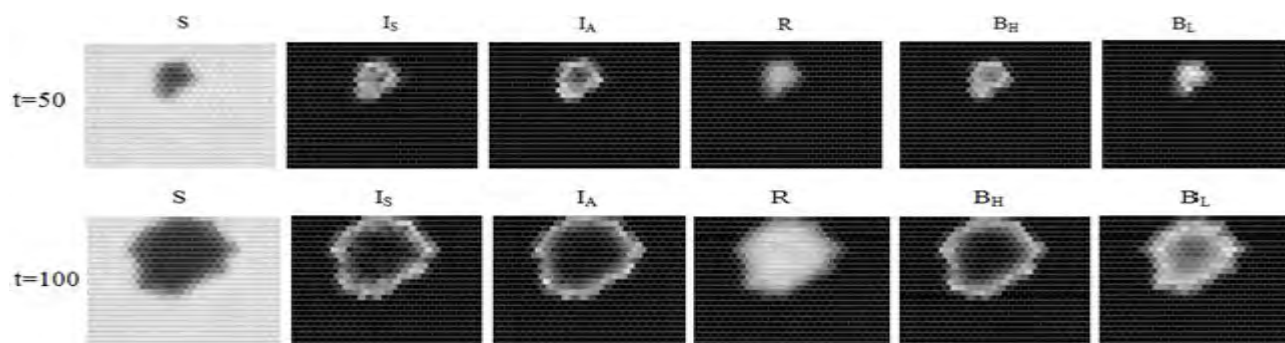


Рис. 3.14. (а-б). Результаты визуализации имитационного моделирования распространения холеры с различными значениям

**Сравнительный анализ результатов моделей.** На рисунке 3.15 приведены сравнение результатов двух вариантов визуализации имитационного эксперимента при различных значениях параметров  $I_S(0)$ ,  $I_A(0)$ ,  $B_H(0)$ ,  $B_L(0)$ , среднее число восприимчивых к заболеванию  $(S)=10^5$ . Приводятся результаты для переменных состояния S, на трёх шагах дискретного времени.

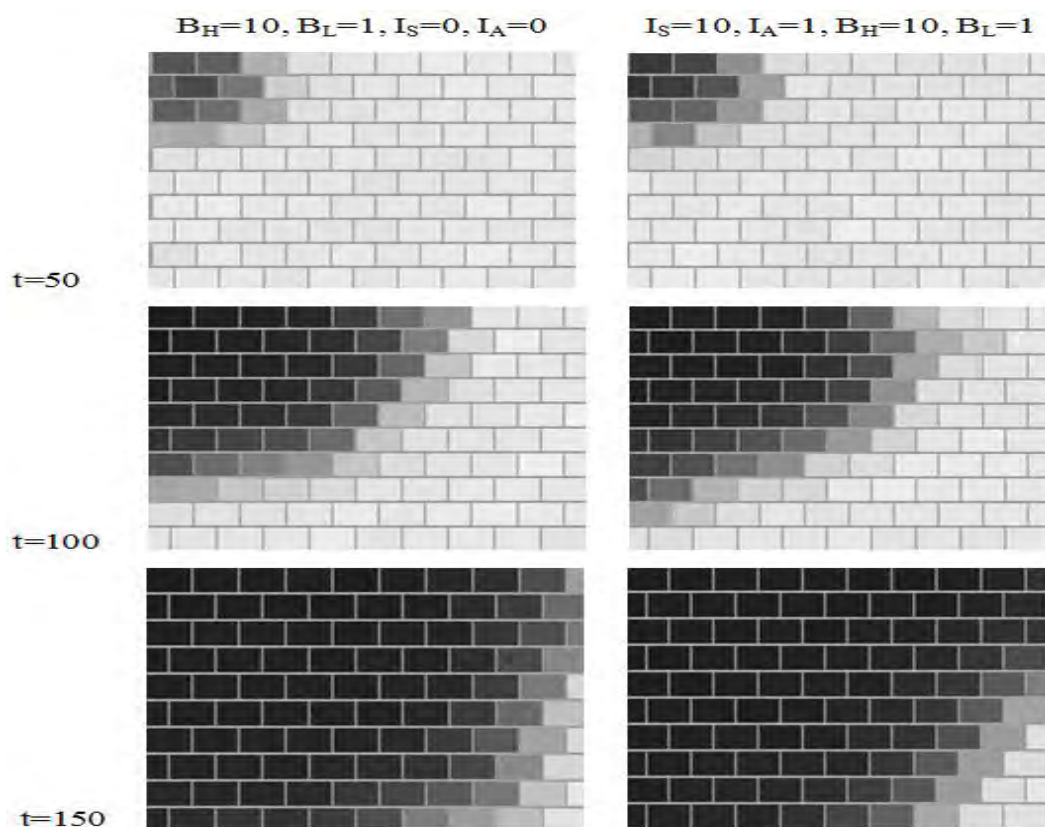


Рис.3.15. Сравнение результатов двух вариантов визуализации модели холеры

**Различные значения параметра для нескольких решеток.** Регулярная гексогональная решетка КА-модели, алгоритм соседства 1-го порядка, среднее число восприимчивых к заболеванию  $\langle S \rangle = 10^5$ . Приводятся результаты для переменных состояния  $S$ ,  $I_S$ , на трёх шагах дискретного времени с интервалом 30 шагов. В качестве первого примера на рисунке 3.16 приведены результаты визуализации модели в разных параметров двух решеток.

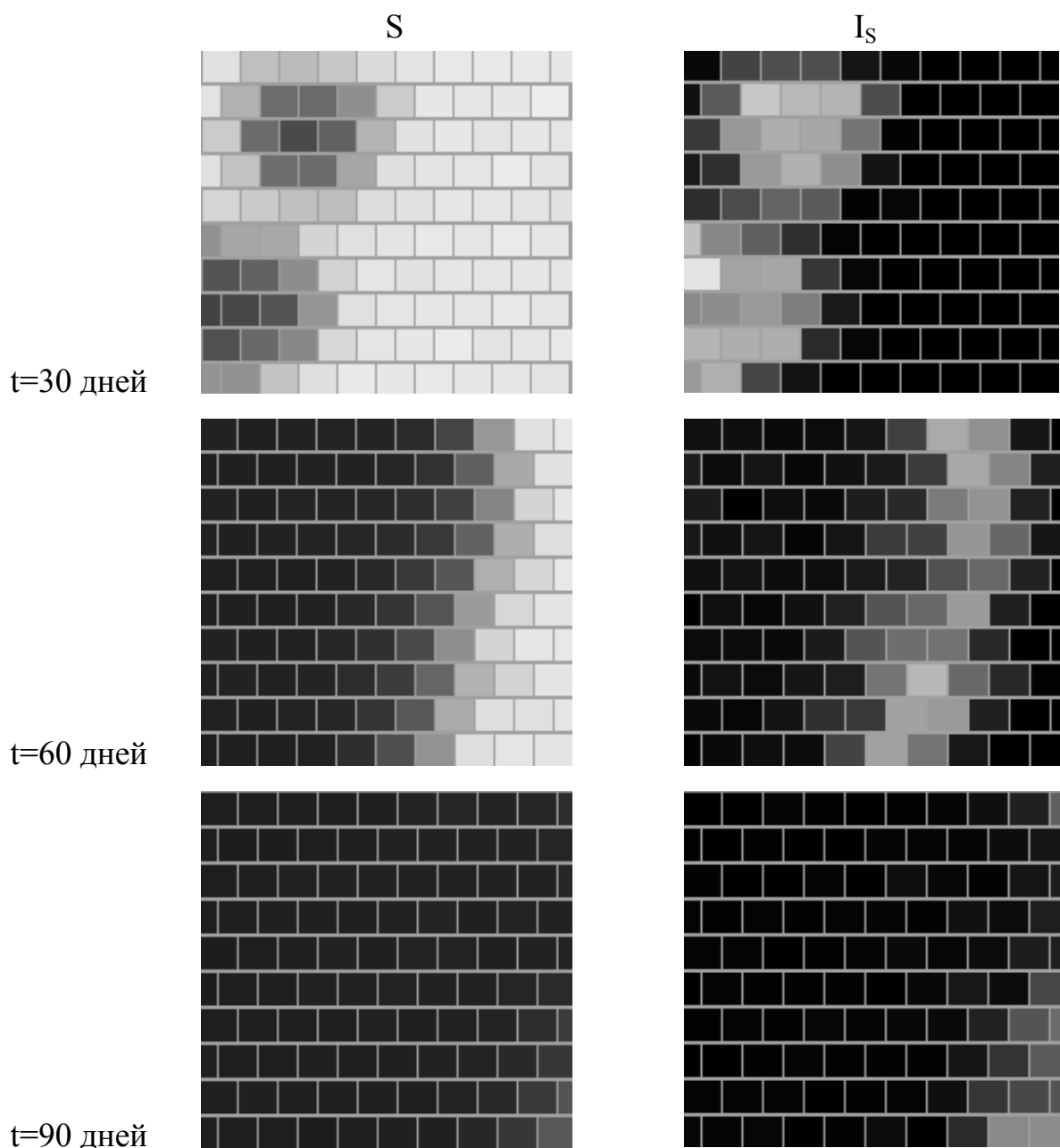


Рис. 3.16. Результаты визуализации модели в разных параметров для нескольких решеток

В качестве второго примера на рисунке 3.17 приведены результаты визуализации модели в разных параметров 3-х решеток. Приводятся результаты для переменных состояния  $S$ ,  $I_S$ ,  $B_H$  на трёх шагах дискретного времени с интервалом 100 шагов.

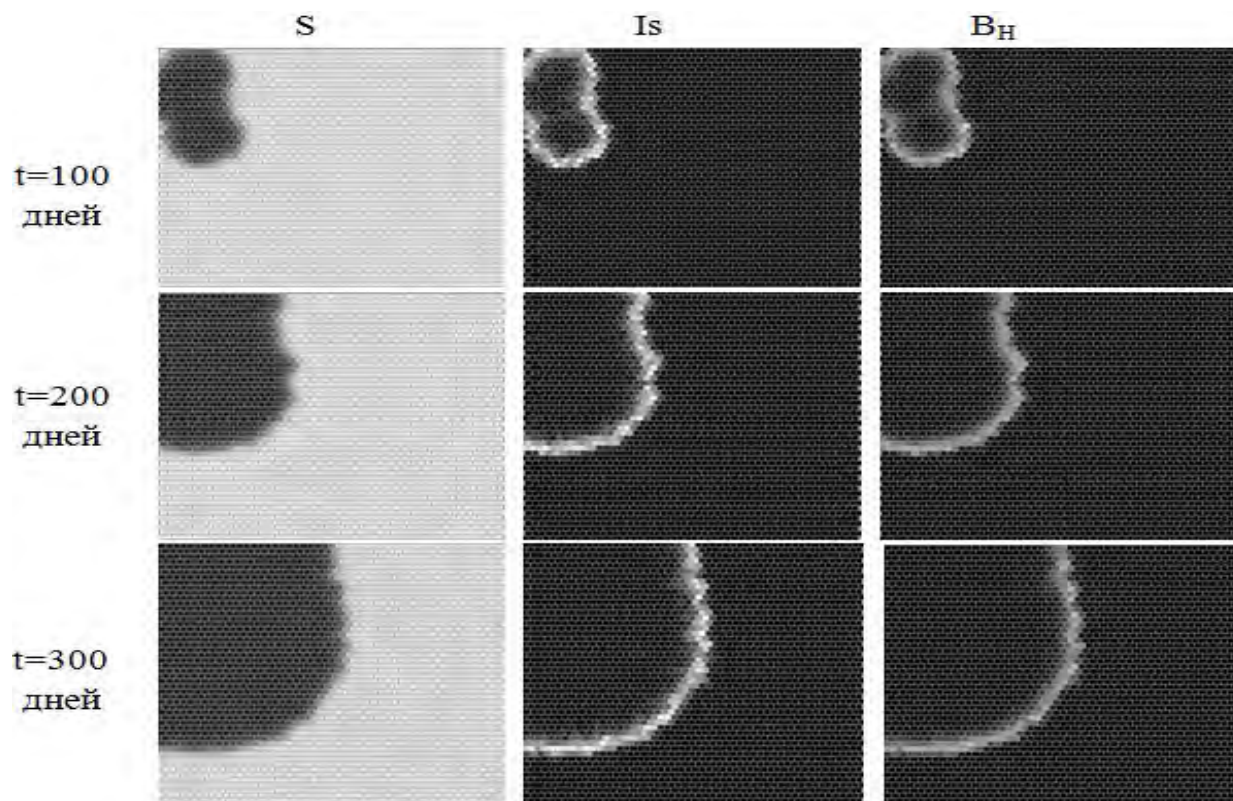
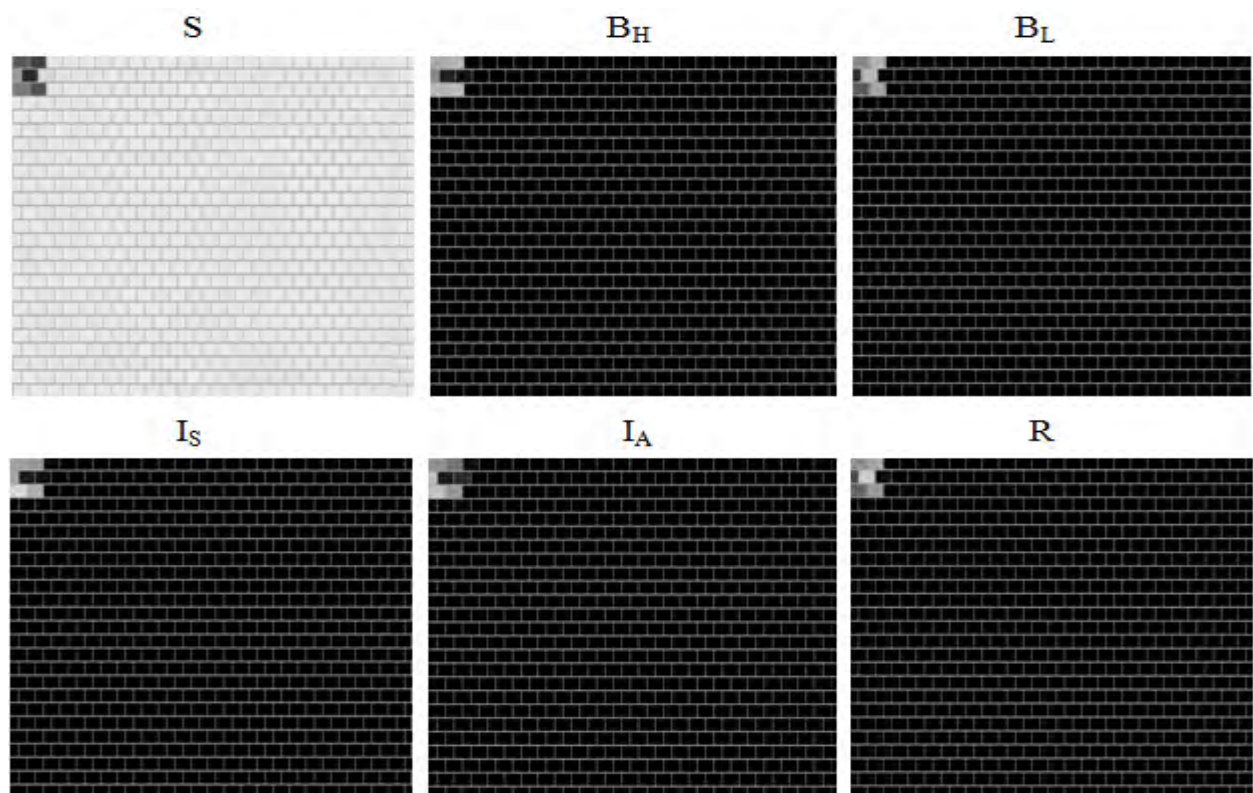


Рис. 3.17. Результаты визуализации три состояния модели холеры в разных параметров 3-х решеток

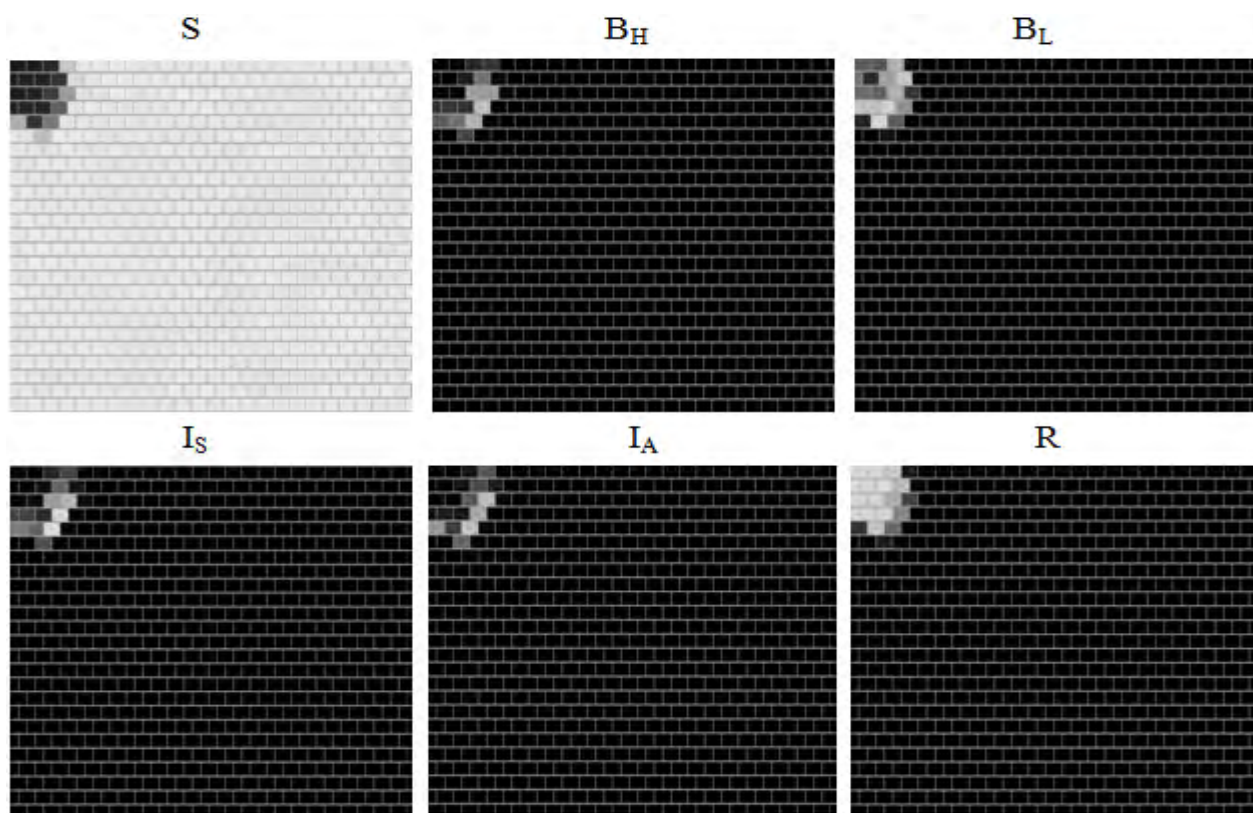
**Эффективная скорость миграции на модели распространения эпидемий.** Будем рассматривать результаты визуализации имитационного эксперимента модели распространения холеры со следующими условиями: регулярная гексогональная решетка КА-модели, алгоритм соседства 1-го порядка, с интервалом 50 шагов и решеткой  $25 \times 25$  ячеек, среднее число восприимчивых к заболеванию ( $S$ ) =  $10^5$ . Приводятся результаты для переменных состояния  $S$ ,  $I_S$ ,  $I_A$ ,  $R$ ,  $B_H$ ,  $B_L$  на трёх шагах дискретного времени  $t$ . Где,  $S=10000$ ,  $B_H = 200$ ,  $B_L=0$ ,  $I_S=0$ ,  $I_A=0$ ,  $R=0$

На рисунке 3.18, 3.19, 3.20 (а-в) представлены результаты визуализации имитационного эксперимента комбинированной имитационной модели

распространения холеры к изменению коэффициента скорости миграции ( $M$ ), при трех различных значениях  $M(0)=0.001, 0.01, 0.1$ .

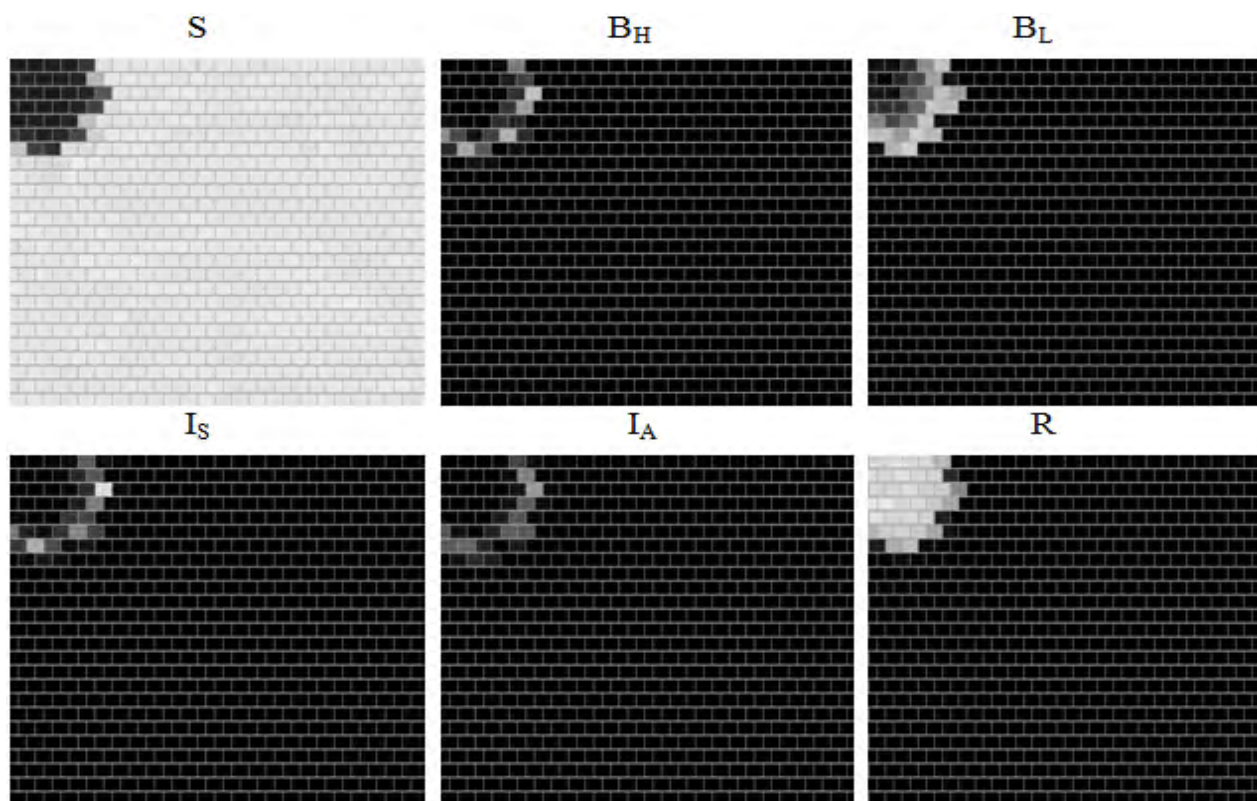


а)  $t=50$  дней



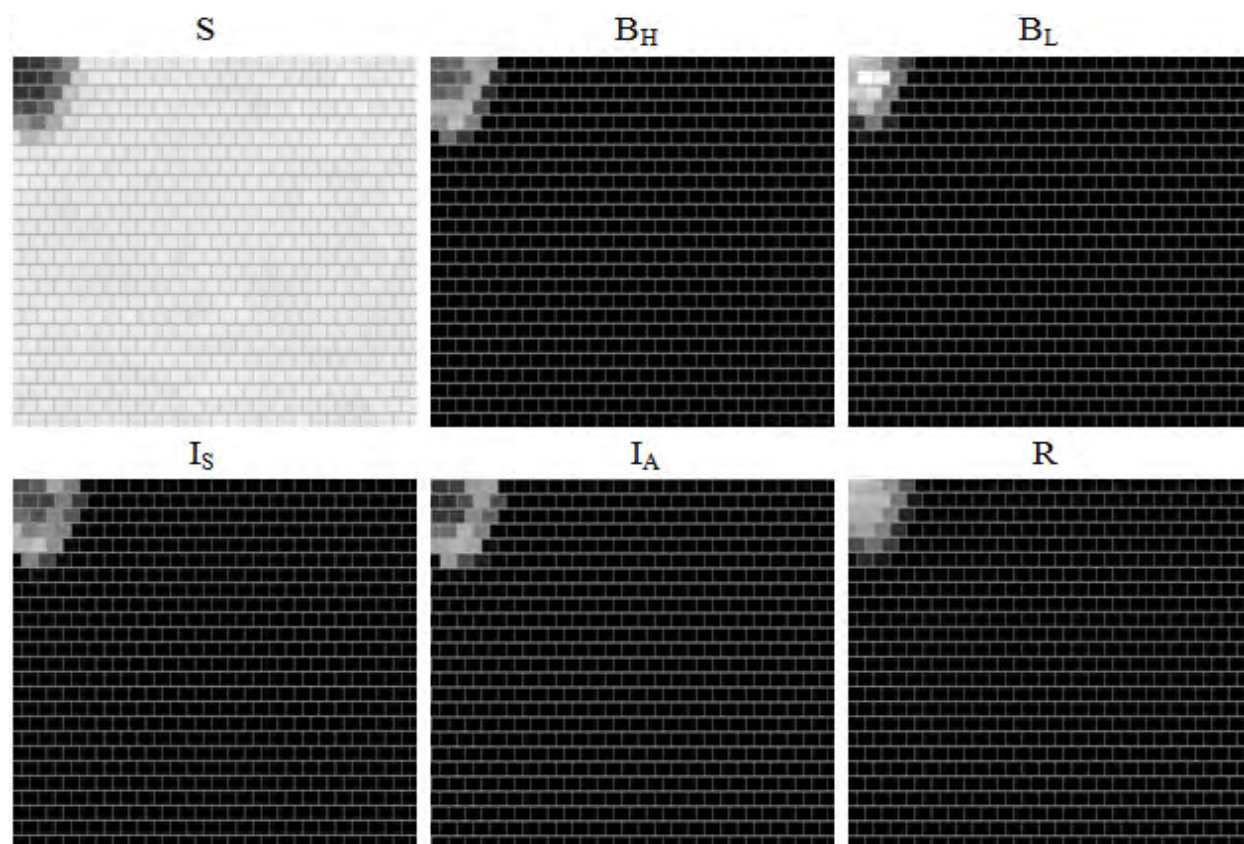
б)  $t=100$  дней



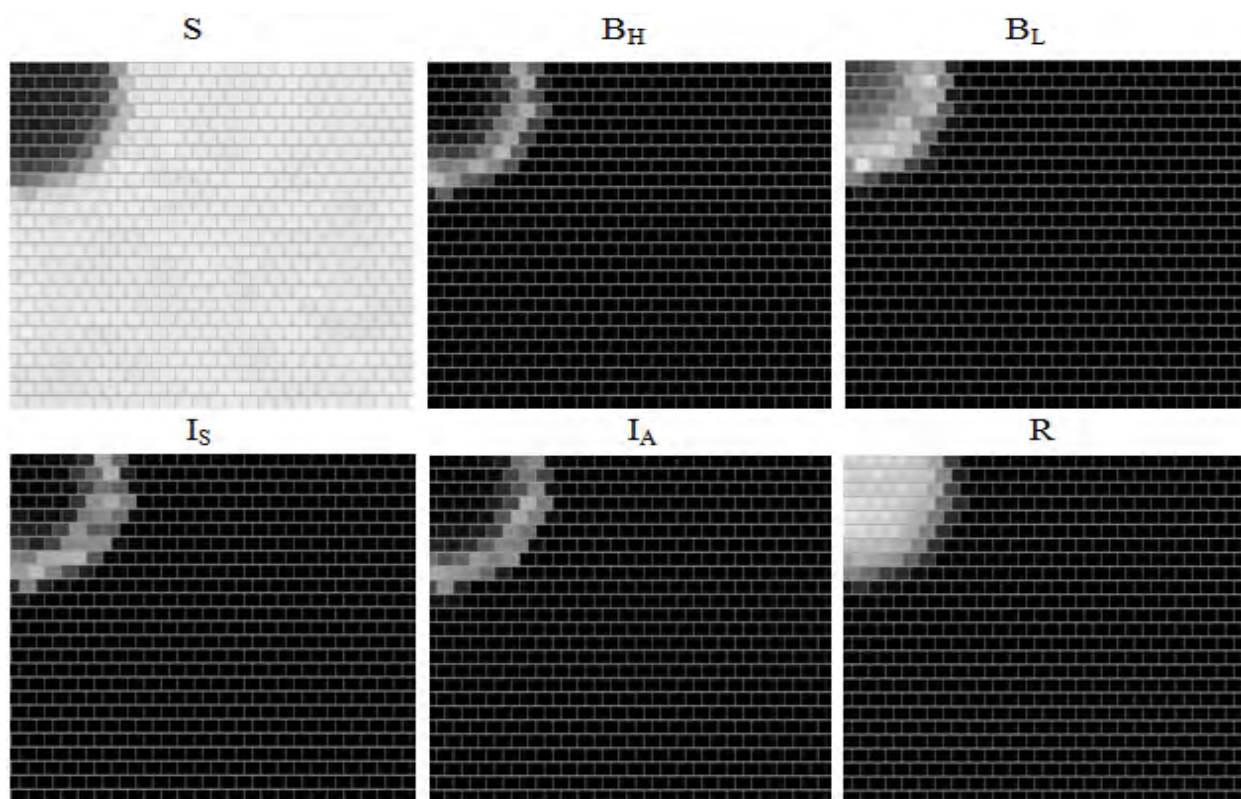


в)  $t=150$  дней

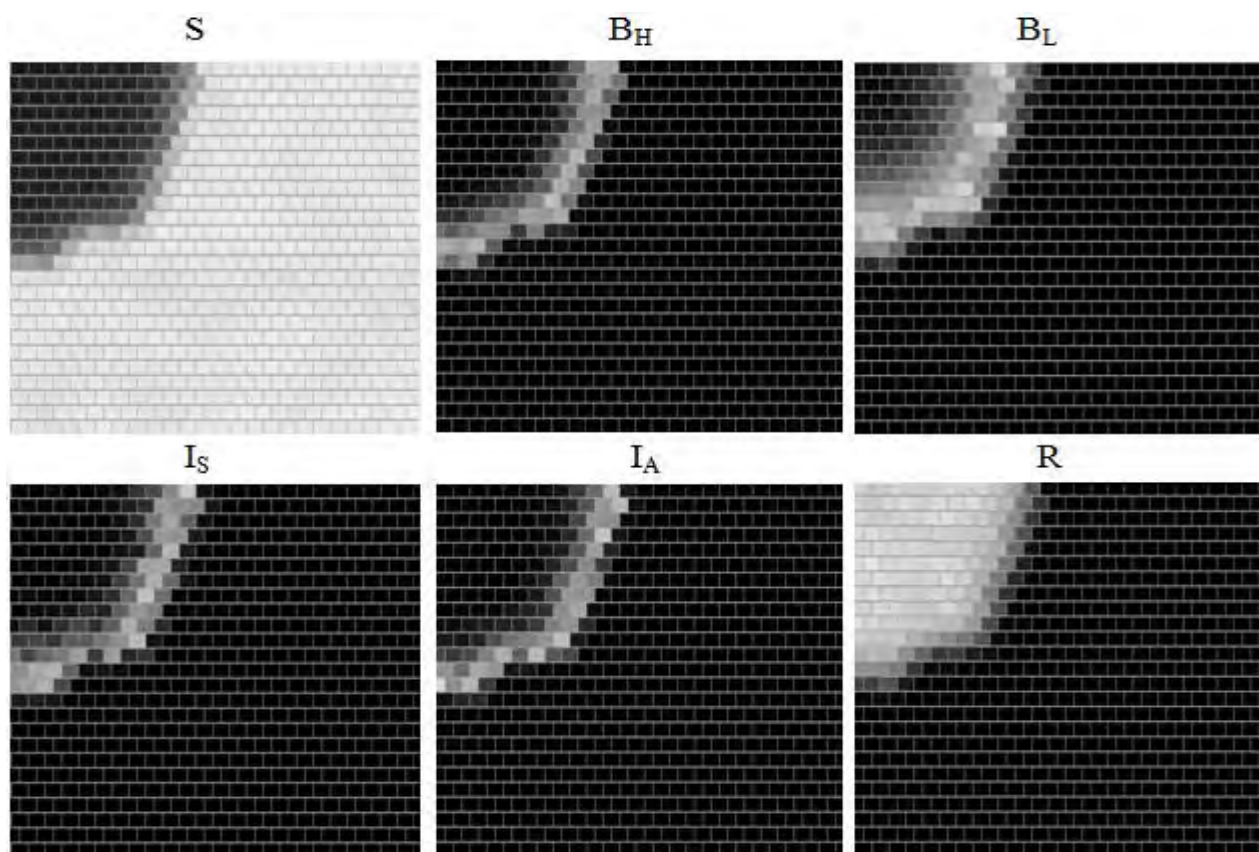
Рис. 3.18. (а-в). Результаты визуализации имитационного моделирования распространения холеры при  $M=0.001$



а)  $t=50$  дней



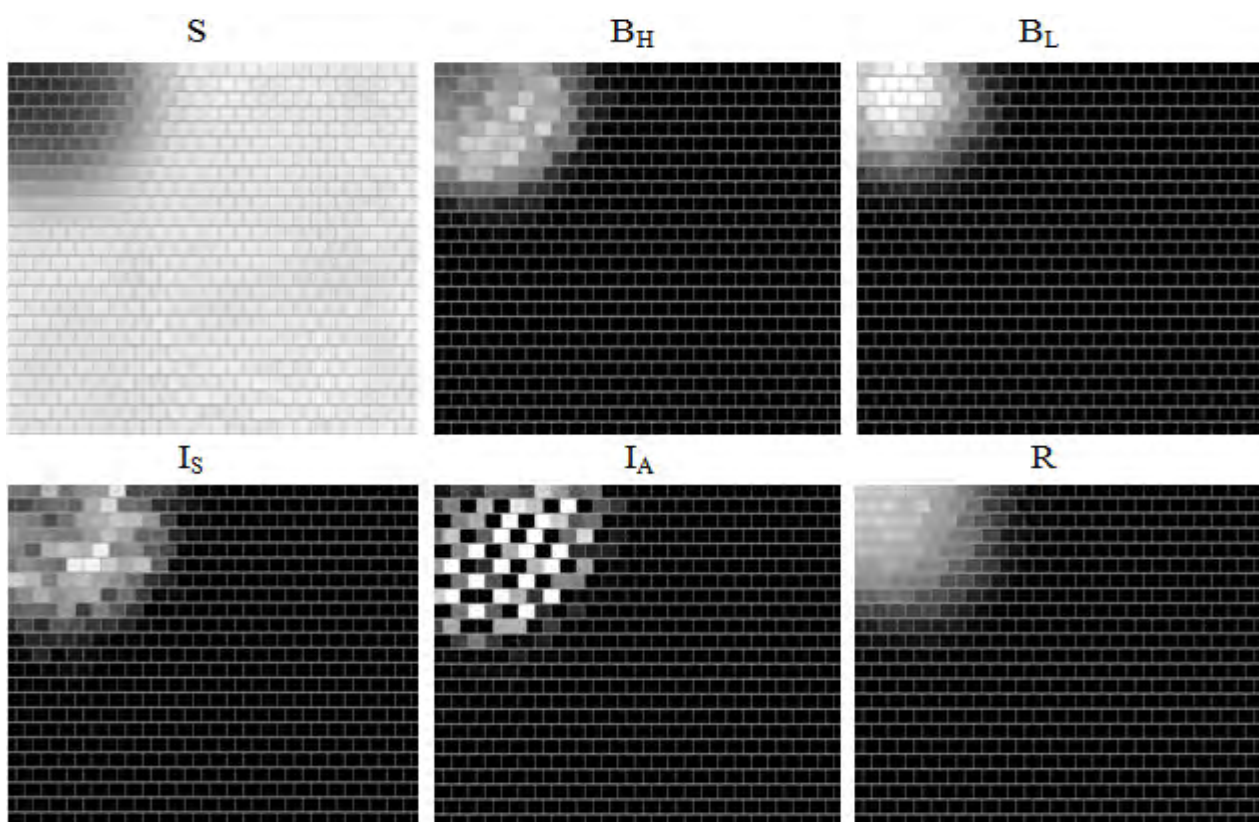
б)  $t=100$  дней



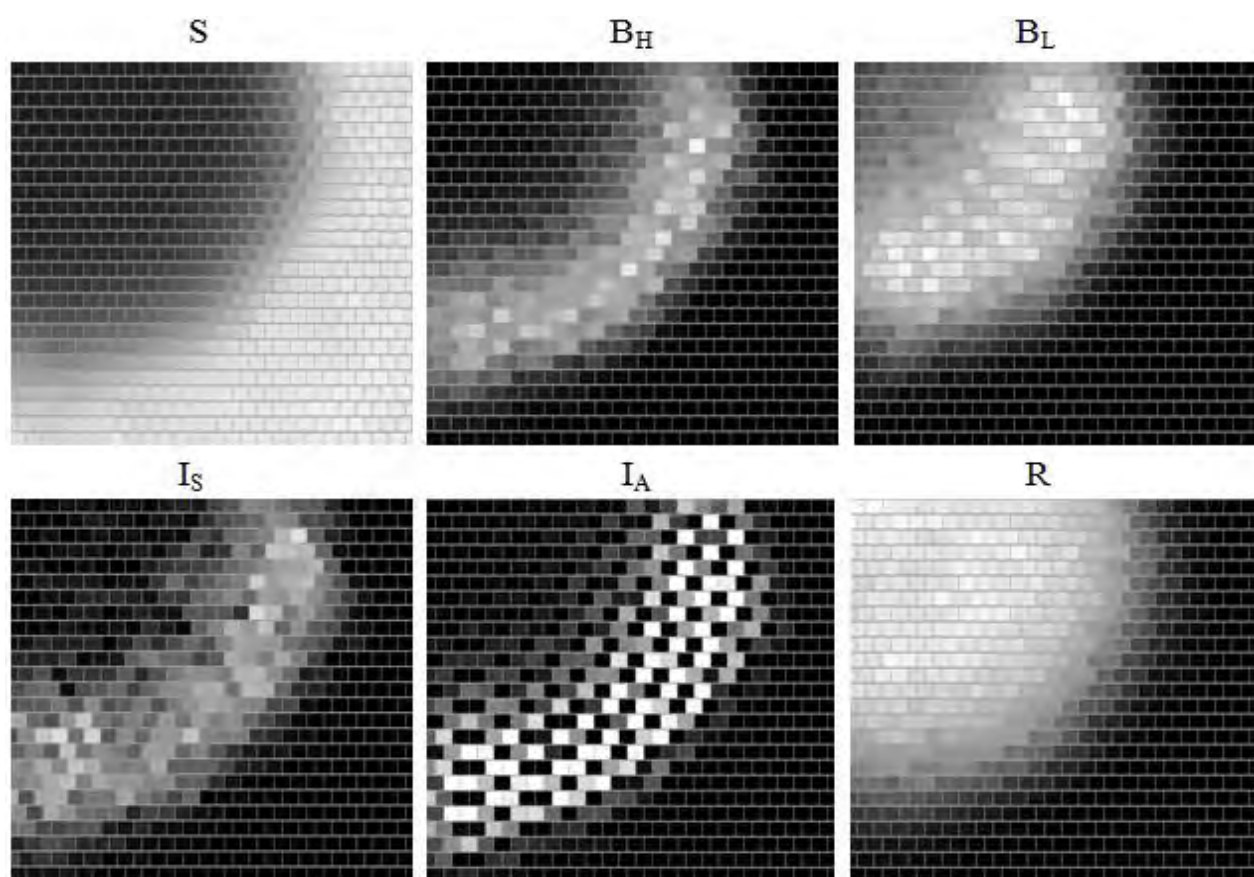
в)  $t=150$  дней

Рис. 3.19. (а-в). Результаты визуализации имитационного моделирования распространения холеры при  $M=0.01$

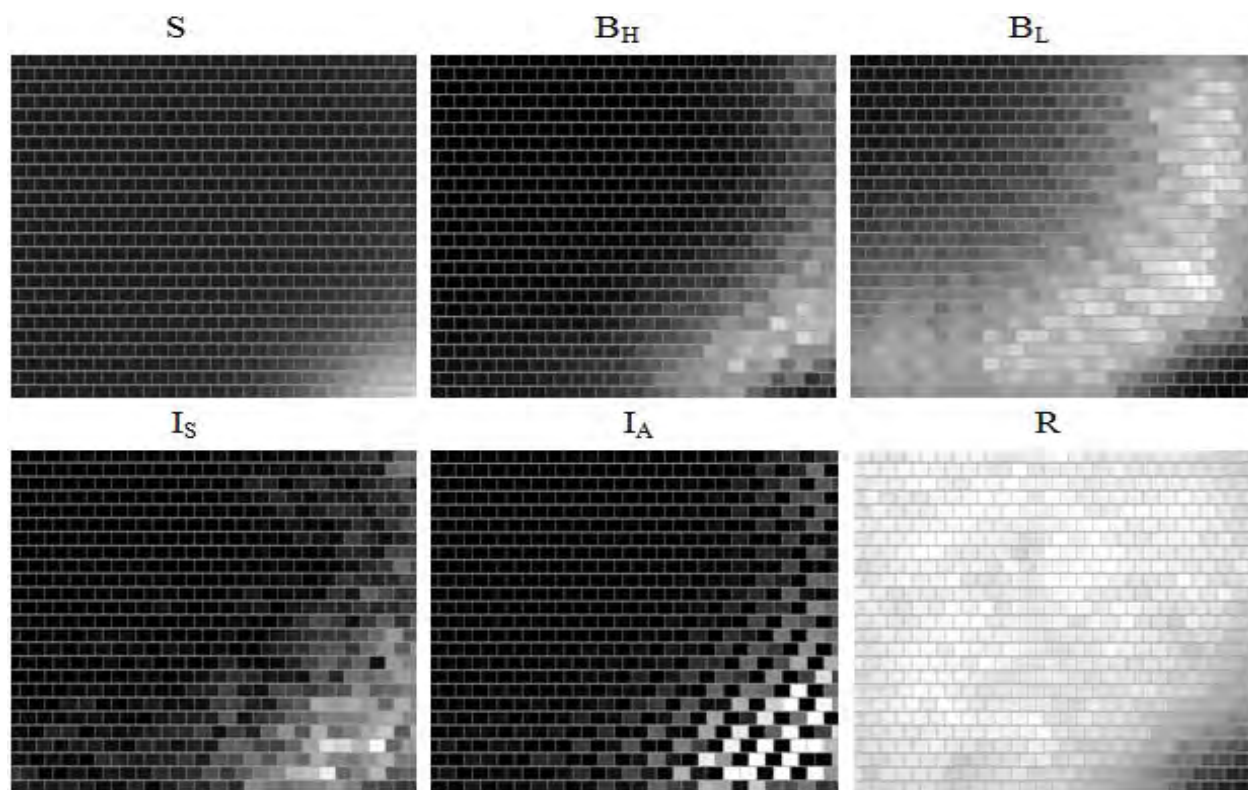




а)  $t=50$  дней



б)  $t=100$  дней



в)  $t=150$  дней

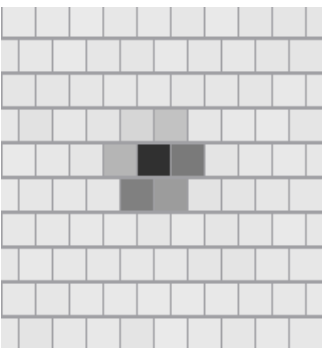
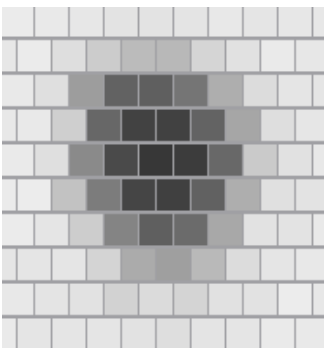
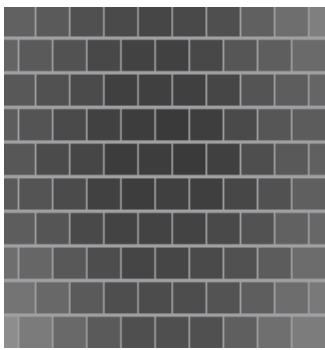
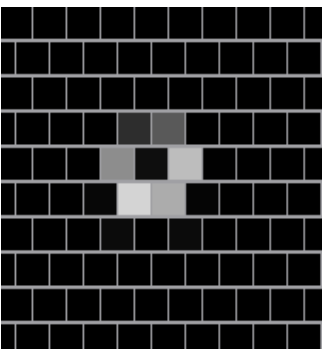
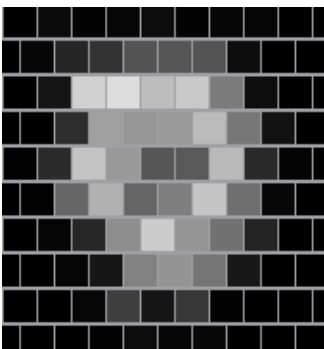
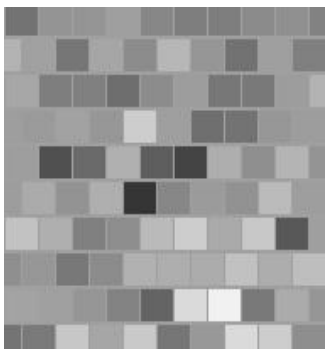
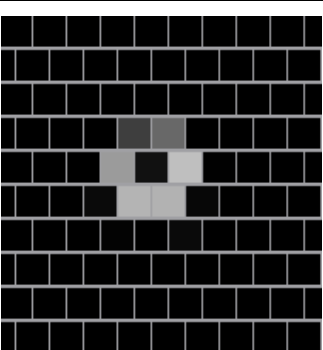
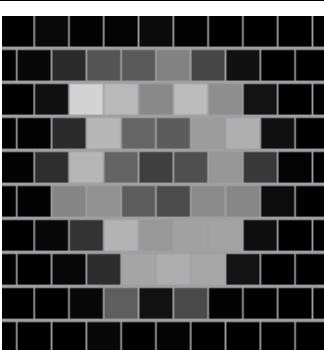
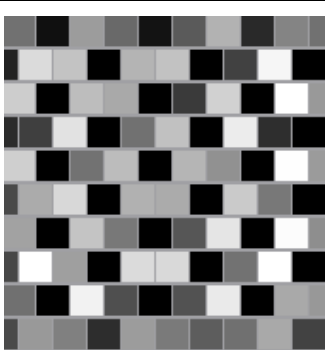
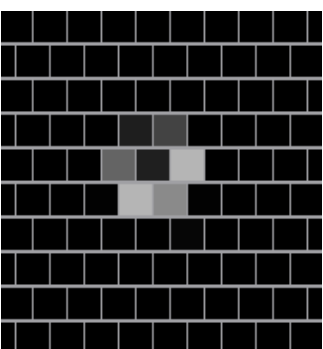
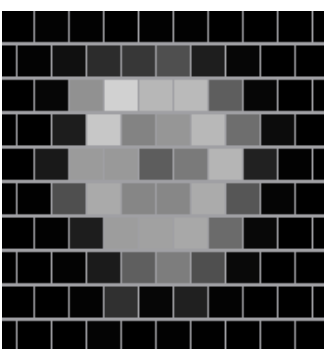
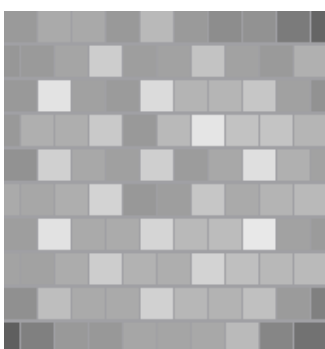
Рис. 3.20. (а-в). Результаты визуализации имитационного моделирования распространения холеры при  $M=0.1$

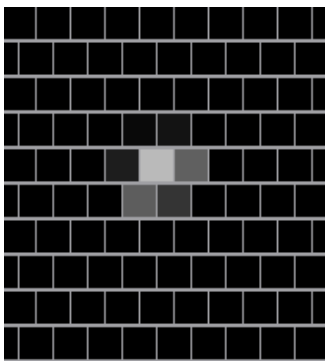
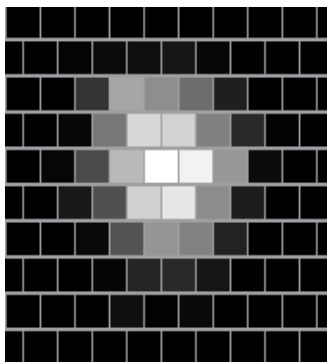
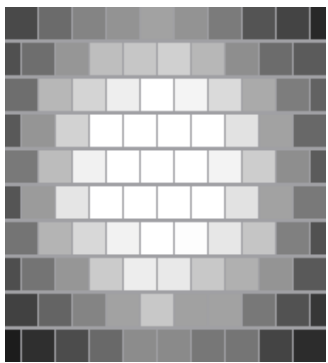
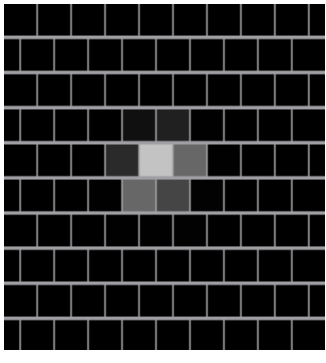
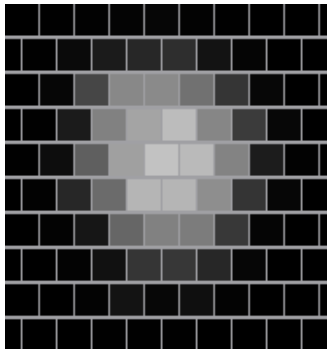
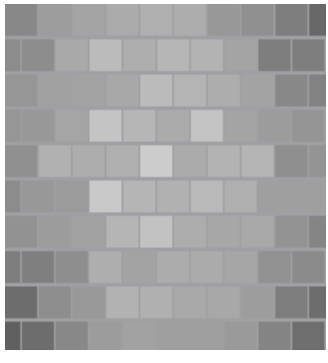
**Сравнительный анализ результатов моделей к изменению коэффициента скорости миграции ( $M$ ).** Результаты визуализации имитационного эксперимента модели распространения холеры со следующими условиями: регулярная гексогональная решетка КА-модели, алгоритм соседства 1-го порядка, с интервалом 50 шагов и решеткой  $10 \times 10$  ячеек, среднее число восприимчивых к заболеванию  $(S) = 10^5$ . Приводятся результаты для переменных состояния  $S, I_S, I_A, R, B_H, B_L$ . Где,  $S=10000, B_H = 100, B_L = 0, I_S=0, I_A=0, R=0$ .

В таблице 3.5 представлены результаты сравнительного анализа чувствительности комбинированной имитационной модели распространения холеры к изменению коэффициента скорости миграции ( $M$ ), при трех различных значениях  $M(0)=0.001, 0.01, 0.1$ .



Таблица 3.5

| $t=0$  | $t=50$                                                                              |                                                                                      |                                                                                       |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $M(0)$ | $M=0.001$                                                                           | $M=0.01$                                                                             | $M=0.1$                                                                               |
| $S$    |    |    |    |
| $I_S$  |   |   |   |
| $I_A$  |  |  |  |
| $B_H$  |  |  |  |

|                      |                                                                                   |                                                                                    |                                                                                     |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>B<sub>L</sub></b> |  |  |  |
| <b>R</b>             |  |  |  |

В работе были рассмотрены примеры использования нескольких экспериментов и попытались впервые структурировать способы визуализации клеточных автоматов, при комбинированном имитационном моделировании пространственного распространения холеры на основе клеточных автоматов.

На данном этапе исследований как показано на рисунке 3.13 (а-е) была поставлена задача влияния способа клеточного автомата для описания распространения холеры.

На рисунке 3.14.а) показано результаты визуализации имитационного моделирования распространения холеры с течением времени под влиянием холерного вибриона.

На рисунке 3.14.б) результаты показывает описание распространения холеры под влиянием симптоматического и бессимптомного инфекций.

Как показано на рисунке 3.15 сравнительный анализ результатов моделей двух вариантов визуализации имитационного эксперимента при различных значениях параметров на трёх шагах дискретного времени. Следует отметить,

что влияние носителей вируса от симптоматического и бессимптомного инфекций более активных от носители бактерий виды холерных вибрионов.

На рисунке 3.16, 3.17 результаты показывает визуализации различных значениях параметров модели холеры для нескольких решеток.

Таким образом, на рисунке 3.18(а-в), 3.19(а-в), 3.20(а-в) представлены результаты визуализации имитационного эксперимента комбинированной имитационной модели распространения холеры к изменению коэффициента скорости миграции ( $M$ ), при трех различных значениях  $M(0)=0.001, 0.01, 0.1$  на трёх шагах дискретного времени  $t$ . Наблюдается изменение процесса распространения холеры в популяции в зависимости от коэффициента скорости миграции.

Результаты сравнительного анализа модели как видно из таблицы 3.5 показывают, что уменьшение интенсивности миграционных потоков между клетками всех состояний приводит к задержке в распространении холеры инфекции и снижает активность вируса и бактерии видов холерного вибриона.

## **Выводы**

В работе был предложен метод моделирования КА, при комбинированном имитационном моделировании пространственного распространения холеры на основе стохастической компартментной модели и вероятностного клеточного автомата. Кроме того, был проведен исследование применимости клеточных автоматов в задаче эпидемического заболевания (на примере гриппа, холеры), возможность ее решения с помощью клеточных автоматов. Клеточные автоматы являются перспективным направлением для научных исследований. Поэтому различные модели на основе клеточных автоматов в настоящий момент активно развиваются.

Клеточным автоматом вычисляет количество болеющие популяции в каждой ячейке в данный момент времени  $T$  использованием счета текущего

населения и чистой диффузии из окрестности клетки в момент времени  $T - 1$  на регулярной основе.

Основными особенностями предложенной модели являются:

- Двухмерность клеточного автомата;
- Наличие состояния клетки, которое описывает препятствие;
- Вероятностный характер правил перехода.

Таким образом, можно сказать, что получена комбинированная имитационная модель распространения эпидемий на основе вероятностного клеточного автомата, позволяющая получить более адекватно моделировать пространственно-распределенные эпидемические процессы по сравнению с известными моделями, использующими различные варианты представления перемешивания индивидов в популяциях.

А её комбинация с математической моделью эпидемий позволит, как в реальном, так и в ускоренном режиме времени не только моделировать развитие эпидемий, но и отображать динамику различных параметров во всех ячейках.

## **4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ЭПИДЕМИЧЕСКИХ ЗАБОЛЕВАНИЙ**

### **4.1. Система поддержки принятия решений с использованием графической среды компьютерного имитационного моделирования в среде AnyLogic**

На основе результатов исследования разработан программный комплекс — управляемая моделями система поддержки принятия решений. Для реализации разработанной модели была выбрана графическая среда компьютерного имитационного моделирования в среде AnyLogic (<http://www.anylogic.ru/>). Программное обеспечение для имитационного моделирования. Инструмент обладает современным графическим интерфейсом и позволяет использовать язык Java для разработки моделей.

AnyLogic – инструмент имитационного моделирования нового поколения, базирующийся на результатах, приобретенных в теории моделирования и в информационных технологиях (разработках) за прошедшее десятилетие. Язык моделирования AnyLogic доказал собственную эффективность в моделировании больших систем повышенного уровня сложности. Основными строительными блоками модели AnyLogic являются активные объекты, которые позволяют моделировать всевозможные объекты реального мира.

Активный объект является экземпляром класса активного объекта. AnyLogic интерпретирует создаваемые Вами графически классы активных объектов в классы Java™. AnyLogic поддерживает разные подходы моделирования. В данном документе описывается системно-динамический подход моделирования, с успехом используемый во многих сферах, даже для описания общественных, технократических, экологических, бизнес систем. AnyLogic разрешает создавать групповые динамические модели, используя стандартную графическую нотацию системной динамики. Данное учебное пособие коротко ознакомит Вас с действием существа симуляционной модели в

пакете AnyLogic. Его целью является ознакомление с интерфейсом и основными возможностями пакета AnyLogic [111].

Для обеспечения взаимодействия с пользователем применяется модуль, представляющий собой набор скриптов на интерпретируемом языке Java, использующие кроссплатформенные библиотеки существа графического интерфейса Anylogic версии 5. Данный модуль позволяет запускать ядро системы в различных режимах, передавая ему исходные данные, к которым относятся параметры имитационной модели, и описание географической сети, в перспективе которой происходят имитируемые процессы.

Анализ модели, вначале нам следует проанализировать нашу модель, чтобы решить, как ее возможно обрисовать в определениях системной динамики. Нам следует определить основные переменные модели и то, как они оказывают большое влияние друг на друга, а затем создать потоковую диаграмму модели. При существовании потоковой диаграммы нам следует учитывать, какие переменные обязаны быть представлены накопителями, какие потоками, а какие – вспомогательными переменными. Накопители (также именуемые уровнями или же фондами) представляют собой эти объекты реального мира, в каких концентрируются какие-либо ресурсы; их значения меняются постоянно.

Потоки – данные интенсивные составляющие системы, они изменяют значения накопителей. Так же, накопители системы характеризуют значения потоков. Динамические переменные могут помочь преобразовывать одни числовые значения в другие; им предоставляется возможность произвольно изменять собственные значения или же быть константами. При существовании потоковой диаграммы выявите переменные, которые накапливают значения со временем [111].

#### **4.1.1 Создание нового проекта**

Вначале создадим новый проект для нашей модели. Как показан структурную диаграмму по центру рабочей области AnyLogic, окно Проект – в

левой панели, и окно Свойства—в правой. На рисунке 4.1 приведены снимки внешнего вида модулей интерфейса.

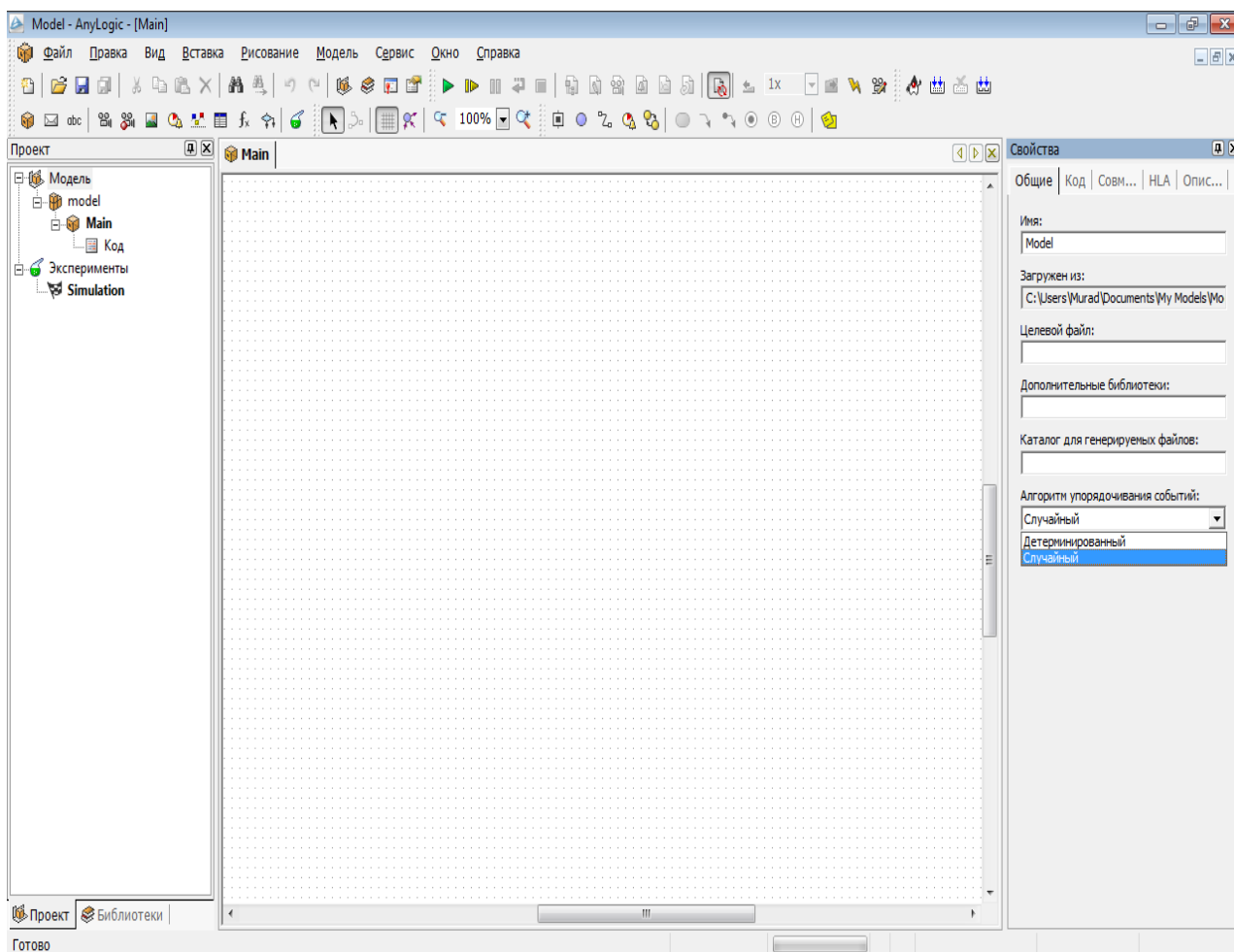


Рис. 4.1. Основное окно оболочки запуска Anylogic

#### 4.1.2 Создание накопитель

*Накопитель*, аналогично, как и *поток*, является основным элементом системно-динамических диаграмм потоков и накопителей. В системной динамике накопители применяются для представления таких объектов реального мира, в которых сосредотачиваются некоторые ресурсы - это могут быть деньги, средства, вещества, численности (определенных категорий) людей, какие-то материальные объекты и т.п. Накопители задают статическое состояние имитируемой системы. Их значения изменяются с течением времени, согласно существующим в системе потокам. Таким образом, потоки задают динамику системы. Входящие в накопитель потоки увеличивают

значение накопителя, а исходящие из него потоки, соответственно, его уменьшают.

Для того чтобы создать накопитель для моделирования эпидемий. В начале щелкнуть мышью по кнопке панели инструментов *Переменная*. Когда поместить элемент на структурную диаграмму, его характеристики будут отображены в окне *Свойства*. В данном окне Вы можете изменить характеристики элемента согласно с требованиями модели. Позднее, для изменения свойств элемента необходимо вначале щелчком мыши выделить его на структурной диаграмме. А изменить имя накопителя. В окне *Свойства*, введите Potential\_Customers в поле редактирования *Имя*. Затем выбрать *Интеграл или накопитель* из выпадающего списка *Вид*. Накопитель на структурной диаграмме примет форму прямоугольника, соответствующая классической нотации системной динамики.

#### 4.1.3 Создание потока

Значение потока рассчитывается согласно с данной формулой. Щелкнуть мышью по кнопке панели инструментов *Переменная*. Изменить имя потока. В окне *Свойства*, введите Adoption\_Rate в поле редактирования *Имя*. А сменить *Тип* уравнения на *Формулу*. На рисунке 4.2 показано создание потока.

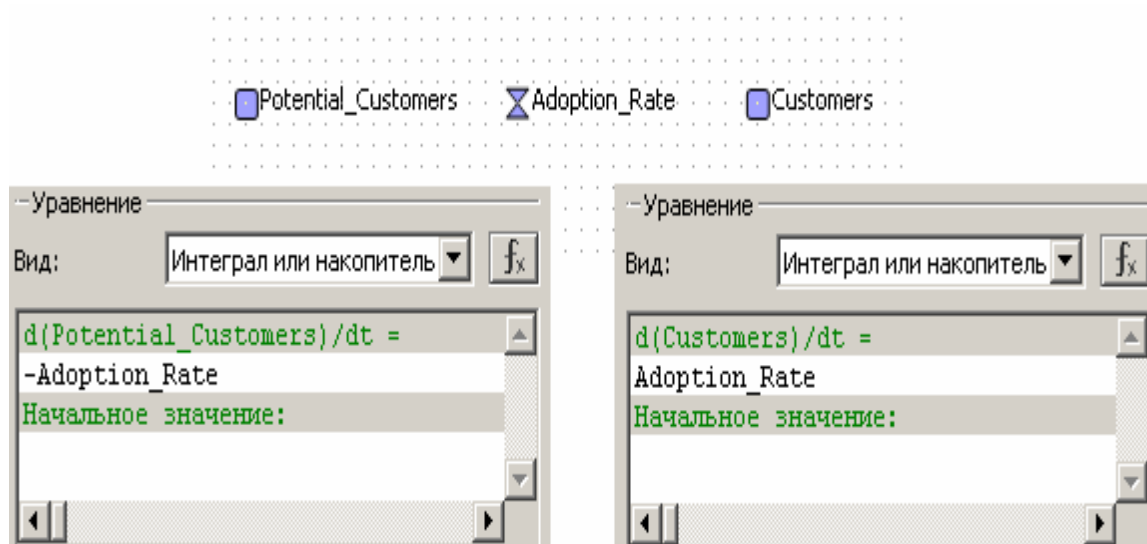


Рис. 4.2. Создание потока



#### 4.1.4 Конфигурирование модели

Можно сконфигурировать выполнение модели в соответствии с требованиями. Модель выполняется согласно с комплектом установок, называемым *экспериментом*. программа предоставляет возможность создать несколько экспериментов и изменять рабочую конфигурацию модели, просто меняя текущий эксперимент модели.

В дереве рабочего проекта эксперименты отображаются под элементом *Эксперименты*. Один эксперимент, названный *Simulation*, создается по умолчанию. Это *простой эксперимент*, позволяющий отображать анимацию и запускать модель с откалиброванными значениями параметров.



Есть, кроме того, и прочие разновидности экспериментов (*оптимизационный эксперимент*, *эксперимент для оценки рисков*, *эксперимент для варьирования параметров*), применяемых в тех случаях, когда параметры модели играют существенную роль, и требуется проанализировать, как они влияют на поведение модели, или когда нужно найти подходящие значения параметров модели.

#### 4.1.5 Запуск модели

Построить проект с помощью кнопки панели инструментов *Построить*. Если в проекте есть какие-нибудь ошибки, то построение не будет завершено, и появится окно *Вывод* со списком всех ошибок, обнаруженных в проекте. Двойным щелчком мыши по ошибке в этом списке можно перейти к предполагаемому месту ошибки, чтобы исправить ее.

После того, как проект будет удачно построен, можно запустить модель. Для того, чтобы запустить модель, щелкните мышью по кнопке панели инструментов *Запустить*. До этого момента можно работать в режиме редактирования модели AnyLogic. Когда модель запущена, AnyLogic

переключается в режим просмотра работающей модели. В режиме просмотра можно управлять выполнением модели, просматривать значения переменных модели, строить графики переменных, динамически изменять значения параметров, и т.д [111].

## 4.2. Анализ и применение системно-динамической модели эпидемий

Системно-динамическое представление модели показано на рисунке 4.3. Накопители обозначаются прямоугольниками, поток—вентилем, а вспомогательные переменные—кружками. Стрелки обозначают причинно-следственные зависимости в модели.

Рассмотрим пример структуры классической модели распространения эпидемии построенная в графическом редакторе инструмента моделирования *Powersim*. В этой модели исследуется зависимость динамики числа заболевшие (например, гриппом) и выздоровевшие после болезни [94].

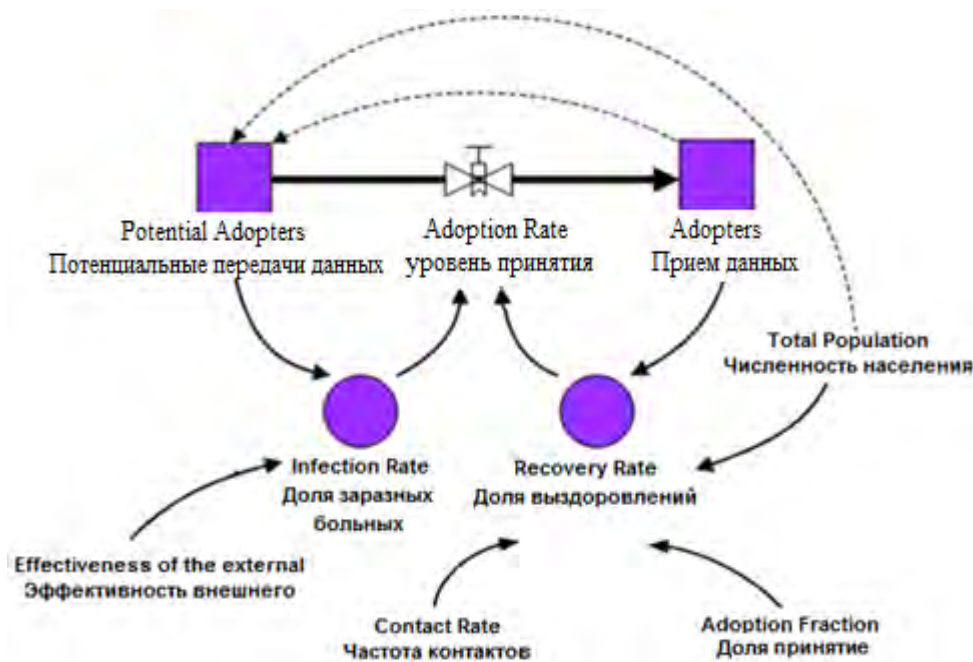


Рис. 4.3. Диаграмма классов динамической модели распространения эпидемии в среде AnyLogic

Модель реализации описывается системой алгебро-дифференциальных уравнений:

$$\frac{d(PotentialAdopters)}{dt} = -AdoptionRate$$

Начальное значение: TotalPopulation

$$\frac{d(Adopters)}{dt} = +AdoptionRate$$

$$Infection\ Rate = PotentialAdopters \times Effectiveness\ of\ the\ external$$

$$Recovery\ Rate = Adopters \times ContactRate \times AdoptionFraction \times \frac{PotentialAdopters}{TotalPopulation}$$

$$AdoptionRate = Infection\ Rate + Recovery\ Rate$$

В модели приняты следующие условные обозначения для накопителей:

- Potential Adopters (Потенциальные потребители данных);
- Adopters (Прием данных).

Поток, моделирующий процесс потребления обозначен как Adoption Rate.

В модели используются переменные:

- Infection rate - доля заразных больных в единицу времени;
- Recovery rate - доля выздоровлений в единицу времени;

Константы-параметры модели:

- Total Population (Численность населения);
- Contact Rate (Число контактов);
- Effectiveness of the external (Эффективность внешнего);
- Adoption Fraction (Фракция);

Модель создается с «нуля». Построение модели начинается с создания накопителей (Potential Adopters) и (Adopters), соединенных потоком (Adoption Rate). Для создания модели нужно использовать палитру «Системная динамика».

Чтобы создать поток нужно, соединить и разместить накопители, задать им имена (см. рисунок 4.4).



Рис.4.4 Размещение накопителей

Выделить накопитель (Potential Adopters), затем можно выполнить на нем двойной щелчок левой кнопкой мыши и соединить его с помощью стрелки потока с накопителем Adopters, выполнив на нем двойной щелчок мышью (см. рисунок 4.5).



Рис. 4.5. Соединение накопителей. Фаза 1.

Затем нужно присвоить потоку имя AdoptionRate, так как это показано на рисунке 4.6 [94].



Рис. 4.6. Накопители, соединенные потоком. Фаза 2.

В качестве примера рассматривались реализации простой SIR модели распространения эпидемического заболевания – (гриппа), в среде имитационного моделирования Anylogic версии 5.

Одним из важных приложений методов имитационного моделирования является прогнозирование распространения эпидемических заболеваний. В этой области находят применение системно-динамической модели. Системно-динамические (СД) модели распространения эпидемических заболеваний имеют взаимодополняющие свойства, в связи с чем, задача совместного использования этих классов моделей для прогнозирования динамики эпидемических систем является актуальной и требует всестороннего сравнения их характеристик и свойств [112].

На рисунке 4.7 представлена структура системно-динамическая SIR модель распространения гриппа.

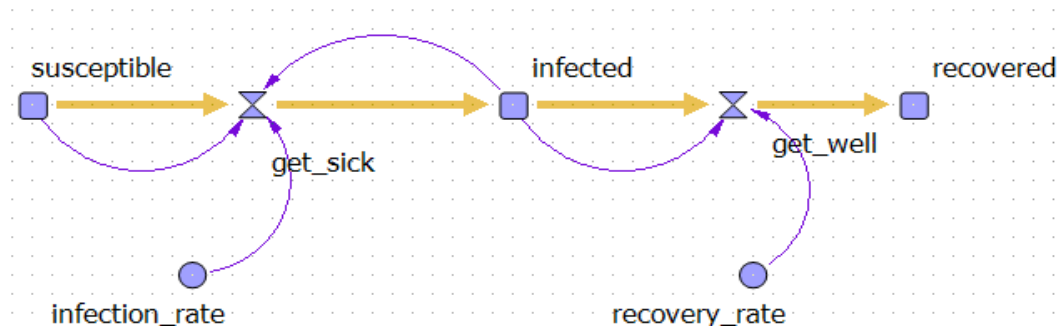


Рис. 4.7. Структура системно-динамической модели распространения эпидемии

В модели обозначены: Susceptible (S) - здоровые люди, восприимчивые к гриппу, Infected (I) - инфекционные больные, Recovered (R) - переболевшие гриппом люди, более к нему не восприимчивые, get\_sick ( $\beta$ ) - доля заразных больных в единицу времени среди инфицированных людей, get\_well ( $\gamma$ ) - доля выздоровлений в единицу времени среди восприимчивых людей, N – общее число людей.

На рисунке 4.7 представлена динамика модели, структура которой, описывается следующей системой алгебро-дифференциальных уравнений (4.1):

$$\begin{cases} \frac{d(S)}{dt} = -\beta; \\ \frac{d(I)}{dt} = \beta - \gamma; \\ \frac{d(R)}{dt} = \gamma; \end{cases} \quad (4.1)$$

Предположение, что есть постоянное число людей в структуре населения, вытекает следующее простое уравнение:

$$S(t) + I(t) + R(t) = N(t),$$

где  $N = N(t)$  от общего числа населения. Отметим, что темпы роста инфицированных дается  $a/b$ . Во-первых, мы начнем с уравнения:

$$S(0) + I(0) = N(0).$$

Это означает, что оно верно  $dS/dt < 0$  когда есть люди, которые инфицированы и те, которые были инфицированы. Так как S уменьшается с течением времени:  $S(t) < S(0)$ , для  $t \gg 0$  значение S постоянно снижается и S

должны быть неотрицательными, это означает, что при  $t \rightarrow \infty$ ,  $S$  должна иметь порог, который может быть 0, т. е.  $S(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$

Из второго уравнения имеем  $dI/dt < 0$ , при условии, что как  $aS < b$ . Так как  $S$  уменьшается, время проходит, следует, что при  $aS(0) < b$  и  $dI/dt < 0$  для каждого  $t > 0$ , подразумевая, что в этом случае эпидемия исчезает. Там не будет эпидемия, если критическое значение,  $b/a$ , достигается начальная популяция неинфицированных. Эта величина мала, если  $b \ll a$ , это значит, что иммунитет останавливает распространение болезни [113].

Число выздоровел,  $R = R(t)$ , из третьего уравнения, монотонно возрастает, но так как  $R(t) \leq N$ , предел  $R(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} R(t)$ , существует. Далее, предел  $I(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} I(t)$ , также существует, а выражение  $(I(\infty) - R(\infty) / N)$  показывает силу эпидемии, которая осуществляется населением. Теперь необходимо определить эти пределы. Начальные значения параметров эксперимента:  $N = 1000$ ;  $S = N - 1$ ;  $I = 1$ ;  $\beta = 0.00218$ ;  $\gamma = 0.5$ ;  $\tau = 15$ .

На рисунке 4.8 представлены результаты эксперимента по имитации распространения эпидемии.

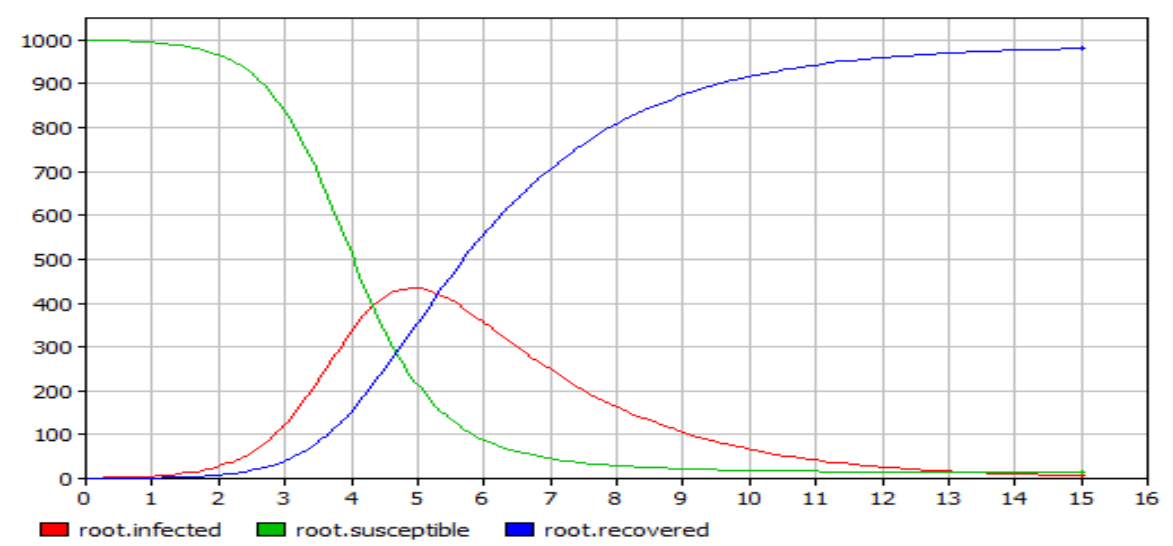


Рис.4.8. Результаты эксперимента с СД-моделью

Таким образом, системная динамика является превосходным инструментом для реализации имитационных моделей для распространения эпидемического заболевания. SIR-модель учитывает процесс вывода

заражённых субъектов из компьютерной системы. Она базируется на предположении, что во время эпидемии некоторое количество заражённых субъектов либо избавляется от вредоносной программы.

С помощью изоляции зараженных субъектов (исключение восприимчивых узлов из сети на время распространения вредоносной программы) и применения более эффективных средств восстановления зараженных субъектов можно сгладить кривую зараженных (получить меньший пик числа зараженных), с помощью последнего метода также можно сократить время эпидемии [113].

#### **4.3. Реализация модели холеры в программной среде Anylogic**

Современные программные пакеты научно-инженерных расчётов и компьютерного моделирования, позволяют достаточно эффективно исследовать динамические свойства сложных систем, численными методами не прибегая к аналитическим исследованиям. Разработанная имитационная модель имеет сложную структуру. Основной её элемент — это динамическая модель, описываемая системой алгебро-дифференциальных уравнений. Кроме того, в её составе есть элементы, которые описываются логистической и составной линейной функциями. В подобных случаях, вместо аналитических или численных решений уравнений математической модели её проще реализовать методами аналоговых вычислений.

При параметрической идентификации имитационной модели используются данные отчётов специально разработанной медицинской информационной системы. Все компоненты программного комплекса разработаны и испытаны в среде Anylogic.

Для реализации разработанной модели с помощью программы AnyLogic нами приняты, использовать метода клеточного автомата при моделировании

комбинированной имитационной модели распространения холеры на основе стохастической компартментной модели и клеточного автомата [94, 110].

На рисунке 4.9 приведен снимок внешнего вида модулей интерфейса ввода глобальных параметров имитационной модели.

Свойства

Общие | Дополнительные

Имя:

Корневой объект:

Скорость моделирования

☐ Виртуальное время (максимальная скорость)

☒ Реальное время (заданная скорость)

Единиц времени в секунду:

Параметры

| Имя       | Значение |
|-----------|----------|
| $\alpha$  |          |
| $\beta_L$ |          |
| $\beta_H$ |          |
| $K_L$     |          |
| $K_H$     |          |
| $X$       |          |
| $\delta$  |          |
| $\mu$     |          |
| $\mu_s$   |          |
| $\gamma$  |          |
| $P$       |          |
| $\xi_s$   |          |
| $\xi_A$   |          |
| $\Pi$     |          |

Рис. 4.9. Окно ввода глобальных параметров имитационной модели

Основными особенностями предложенной модели являются наличие состояния клетки, которое описывает препятствие; вероятностный характер правил перехода [94].

На рисунке 4.10 приведена схема географической сети системы распространения холеры.



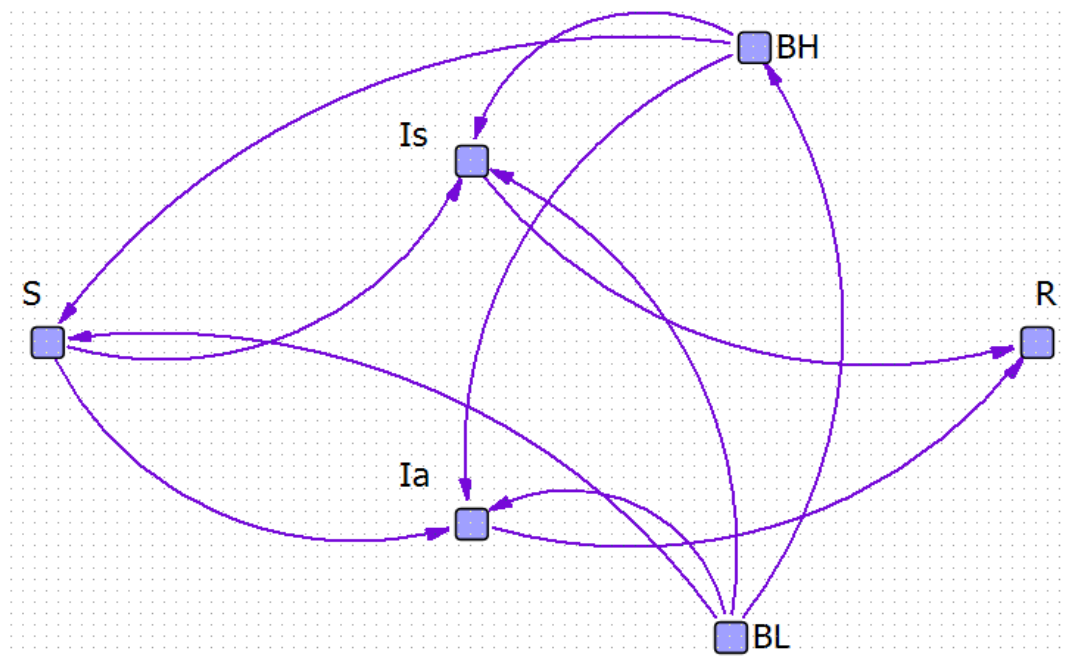


Рис. 4.10. Граф географической сети системы холеры

На рисунке 4.11 приведена схема модели распространения холеры в популяции на основе клеточного автомата с использованием программы Anylogic.

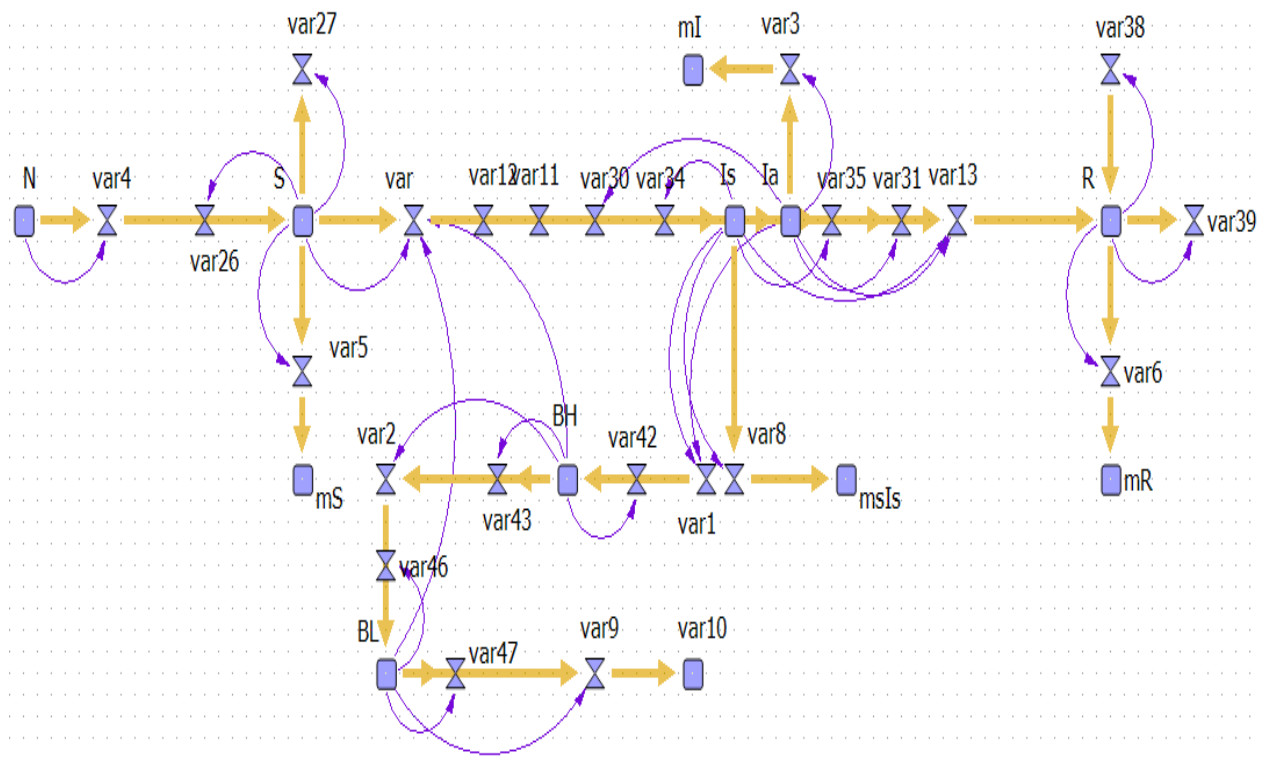


Рис.4.11. Схема модели распространения холеры в элементарной популяции

На рисунке 4.11 приведена схема модели распространения холеры в популяции на основе клеточного автомата. Описанные в предыдущих разделах входные и выходные параметры имеют следующие обозначения:

*Var* (переменная)– *Накопитель* для моделирования численности потенциальных состояний.

Таблица 4.1

| Обозначение на схемах       | Принятое в тексте обозначение                                                             |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>var</i>                  | $\alpha * \beta_L * (S * B_L) / (k_L + B_L) + \alpha * \beta_H * (S * B_H) / (k_H + B_H)$ |
| <i>var12</i>                | $p$                                                                                       |
| <i>var11</i>                | $(1 - p)$                                                                                 |
| <i>var13</i>                | $\gamma * (I_S + I_A)$                                                                    |
| <i>var1</i>                 | $\xi_S * I_S + \xi_A * I_A$                                                               |
| <i>var2</i>                 | $\chi * B_H$                                                                              |
| <i>var9</i>                 | $\delta * B_L$                                                                            |
| <i>var4</i>                 | $\mu * N$                                                                                 |
| <i>var5</i>                 | $\mu * S$                                                                                 |
| <i>var6</i>                 | $\mu * R$                                                                                 |
| <i>var3</i>                 | $\mu * I_A$                                                                               |
| <i>var8</i>                 | $\mu_S * I_S$                                                                             |
| <i>Var26,30,34,38,42,46</i> | <i>Входящие миграционных потоков и перемещение в популяции</i>                            |
| <i>Var27,31,35,39,47,43</i> | <i>Выходящие миграционных потоков и перемещение в популяции</i>                           |

Дифференциальные уравнение математической модели распространения холеры в элементарной популяции:

$$d(S)/dt = -var - var5 + var26 - var27 + var4$$

$$d(I_A)/dt = var + var12 - var3 + var30 - var31 - var13$$

$$d(I_S)/dt = var + var11 - var8 + var34 - var35 - var13$$

$$d(R)/dt = var13 - var6 + var38 - var39$$

$$d(B_H)/dt = -var2 + var1 + var42 - var43$$

$$d(B_L)/dt = var2 - var9 + var46 - var47$$

Теперь перезапустить модель, поочередно щелкнув мышью по кнопкам *Перезапустить* и *Запустить*. На рисунке 4.12 диаграмма показывает результаты исследования модели распространения холеры на основе клеточного автомата.

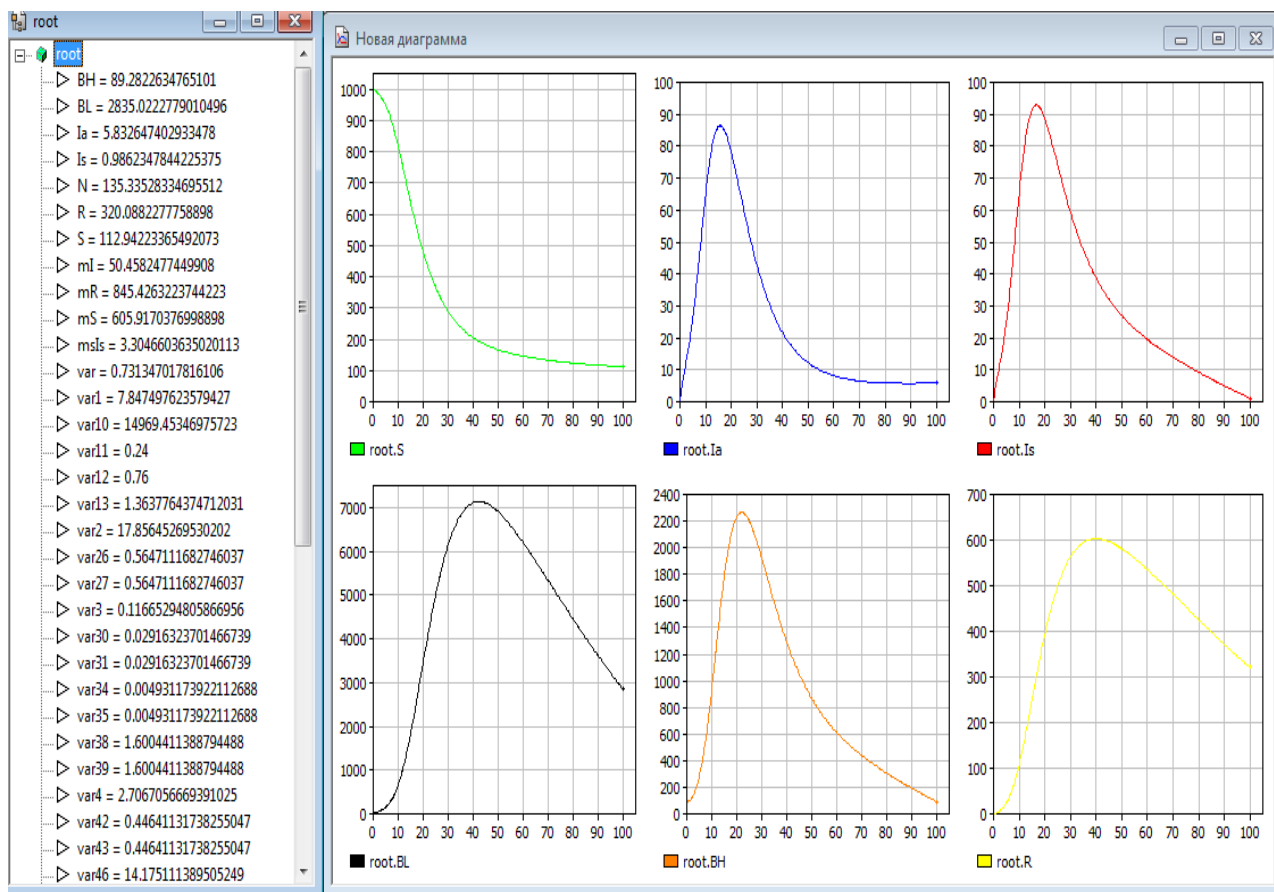


Рис. 4.12. Результаты исследования модели распространения холеры

Это учебное пособие продемонстрировало основные шаги создания моделей системной динамики в AnyLogic, при имитационном моделировании распространения эпидемических заболеваний. AnyLogic поддерживает разработку и моделирование систем обратной связи (диаграммы потоков и накопителей, правила решений, включая массивы переменных). Разработанная модель в среде AnyLogic предназначена для исследования характеристик эпидемии и процесса восстановления системы. Среда позволяет изменять значения параметров модели непосредственно во время ее работы, что в жизни аналогично вмешательству человека в различные процессы.

Программа предназначена для имитационного моделирования распространения эпидемических заболеваний. Основные характеристики программы:

- Поддержка эпидемиологических моделей.
- Возможность моделирования, как на гомогенных, так и на гетерогенных сетях.
- Поддержка работы с файлами программы Rajek.
- Присутствие функции сохранения результатов моделирования в файл.
- Присутствие функции загрузки результатов моделирования из файла.

AnyLogic позволяет непосредственно записывать алгебраические и дифференциальные уравнения в аналитическом виде, что является значительно более удобным и наглядным, чем использование блоков для каждой операции, будь то интегрирование, умножение или сложение. Запись уравнений в аналитическом виде, которая использована в AnyLogic для описания систем — это именно та нотация, в которой привыкли размышлять исследователи, инженеры и разработчики систем управления. Кроме возможности аналитической записи уравнений, AnyLogic содержит также традиционные средства спецификации динамических систем в виде блоков, дополнительные возможности организации иерархической структуры сложных моделей, а также средства построения анимации и использования стейтчартов для переключения режимов поведения динамических объектов, что существенно упрощает разработку моделей и помогает пониманию процессов, происходящих в динамической системе [110].

#### **4.4. Программное средство моделирования пространственно-временной динамики эпидемических заболеваний.**

Программная реализация предложенной модели выполнена на языке C++ с использованием кроссплатформенного инструментария Qt-4.7 и библиотеки визуализации графиков QwtPlot.

К функциям разработанного программного средства относятся:

- моделирование динамики двумерных клеточно-автоматных моделей;
- визуализация результатов моделирования в виде растровых карт состояний ячеек, графиков изменения значений переменных состояния ячеек и всей модели;
- предоставление интерфейса расширения набора моделей путем подключения внешних модулей, реализующих:
  - варианты геометрии решеток КА-модели;
  - варианты соседства ячеек КА-модели;
  - варианты моделей состояний и переходов ячеек (например для различных заболеваний).

Программное средство разработано с использованием метода объектно-ориентированного анализа и проектирования. Результаты проектирования приведены на рисунках 4.13-4.18 в виде диаграмм в нотации UML 2.0.

На рисунке 4.13 приведена диаграмма классов программного средства. Центральное место в архитектуре программы занимает конкретный класс Grid, который представляет набор ячеек КА модели. Единственный экземпляр данного класса агрегирует следующие объекты:

- массив экземпляров класса Cell, который представляет одну ячейку КА;
- экземпляр класса GeometryModel, представляющего заменяемую модель геометрии решетки КА;
- экземпляр класса NeighboursModel, который представляет заменяемую модель соседства ячеек КА;
- один экземпляр конкретного класса, наследника FSMModel, который представляет модель конечного автомата для ячеек (данный экземпляр используется для клонирования моделей для ячеек, а также для хранения агрегированных значений переменных состояния всей модели);

Класс FSMModelTrack представляет сущностные объекты, хранящие запись значений переменных состояния на шагах дискретного времени для ячейки или всей модели. ModelGraph — класс диалога просмотра состояния и графиков записи переменных состояния для отдельной ячейки. MainWindow — класс главного окна приложения, содержащий ссылку на экземпляр Grid. Класс CellViewer представляет визуальный элемент (виджет), предназначенный для отрисовки с возможностью масштабирования растрового представления состояния модели.

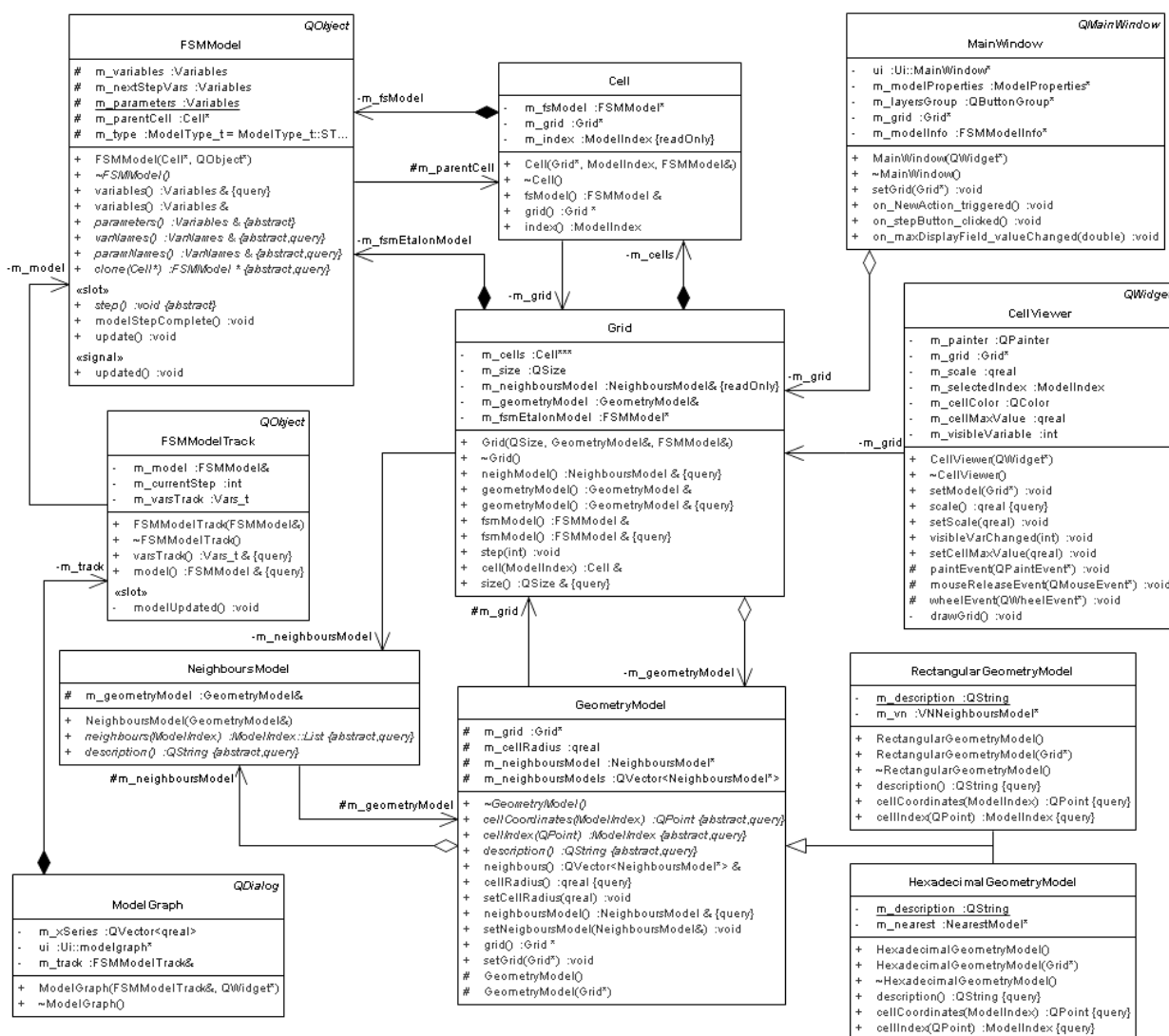


Рис. 4.13. Диаграмма классов — ядро программного средства

На рисунке 4.14 приведена диаграмма классов двух конкретных реализаций моделей состояния ячеек для Холеры (CholeraModel) и простой SIR-

модели эпидемического заболевания, например гриппа, (SIRModel).

Реализация данных классов может быть взята за основу при создании моделей конкретных заболеваний (или моделей в других предметных областях).

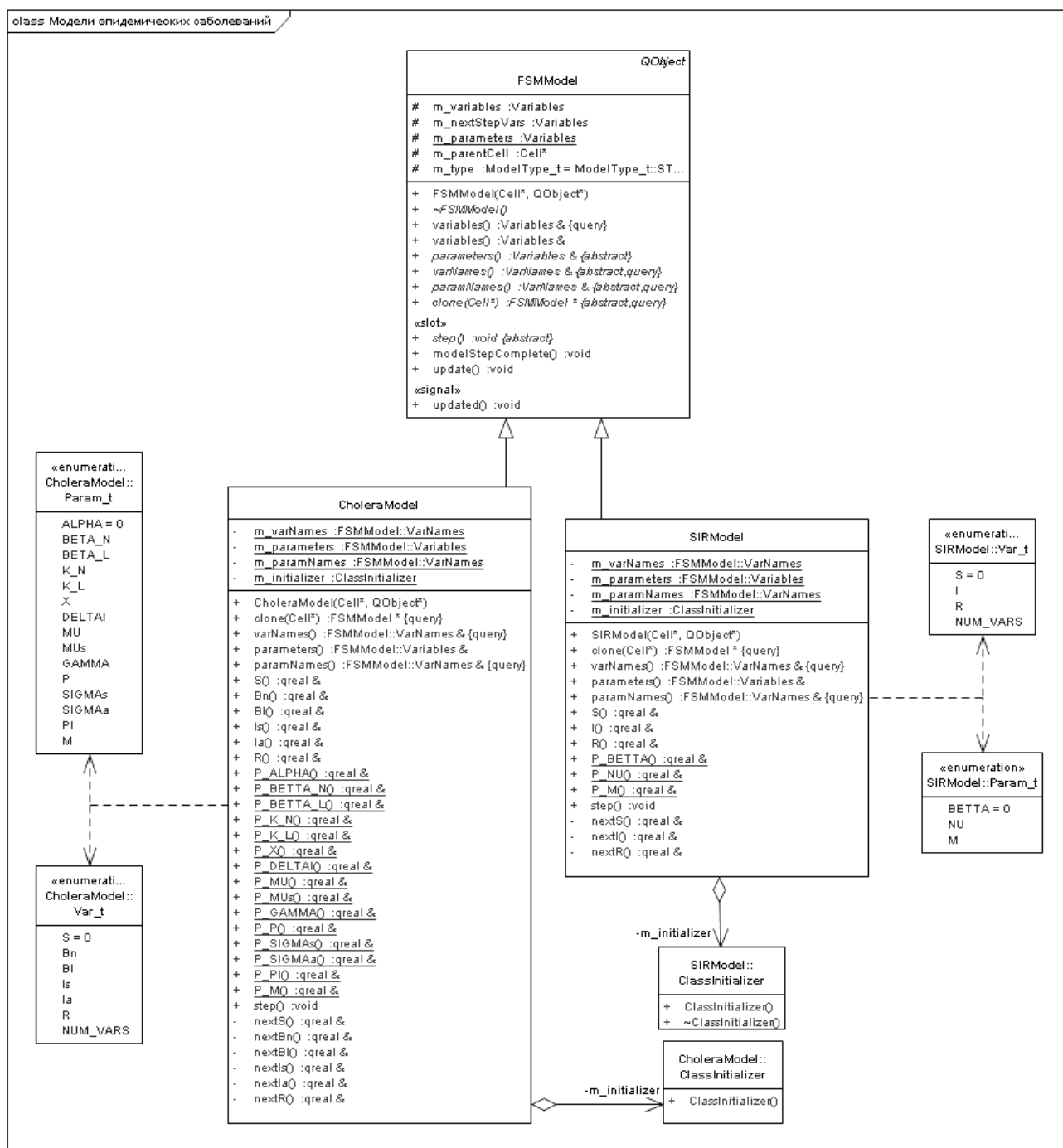


Рис. 4.14. Диаграмма классов — примеры моделей конкретных заболеваний

Как следует из структуры базового абстрактного класса **FSMModel**, конкретные реализации должны переопределять чисто виртуальные методы

получения списка имен переменных состояния, параметров модели, а также значений переменных состояния. Классы моделей содержат публичные вложенные перечисляемые типы параметров модели и переменных состояния, а также методы доступа к значениям параметров и переменных, делающие код реализации уравнений моделей значительно более читаемым. Сигнал updated позволяет объектам визуализации состояния и динамики моделей изменять значения переменных и вид графиков по мере выполнения шагов модели.

На рисунке 4.15 приведена диаграмма объектов разработанного программного средства.

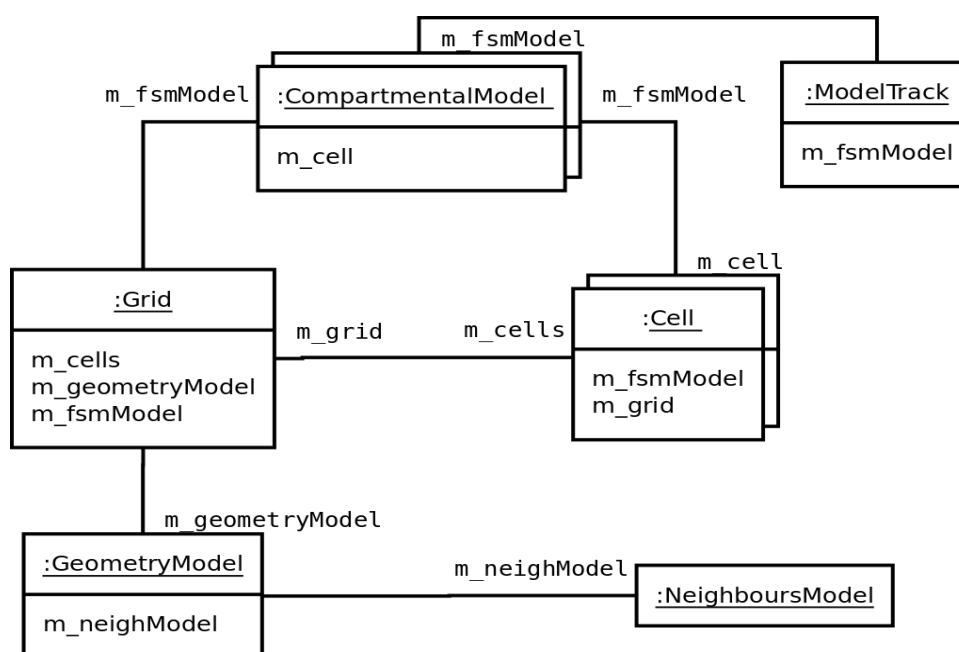


Рис. 4.15. Диаграмма объектов программного средства

Объект класса **Grid** является агрегатом объектов класса **Cell**, представляющих элементарную популяцию компартментной моделью. Объекты класса **CompartmentalModel** – заменяемые реализации различных компартментных моделей. В работе описаны модель для холеры и простая SIR-модель. Объекты **ModelTrack** создаются для всех экземпляров моделей, переменные состояния которых должны быть сохранены для отображения на графиках. Объекты **GeometryModel** – заменяемые реализации геометрических свойств решеток КА-модели. В работе описаны модели прямоугольной и



гексагональной двумерных решеток КА. Объекты класса NeighboursModel – заменяемые правила определения соседства ячеек.

На рисунке 4.16 приведена схема алгоритма конфигурации комбинированной модели распространения эпидемий и вычислений, производимых в процессе имитационных экспериментов с моделью.

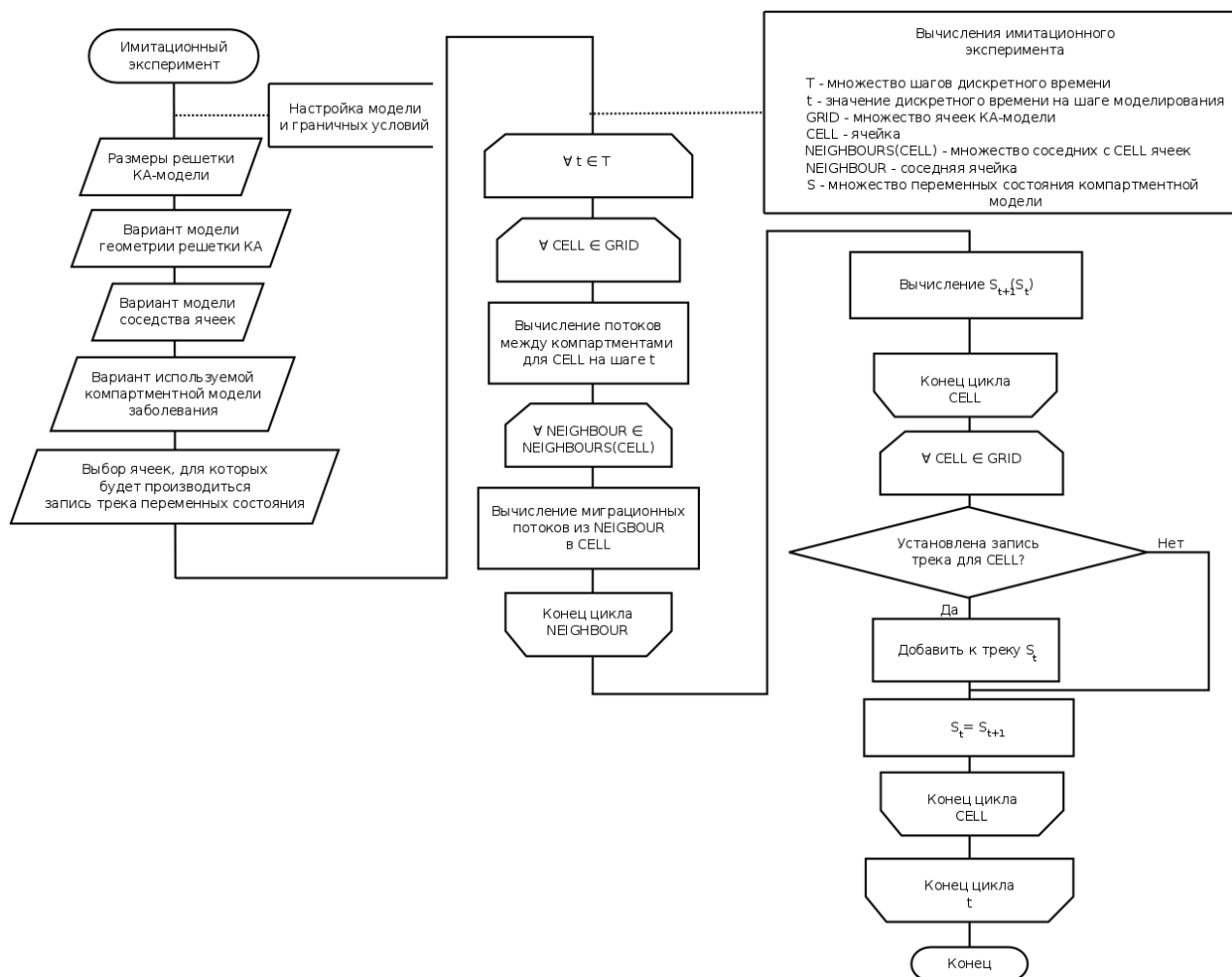


Рис. 4.16. Блок-схема алгоритма вычислений при имитационных экспериментах с комбинированной моделью

На рисунке 4.17 а-в приведены снимки внешнего вида модулей интерфейса модели распространения эпидемических заболеваний (грипп) в популяции.

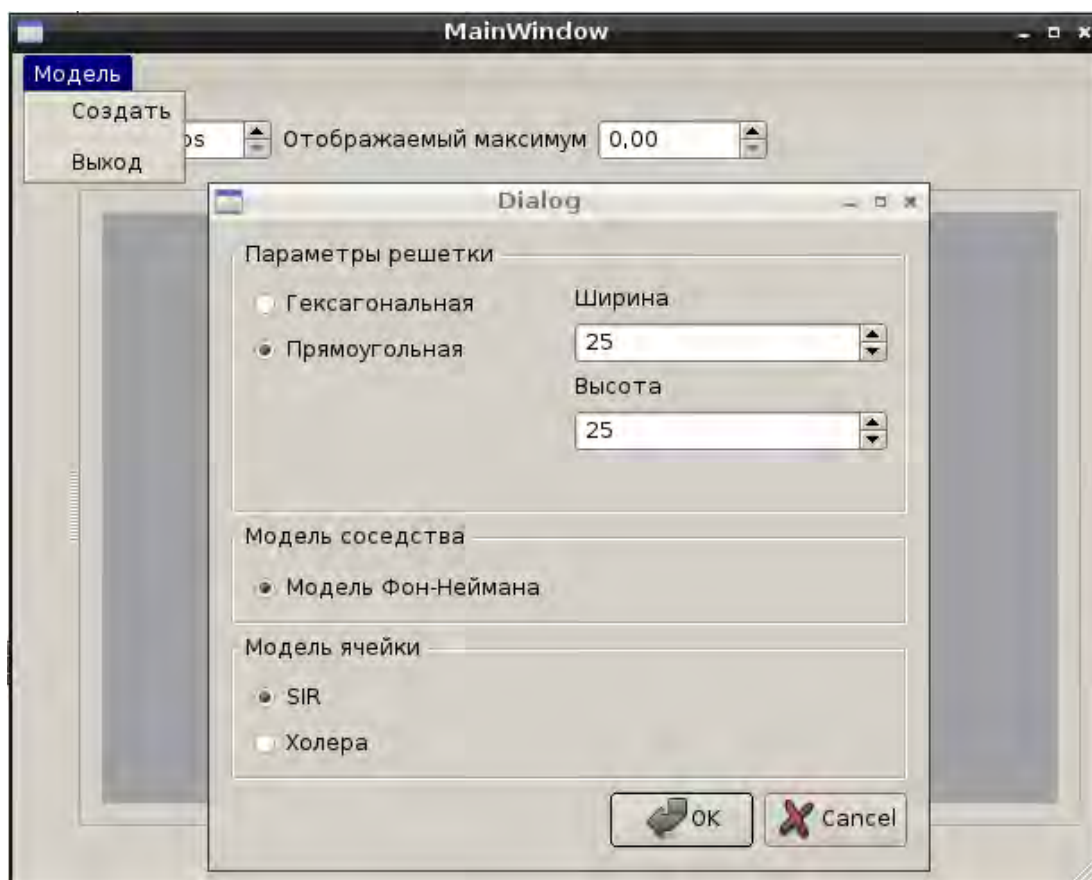


Рис.4.17. а) Основное окно оболочки запуска ядра СППР , например гриппа, (SIRModel)

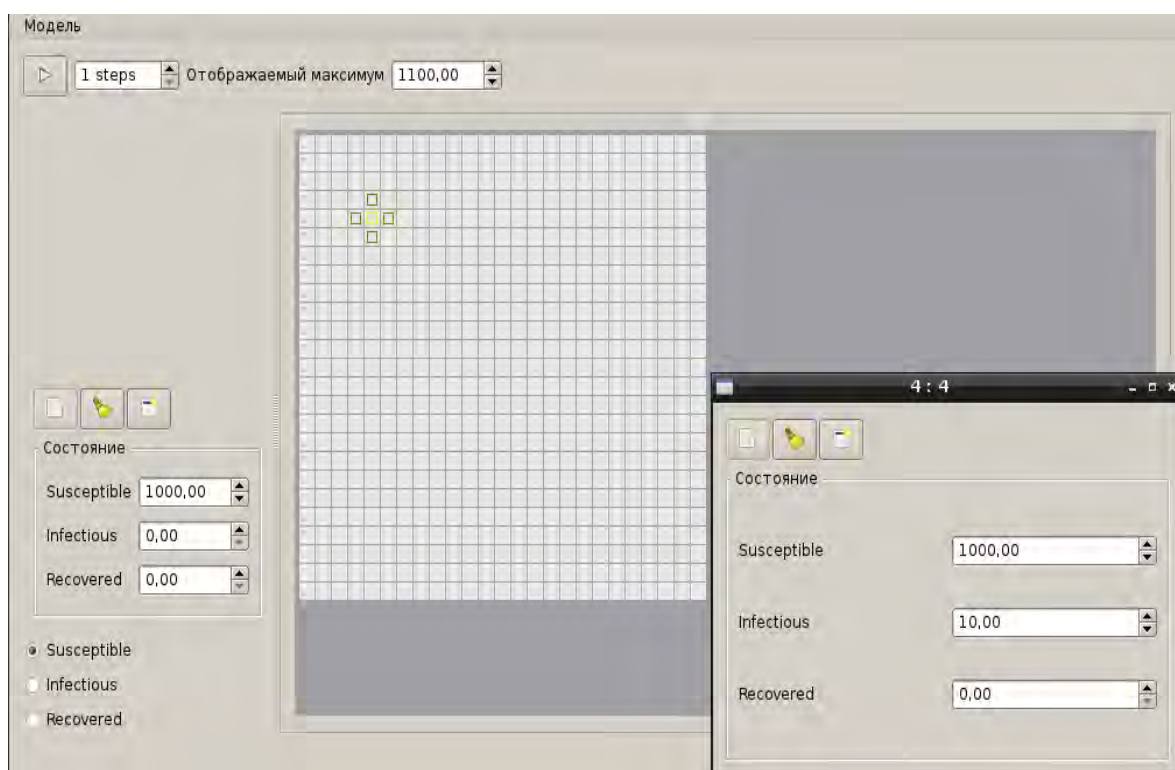


Рис.4.17. б) Окно ввода глобальных параметров имитационной SIR модели

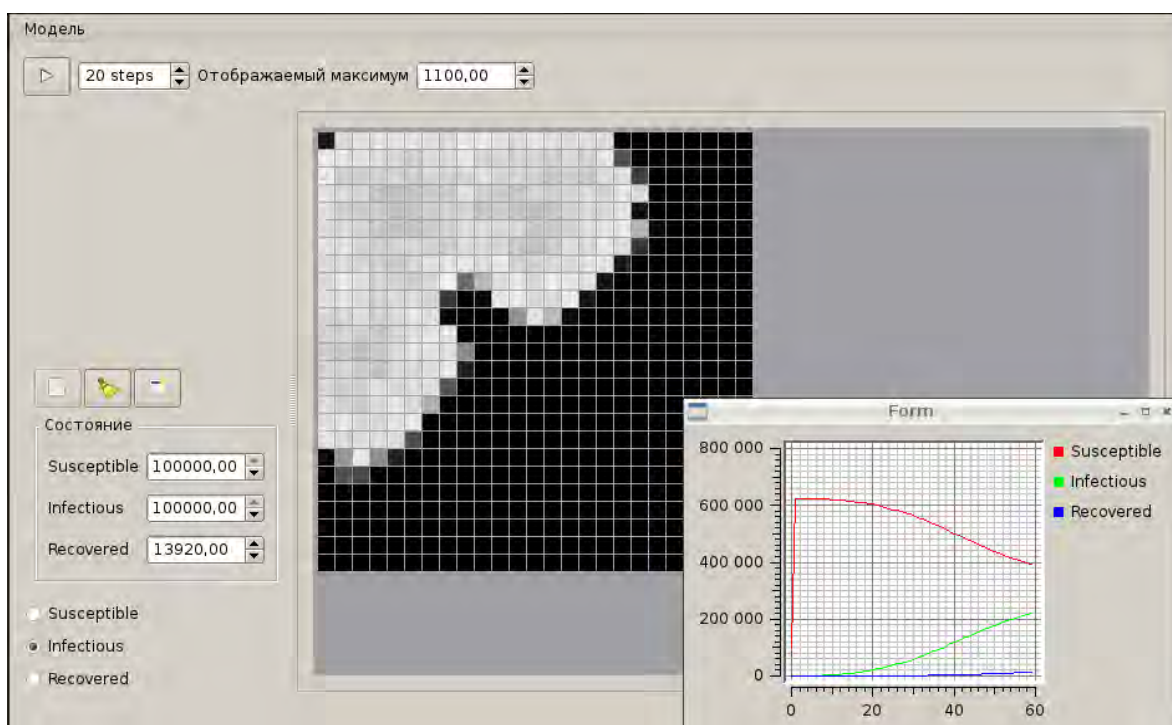


Рис.4.17. в) Результаты программного средства моделирования эпидемических процессов SIR модели

На рисунке 4.18 а-в приведены снимки внешнего вида модулей интерфейса модели распространения эпидемических заболеваний (холера) в популяции.

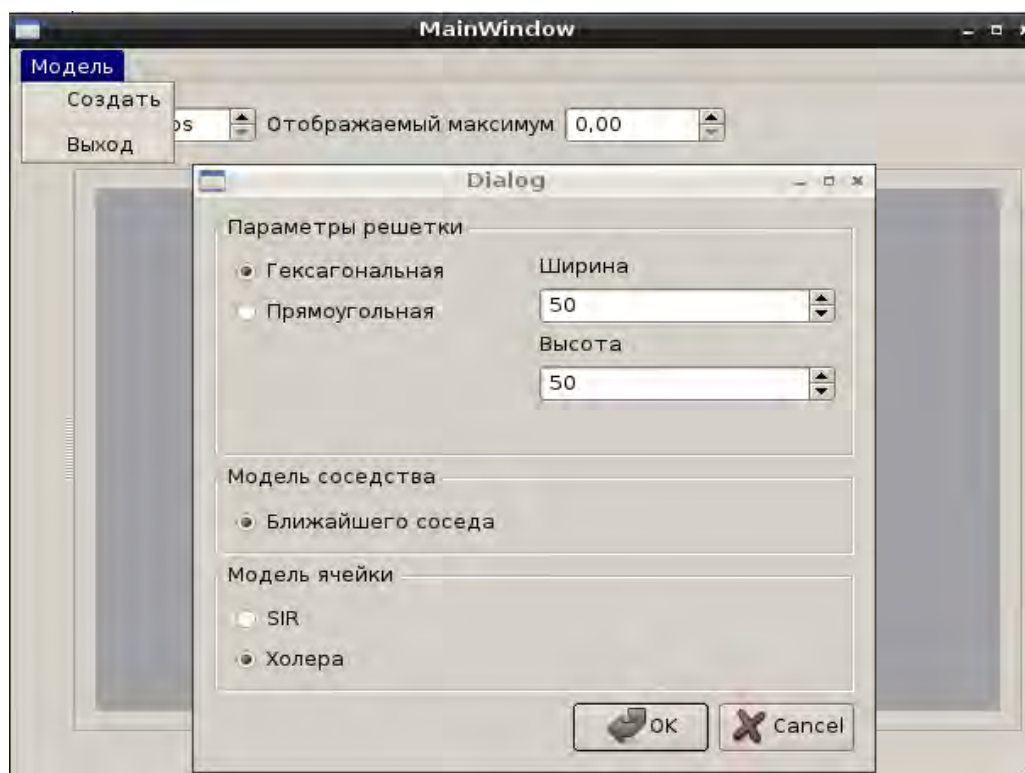


Рис.4.18. а) Основное окно оболочки запуска ядра СППР , например холеры

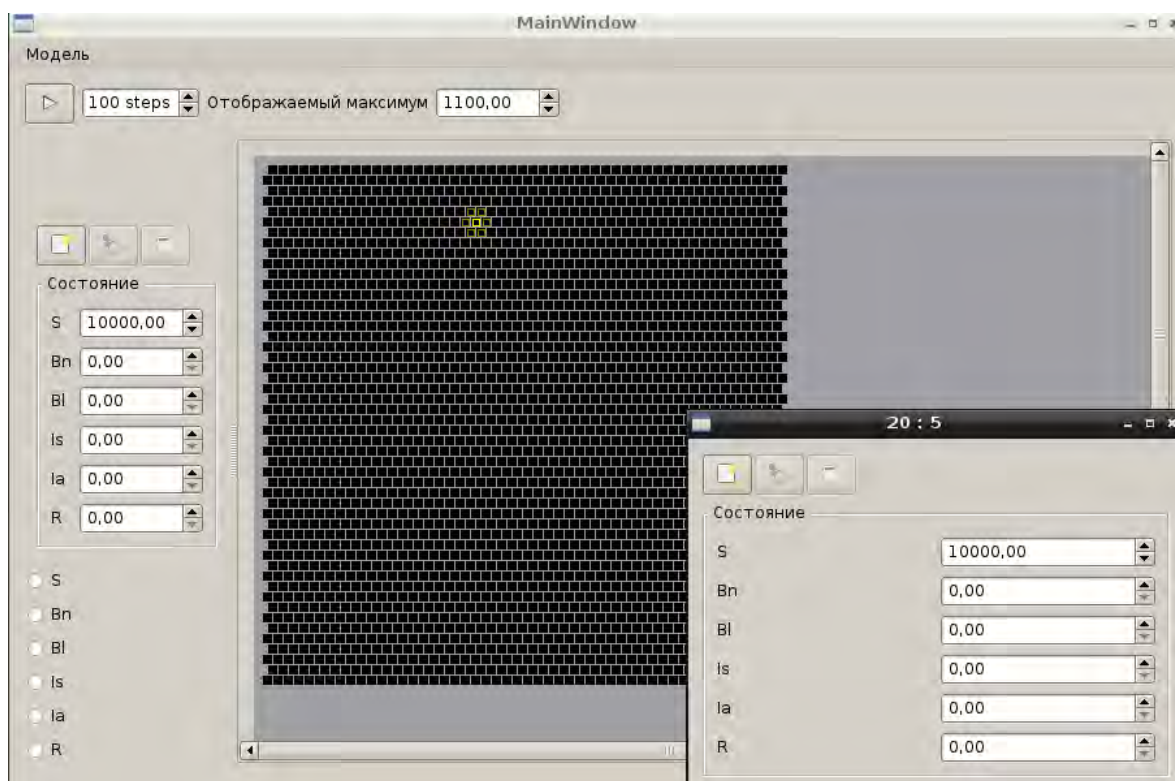


Рис.4.18. б) Окно ввода глобальных параметров имитационной SIR модели

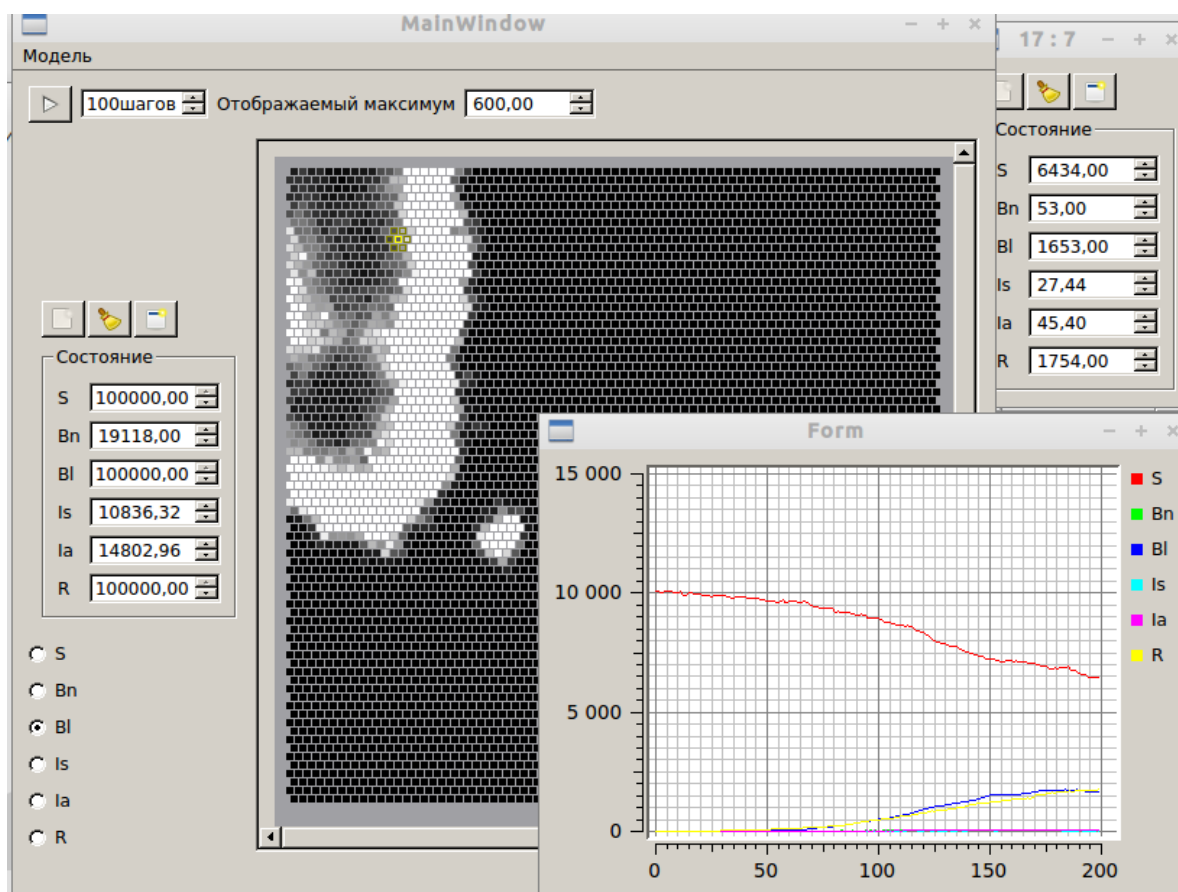


Рис.4.18. в) Результаты программного средства моделирования эпидемических процессов (холера)

## Выводы

Для исследования и настройки предложенных в работе моделей использовались: пакет имитационного моделирования AnyLogic. Разработка программного средства прогнозирования пространственного-временного распространения эпидемий основана на методе объектно-ориентированного анализа и проектирования, а его реализация выполнена на языке программирования ANSI C++11 с использованием средств разработки GNU GCC-4.7 и библиотек Qt-4.8.

На основе разработанной имитационной модели создана управляемая моделями система поддержки принятия решений, можно сделать вывод о целесообразности применения клеточного автомата при моделировании распространения холеры. Предложенная модель на основе клеточного автомата способна легче интегрировать мобильность и взаимодействие между вектором и хозяином для идентификации и прогнозирования эпидемий эпидемических заболеваний. Клеточные автоматы являются простым и быстрым способом моделирования эпидемического заболевания. В клеточной модели автоматов всё пространство представляет собой сетку.

Вычислительные эксперименты показали, что:

- При исследованных значениях параметров популяции наиболее значимое влияние на развитие эпидемии оказывают вероятность инфицирования.
- Наибольшая продолжительность эпидемии наблюдается при наибольших количествах интенсивностях миграционных потоков.
- Существует вероятность инфицирования, безопасная с точки зрения превышения эпидемиологического порога.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена разработке комбинированной имитационной модели пространственного распространения эпидемий, позволяющей моделировать пространственное распространение заболеваний с допущением глобального перемешивания индивидов и двумерного вероятностного клеточного автомата, использующей компартментную модель в качестве правила перехода состояния ячеек, с целью созданию на её основе системы поддержки принятия решений по противодействию распространения эпидемий.

В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

1. Предложена структура стохастической компартментной модели распространения холеры, отличающаяся представлением потоков членов популяции между компартментами как случайной величины, распределенной по биномиальному закону, что позволяет более точно отражать зависимость динамики эпидемического процесса от абсолютных значений объема компартментов по сравнению с известными детерминированными моделями.
2. Разработана комбинированная имитационная модель на основе совмещения стохастических компартментных моделей вероятностного клеточного автомата для прогнозной оценки пространственного распространения эпидемий.
3. Разработан алгоритм и модели двумерных клеточных автоматов и приведены результаты визуализации при имитационном моделировании пространственного распространения эпидемий с использованием вероятностных клеточных автоматов на основе регулярных гексагональных решёток. Результаты исследования

свидетельствует о том, что использование разработанной модели позволяет определить особенности функционирования этого метода для прогнозной оценки эпидемической ситуации;

4. Разработано программное средство моделирования пространственно-временной динамики эпидемических процессов в популяциях, которое может быть использовано как основной элемент управляемых моделями систем поддержки принятия решений по противодействию распространению эпидемий.
5. Приведены результаты исследований чувствительности модели к изменению коэффициента скорости миграции по сравнению компартментной и комбинированной имитационной модели на основе стохастической компартментной модели и клеточного автомата. Результаты исследований модели показывают, что уменьшение интенсивности миграционных потоков между компартментами ведет к проявлению запаздывания изменения числа инфицированных по сравнению с моделями глобальными перемешиванием.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: идеи, методы, примеры. – М.: Физматлит, 2001.
2. Тарасевич Ю.Ю. Математическое и компьютерное моделирование. – М.: Эдиториал УРСС, 2001.
3. Учение об эпидемическом процессе. Классификация инфекционных болезней. [Электронный ресурс] // URL: <http://www.obrzhv.ru/docs/2570/index-422962.html>. (дата обращения 16.04 2012 г.).
4. Всемирная организация здравоохранения. Центр СМИ. [Электронный ресурс] // URL: <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs107/ru/index.html>. (дата обращения 05.03 2011 г.).
5. Мединский Г.М., Наркевич М.И., Сергиев В.П., Адамов А.К. Эпидемиологический надзор за холерой в СССР //М.: Медицина.-1989.-144 с.
6. Вестник инфектологии и паразитологии. «Холера и патогенные для человека вибрионы», 4-5 июня 2003 г., Ростов-на-Дону.
7. Методические указания МУ 4.2.1097-02 «Лабораторная диагностика холеры» (утв. Главным государственным санитарным врачом РФ 15 января 2002г.) [Электронный ресурс] // URL: <http://works.doklad.ru/view/40F3bZLRxbY.html> (дата обращения 15.04.2012).
8. О мероприятиях по эпидемиологическому надзору за холерой. Письмо. Министерство здравоохранения РФ 5 мая 2004 г. № 2510/3360-04-32.
9. Характеристика эпидемического процесса холеры. [Электронный ресурс] // URL:[http://www.epidemiology\\_fipo.dsmu.edu.ua/metod/ooi\\_ur/ooi\\_ru/holera/epid.html](http://www.epidemiology_fipo.dsmu.edu.ua/metod/ooi_ur/ooi_ru/holera/epid.html) (дата обращения 07.03.2012).
10. Шэннон Р. Имитационное моделирование систем: искусство и наука. М.: Мир, 1978.



11. Garner M.G., Dubé C., Stevenson M.A., Sanson R.L., Estrada C., Griffin J. (2007).– Evaluating alternative approaches to managing animal disease outbreaks. The role of modelling in policy formulation. *Vet. Ital.*, 43 (2), 285-298.
12. Garner M.G., Beckett S.D. (2005).– Modelling the spread of foot-and-mouth disease in Australia. *Aust Vet. J.*, 83 (12), 758-766.
13. Keeling M.J., Eames K.T.D.– Networks and epidemic models. *J. R. Soc. Interface* (2005) 2, 295-307.
14. Kitching R.P., Thrusfield M.V., Taylor N.M.– Use and abuse of mathematical models: an illustration from the 2001 foot and mouth disease epidemic in the United Kingdom. *Rev. sci. tech. Off. int. Epiz.*, 2006, 25 (1), 293-311.
15. Taylor N. – Review of the use of models in informing disease control policy development and adjustment. A report for DEFRA. Veterinary Epidemiology and Economics Research Unit (VEERU), School of Agriculture, Policy and Development, The University of Reading, 26 May 2003.
16. Woolhouse M.E.J.– Mathematical models of the epidemiology and control of foot-and-mouth disease. In: *Footand-Mouth Disease: Current Perspectives*. Eds F. Sobrino and E. Domingo. Horizon Bioscience, Норфолк, Англия, 2004.
17. Обзор эпидемиологических моделей. Использование эпидемиологических моделей URL: <http://www.oie.int/doc/ged/D4535.PDF>.
18. Blower S.M., Small P, Hopwell P. Control strategies for tuberculosis epidemics: new models for old problems. // *Science* 273. 1996 C. 497-500.
19. Watts, D., Muhamad, R., Medina, D. C. & Dodds, P. S. Multiscale, resurgent epidemics in a hierarchical metapopulation model // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. 102 2005. C. 11157-11162.
20. Kermack W.O. A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics. / A.G. McKendrick, W.O. Kermack // *Proc. Roy. Soc. Lond.A* 115.1927. C.700-721.

21. Башабшех, М.М. Исследование и прогнозирование эпидемиологических заболеваний на основе компартментальных моделей [Текст] / М.М. Башабшех, А.В. Скворцов, Б.И. Масленников // Сборник научных трудов магистрантов и аспирантов. Раздел информационные технологии в науке и образовании. – Тверь: ТвГТУ, 2013. – Выпуск 3. – С.6-9.
22. Башабшех, М.М. Компартментные модели распространения заболеваний (эпидемии) [Текст] / М.М. Башабшех, Б.И. Масленников и др. // Система гарантий качества образования: Разработка и внедрение: материалы научно-практической конференции. – Тверь: Купол, 2012. – С.23-27.
23. Тоффоли Т.,Марголус Н.Машины клеточных автоматов. М.:Мир, 1991.280.
24. Классификация поведения одномерных клеточных автоматов/ Скаков П.С.// [Электронный ресурс] // URL:[http://www.is.ifmo.ru/diploma-theses/\\_skakov\\_master.pdf](http://www.is.ifmo.ru/diploma-theses/_skakov_master.pdf).
25. Csahyk Z. and Vicsek T. Lattice gas model for collective biological motion. Physical Review A. 1995. Vol. 52. N 5. PP. 5297-5303.
26. Chopard B., Droz M. Cellular automata model for heat conduction in a fluid. Physics Letters A. 1988. Vol. 126. N 8/9. PP. 476-480.
27. Jacobs D.J., Masters A.J. Domain growth in one-dimensional diffusive lattice gas with short-range attraction.// Physical Review A. 1994. Vol. 49. N 4. PP. 2700-2710.
28. Plap M., Gouyet J-E. Dendritic growth in a mean-field lattice gas model. Physical Review A. 1997. Vol. 55. N 1.
29. Малинецкий Г.Г., Степанцев М.Е., Моделирование движения толпы при помощи клеточных автоматов.// Известия ВУЗов. Сер. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5. С. 75-79.

30. Levermore c. D., Boghosian в.м. Deterministic cellular automata with diffusive behavior, // Cellular Automata and Modeling of Complex Physical Systems, ed. by P.Manneville, Springer, Berlin, 1990, p.118-129.
31. Oono Y., Kohmoto m. Discrete model of chemical turbulence. // Phys.Rev.Lett., V.55 (1985), .№27, p.2927-2931.
32. Frish u. and others. Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions. // Complex systems, 1987, V.1, p.649-707.
33. Нейман Джон фон Теория самовоспроизводящихся автоматов, - М. Мир, 1971, Книжный дом «Либерком».
34. Классификация клеточный\_автомат. Клеточные автоматы - Словари и энциклопедии на Академике. [Электронный ресурс] // URL: [www.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/970087](http://www.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/970087).
35. В.З.Аладьев.Классические однородные структуры .[Электронный ресурс] //URL:[http://writers.fultus.com/aladjev/ebooks/Victor\\_Aladjev\\_Classical\\_Homogeneous\\_Structures\\_Cellular\\_Automata\\_.pdf](http://writers.fultus.com/aladjev/ebooks/Victor_Aladjev_Classical_Homogeneous_Structures_Cellular_Automata_.pdf).
36. Sipper M., Tomassini M. Computation in Artificially Evolved, Non-uniform Cellular Automata // Theor. Comput. Sci., vol. 217, no. 1, 1999. Pp. 81 – 98.
37. Семенов. В К. Непрерывные среды и клеточные автоматы. С. Г. Чефранов. Электронный ресурс // URL: <http://ufn.ru/ru/articles/1990/11/j/>
38. Лев Наумов, Анатолий Шалыто. Клеточные автоматы. Реализация и эксперименты. [Электронный ресурс] // URL: <http://www.ict.edu.ru/ft/001854/klet.pdf>.
39. A New Kind of Science / S.Wolfram. Electronic recourse.Access mode: Электронный ресурс // URL:<http://www.wolframscience.com/nksonline/toc.html>
40. Konrad Zuse (1969). Calculating Space. Massachusets Institute of Technology. Proj Mac. Cambridge, Mass 02139.– 1970– 74 p.

41. Von Neumann, J. (1966). Theory of Self-Reproducing Automata. Edited and completed by A.W. Burks. Urbana, IL:University of Illinois Press.
42. Joel L. Schiff Cellular automata. A Discrete View of the World. A John Wiley&Sons inc, Publication. University of Auckland.– 2008.– 279 p.
43. Camazine, Deneubourg, Franks, Sneyd, Theraulaz, Bonabeau. Self-Organisation in Biological Systems, Princeton University Press, 2003.
44. Hulata, Volman. Self-regulated complexity in neural networks, Natural Comput, 4, 2005, 363-386.
45. Reiter, A local cellular model for snow crystal growth. Chaos, Soliton&Fractals. 23(4) – 2005. 1111-1119.
46. Аноприенко А. Я. Эволюция алгоритмического базиса вычислительного моделирования и сложность реального мира, // Научные труды Донецкого национального технического университета. Выпуск 52. Серия «Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем» (ИКВТ - 2002). – Донецк: ДонНТУ. – 2002. – С. 6-9.
47. Аноприенко А. Я., Коноплева А. П. Опыт применения гиперкодов в моделировании клеточных автоматов // Научные труды Донецкого национального технического университета. Выпуск 6 (127). Серия «Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем» (МАП-2007). – Донецк: ДонНТУ.
48. Лектор – Склярова Елена Александровна. [Электронный ресурс] / Тема: Клеточные автоматы. Режим доступа: <http://rushkolnik.ru/docs/114/index-2849629.html>
49. S. Wolfram, (2002) *A New Kind of Science*, Wolfram Media, Champaign, IL, pp 48-57.
50. S. Wolfram, (1983) "Statistical Mechanics of Cellular Automata." *Rev. Mod. Phys.* 55, Pages 601-644.

51. E. F. Moore, "Machine models of self reproduction" American Mathematical Society, Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, 14, pp 17-33.
52. Langton Christopher G. Self-reproduction in Cellular Automata. J. Doyne Farmer, Tommaso Toffoli, Stephen Wolfram, editors. Cellular Automata: Proceedings of an Interdisciplinary Workshop, Los Alamos March 7-11, 1983 (Physica D 10). North Holland. 1984
53. Малинецкий Г.Г., Митин Н.А., и др. Нанобиология и синергетика. Проблемы и идеи.(Часть 2) ( Nanobiology and Synergetics. Problems and Ideas. Part 2. Preprint, Inst. Appl. Math., the Russian Academy of Science)
54. Солярник Г. И. «Математические модели дифференциации и морфогенеза».
55. Джоунз Г. Программирование на языке ОККАМ. — М.: Мир, 1989. — 284 С.
56. Erik Pruyt Delft. University of Technology, Faculty of Technology, Policy and Management P.O, the Netherlands July 26, 2009. [Электронный ресурс] // URL: <http://www.systemdynamics.org/conferences/2009/proceed/papers/P1357.pdf>
57. Agheksanterian, A. and M. K. Gobbert (2007, November). Modeling the spread of epidemic cholera: an age-structured model. Working Paper.
58. Feachem, R., D. Bradley, H. Garelick, and D. Mara (1983). Sanitation and disease. Health aspects of excreta and wastewater management, Chapter Vibrio cholerae and cholera, pp. 297–325. John Wiley & Sons.
59. R. M. Anderson and R. M. May. Infectious Disease of Humans. Oxford University press, 1991.
60. V. Capasso and S. L. Paveri-Fontana. A Mathematical Model for the Cholera Epidemic in the European Mediterranean Region. Rev.Epidem.Sante Publ, 27:121-132, 1979.

61. C. T. Codeco. Endemic and Epidemic Dynamics of Cholera: The Role of the Aquatic Reservoir. *BMC Infect. Dis.*, 1:1, 2001.
62. David M. Hartely, J. Glenn Morris Jr., and David L. Smith. Hyperinfectivity: A Critical Element in the Ability of *V. Cholerae* to Cause Epidemics? *PLoS MEDICINE*, 3:63-69, 2006.
63. Mercedes Pascual, Menno J. Bouma, and Andrew P. Cholera and Climate: Revisiting the Quantitative Evidence. *Microbes and Infection*, 4:23-245, 2002.
64. P. van den Driessche and James Watmough. Reproduction Numbers and Sub-threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*, 180:29-48, 2002.
65. W. H. Mosley, Shamsa Ahmed, A. S. Benenson, and Ansaruddin Ahmed. The Relationship of Vibriocidal Antibody Titre to Susceptibility to Cholera in Family Contacts of Cholera Patients. *Bull. Wld Hlth Org.*, 38:777-785, 1968.
66. K. J. Ryan and C. G. Ray. *Sherris Medical Biology*. Mcgraw Hill, 2004.
67. S. M. Faruque and G. B. Nair. *Vibrio Cholerae: Genomics and Molecular Biology*. Caiser Academic press, 2008.
68. K. Alexander and T. Kirschner. Rapid Growth of Planktonic *Vibrio Cholerae* Non-o1/Non-o139 Strains in a Large Alkaline Lake in Austria: Dependence on Temperature and Dissolved Organic Carbon Quality., 74:2004-2015, 2008.
69. Joachim Reidl and Karl E. Klose. *Vibrio Cholerae* and Cholera: Out of the Water and into the Host. *FEMS MICROBIOLOGY Reviews*, 26:125-139, 2002.
70. S. W. Lacey. *Clin. infect. dis. Clin. Infect. Dis.*, 20:409, 1995.
71. Rita R. Colwell. Global Climate and Infections Disease: The Cholera Paradigm. *Science*, 274:2025-2031, 1996.
72. Edoardo Beretta and Yang Kuang. Geometric Stability Switch Criteria in Delay Differential Systems with Delay Dependent Parameters. *SIAM J. MATH. ANAL.*, 33:1144-1165, 2002.

73. H . I. Freedman and Y. Kuang. Stability Switches in Linear Scalar Neutral Delay Equations. *Funkcialaj Ekvacioj*, 34:187-209, 1991.
74. Miguel Angel Lunque Fernandez, Ariane Bauernfeind, Julio Diaz Jimenez, Cristina Linares Gil, Nathalie El Omeiri, and Dionisio Herrera Guibert. Inuence of Temprature and Rainfall on the Evolution of Cholera Epidemics in Lusaka, Zambia, 2003-2006: Analysis of Time Series. *The Royal Society of Tropical Medicine and Hygiene*, 103:137-143, 2009.
75. Mohammed Ali, Micheal Emch, J. P. Donnay, Mohammed Yunus, and R. B. Sack. The Spatial Epidemiology of Cholera in an Epidemic Area of Bangladesh. *Social Science and Medicine*, 55:1015-1024, 2002.
76. Cholera. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.britannica.com/ebchecked/topic/114078/Cholera>.
77. Kaper JB, Morris JG, Levine MM (1995) Cholera. *Clin Micro Rev* 8: 48–86.
78. Morris JG Jr (1995) *Vibrio cholerae* O139 Bengal: Emergence of a new epidemic strain of cholera. *Infect Agents Dis* 4: 41–46.
79. Koo D, Traverso H, Libel M, Drasbek C, Tauxe R, et al. (1996) Epidemic cholera in Latin America, 1991–1993: Implications of case definitions used for public health surveillance. *Bull Pan Am Health Organ* 30: 134–143.
80. Cash RA, Music SI, Libonati JP, Synder MJ, Wenzel RP, et al. (1974) Response of man to infection with *Vibrio cholerae*. I. Clinical, serologic, and bacteriologic responses to a known inoculum. *J Infect Dis* 129: 45–52.
81. Levine MM, Nalin DR, Rennels MB, Hornick RB, Sotman S, et al. (1979) Genetic susceptibility to cholera. *Ann Hum Biol* 6: 369–374.
82. Alam A, Larocque RC, Harris JB, Vanderspurt C, Ryan ET, et al. (2005) Hyperinfectivity of human-passaged *Vibrio cholerae* can be modeled by growth in the infant mouse. *Infect Immun* 73: 6674–6679.

83. United Nations Population Division. World Population Prospects: the 2008 Revision. 2009;
84. Merrell, DS, Butler, SM, Qadri, F et al. Host-induced epidemic spread of the cholera bacterium. *Nature* 2002; 417:642-645.
85. Miller Neilan, RL, Schaefer, E, Gaff, H, Fister, KR Lenhart, S. Modeling optimal intervention strategies for cholera. *Bull. Math. Biol* 2010; 72:2004-2018.
86. Ministere de la Sante Publique et de la Population. Rapport de cas journalier et cumulatif. 2010;
87. King, AA, Ionides, EL, Pascual, M Bouma, MJ. Inapparent infections and cholera dynamics. *Nature* 2008; 454:877-880.
88. Geweke, J. Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to calculation of posterior moments. Federal Reserve Bank of Minneapolis: Research Department Staff Report 1991; 148:
89. Детерминированные и стохастические модели. [Электронный ресурс]. 2013 – Режим доступа: <http://mandeced.ru/lektsii-po-razrabotke-upravlencheskikh-reshenij/177-determinirovannye-i-stoxasticheskie-modeli.html>
90. Детерминированные и стохастические модели. [Электронный ресурс]. 2013 – Режим доступа: <http://automationlab.ru/index.php/2011-06-26-21-10-36/398-7>.
91. Башабшех, М.М. Применение детерминированной и стохастической модели для прогнозной оценки распространения эпидемий. [Электронный ресурс] // Электронный периодический научный журнал «SCI-ARTICLE.RU». 2014. №7. С. 9-16. URL: [http://sci-article.ru/number/03\\_2014.pdf](http://sci-article.ru/number/03_2014.pdf) (дата обращения: 10.03.2014).
92. Башабшех, М.М. Компарментные модели на основе детерминированного и стохастического варианта при моделировании распространения эпидемий// Электронный научный журнал "Вычислительная техника и программное



обеспечение". - 2014. - Выпуск 1(1) Январь-Апрель. С. 10-16. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [http://www.computer-facilities-and-software.ingnpublishing.com/archive/2014/release\\_1\\_1\\_januaryapril/bashabsheh\\_m\\_m\\_kompartmentnye\\_modeli\\_na\\_osnove\\_determinirovannogo\\_i\\_stohasticheskogo\\_varianta\\_pri\\_model](http://www.computer-facilities-and-software.ingnpublishing.com/archive/2014/release_1_1_januaryapril/bashabsheh_m_m_kompartmentnye_modeli_na_osnove_determinirovannogo_i_stohasticheskogo_varianta_pri_model).

93. Башабшех, М.М. Математическое моделирование распространения эпидемий (на примере холеры) с использованием детерминированной и стохастической компартментных моделей [Текст] / М.М. Башабшех // Перспективы развития науки и образования: сборник научных трудов междунар. науч.-практ. конф. – Тамбов, 2014. – С. 15-16.

94. Башабшех, М.М. Имитационное моделирование пространственного распространения эпидемий (на примере холеры) с применением метода клеточных автоматов с помощью программы AnyLogic [Текст] / М.М. Башабшех, Б.И. Масленников // Науковедение (электронный журнал). – 2013. – №6 (19). [Электронный ресурс]. – Идентификационный номер статьи в журнале: 135TVN613 – М. 2013. – Режим доступа: <http://naukovedenie.ru/PDF/135TVN613.pdf> (доступ свободный).

95. Панченко Т.В. Генетические алгоритмы [Текст]: Учебно-методическое пособие / под ред. Тарасевича-Астрахань. Ю.Ю. Панченко. Т.В // издательский дом "Астраханский университет", 2007- С.87.

96. Масленников. Б. И. Математическое обеспечение информационно-аналитической медицинской системы программные продукты и системы/ Б. И. Масленников, А. В. Скворцов международное научно-практическое приложение к международному журналу «Проблемы теории и практики управления».- 2008.- С. 158-160.

97. В.К. Ванаг Исследование пространственно распределенных динамических систем методами вероятностного клеточного автомата (рус.) //

Успехи физических наук. Обзоры актуальных проблем. : журнал. — май 1999. — Т. 169. — № 5. — С. 481-505.

98. Варшавский В.И. Однородные структуры / В.И. Варшавский, В.Б. Мараховский, В.А. Песчанский, Л.Я. Розенблюм. М - 1973.

99. Советов Б. Я. Моделирование систем: Учеб. Для вузов/ Б. Я Советов С. А Яковлев// 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. Шк -2001.С 343

100. Башабшех, М.М. Исследование пространственно распределенных динамических систем при моделировании распространения эпидемических заболеваний методами вероятностного клеточного автомата [Текст] / М.М. Башабшех, А.В. Скворцов, Б.И. Масленников // Перспективы науки. – 2013. – № 5 (44). – С. 60-63.

101. Башабшех, М.М. Имитационное моделирование пространственного распространительных динамических систем с использованием вероятностных клеточных автоматов на основе регулярных гексагональных решёток [Текст] / М.М. Башабшех, А.В. Скворцов, Б.И. Масленников // Образование и наука: современное состояние и перспективы развития: сборник науч. Трудов междунар. заоч. науч.-практ. конф. – Тамбов, 2013. – Часть 9. – С. 25-26.

102. Башабшех, М.М. Моделирование пространственного распространения эпидемии с использованием регулярных гексагональных решёток на основе вероятностных клеточных автоматов [Текст] / М.М. Башабшех, А.В. Скворцов, Б.И. Масленников // Вестник тверского государственного технического университета: Научный журнал. – Тверь: ТвГТУ, 2013. – №1. – Вып.23. – С. 28-31.

103. Каток. А. Б. Перемешивание (динамические системы), введение в современную теорию динамических систем / А. Б. Каток, Б. Хасселблат.

104. Башабшех, М.М. Совмещение вероятностных клеточных автоматов и компартментных моделей для прогнозной оценки пространственного распространения эпидемиологических заболеваний [Текст] / М.М. Башабшех, А.В. Скворцов, Б.И. Масленников // Интеграция науки и образования-производству, экономике: сборник трудов научно-практической конференции. – Тверь: ТвГТУ, 2012. – Том 2. – С.10.
105. Gnumeric - 10.03.2008. [электронный ресурс] / Ron White. Режим доступа: <http://www.pcworld.com/article/232785/gnumeric.html>.
106. Башабшех, М.М. Применение клеточных автоматов для моделирования пространственного распространения эпидемиологических заболеваний [Текст] / М.М. Башабшех, А.В. Скворцов, Б.И. Масленников // Вестник тверского государственного технического университета: Научный журнал. – Тверь: ТвГТУ, 2013. – №1. – Вып.23. – С. 9-14.
107. Башабшех, М.М. Использование стохастических моделей для прогнозной оценки распространения эпидемии с помощью клеточных автоматов [Текст] / М.М. Башабшех // Интеллектуальные системы и технологии: современное состояние и перспективы: сборник научных трудов 2-й Международной летней школы-семинара по искусственному интеллекту для студентов, аспирантов и молодых ученых. – Тверь: ТвГТУ, 2013. – С. 187-190.
108. Башабшех, М.М. Применение динамических систем методами вероятностного клеточного автомата к имитационному моделированию процесса распространения эпидемии холеры [Текст] / М.М. Башабшех, А.В. Скворцов и др. // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов (электронный журнал). – 2013. – №4. – Раздел информационные системы. С.226-228. – [Электронный ресурс]. Режим доступа: URL: <http://jurnal.org/articles/2013/inf5.html> (доступ свободный).

109. Башабшех, М.М. Комбинированная имитационная модель пространственного распространения эпидемических заболеваний по холере на основе вероятностного клеточного автомата [Текст] / М.М. Башабшех, Б.И. Масленников, А.В. Скворцов // Наукovedение (электронный журнал). – 2013. – №3 (16). [Электронный ресурс]. – Идентификационный номер статьи в журнале: 42ТВН313. – М. 2013. – Режим доступа: <http://naukovedenie.ru/PDF/42tvn313.pdf> (доступ свободный).
110. Башабшех, М.М. Повышение качества и точности противоэпидемической ситуации с применением комбинированной имитационной модели на основе стохастической компартментной модели и клеточного автомата [Текст] / М.М. Башабшех // Инженерный вестник Дона (электронный журнал). – 2014. – №1. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2014/2273> (доступ свободный).
111. Карпов Ю. Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. — СПб: БХВ-Петербург, 2006. — 400 с. — ISBN 5-94157-148-8.
112. Д. Ю. Каталевский. Основы имитационного моделирования и системного анализа в управлении, 2011.
113. Башабшех, М.М. Использование среды Anylogic при моделировании распространения эпидемии [Текст] / М.М. Башабшех // Современные научные исследования и инновации (электронный журнал). – 2013. – № 4. – [Электронный ресурс]. Режим доступа: URL: <http://web.snauka.ru/issues/2013/04/23264> (доступ свободный).

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1. Фрагмент программного кода модели двумерного клеточного автомата на основе регулярных решёток

#### Модуль описания классов и структур данных

```
unit CA;
{
    This program is free software; you can redistribute it and/or modify
    it under the terms of the GNU General Public License as published by
    the Free Software Foundation; either version 3 of the License, or
    (at your option) any later version.

    This program is distributed in the hope that it will be useful,
    but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
    MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
    GNU General Public License for more details.

    You should have received a copy of the GNU General Public License
    along with this program; if not, write to the Free Software
    Foundation, Inc., 51 Franklin Street, Fifth Floor, Boston,
    MA 02110-1301, USA.
}

{$mode objfpc}{$H+}

interface

uses
    Classes, SysUtils;

type
    TGridGeometry = (TRI,ORT,HEX);

    TState=0..255;
    TGridSize=0..999;
    TParamsCount=0..9;

    TParam=record
        {Name:string[11];}
        Value:single;
    end;

    TPGrid = ^TGrid;

    TPcell = ^TCell;
    TCell = class
    private
        Grid:TPGrid;
    public
        State:TState;
        StateN:TState;
        Params:array of TParam;
```

```

        Neighbours:array of TPCell;
        constructor Create(Owner:TPGrid);
        destructor Destroy();
end;

TCells = array of array of TCell;
TPCells = ^TCells;

TGrid = class
private
    NORows,NOCols:TGridSize;
    Geometry:TGridGeometry;
    NOParams:Byte;
    Params:array of string;
    procedure Collapse();
    procedure SetNeighbours();
public
    Cells:TCells;
    function GetRowsNum():TGridSize;
    function GetColsNum():TGridSize;
    procedure RandomFillin();
    procedure SaveToFile(FileName:string);
    procedure LoadFromFile(FileName:string);
    constructor create(Geom:TGridGeometry; Rows,Cols:LongWord; ParamsA:
array of string);
    procedure ModelStep();
    destructor Destroy();
end;

implementation

{Grid object constructor}
constructor TGrid.create(Geom:TGridGeometry; Rows,Cols:LongWord; ParamsA:
array of string);
var i,j:TGridSize;
    k:TParamSCount;
begin
    Self.NORows:=Rows;
    Self.NOCols:=Cols;
    Self.NOParams:=Length(ParamsA);
    Self.Geometry:=Geom;

    SetLength(Self.Params, Self.NOParams);
    for k:=0 to Self.NOParams-1 do
        Self.Params[k]:=ParamsA[k];

    SetLength(Self.Cells, Rows, Cols);
    for i:=0 to Rows-1 do
        begin
            for j:=0 to Cols-1 do
                begin
                    Self.Cells[i][j]:=TCell.Create(@Self);
                    Self.Cells[i][j].State:=0;
                    SetLength(Self.Cells[i][j].Params, Self.NOParams);
                end;
            end;
        end;
end;

```

```

        Self.SetNeighbours();

end;

{Grid object destructor}
destructor TGrid.Destroy();
var i,j:TGridSize;
begin
for i:=0 to Self.NORows-1 do
begin
    for j:=0 to Self.NOCols-1 do
begin
        Self.Cells[i][j].Destroy;
    end;
end;
SetLength(Self.Cells, 0, 0);
SetLength(Self.Params, 0);
end;

{Existing grid random fillin}
procedure TGrid.RandomFillin();
var i,j:TGridSize;
    k: TParamsCount;
begin
    Randomize();

    for i:=0 to Self.NORows-1 do
begin
    for j:=0 to Self.NOCols-1 do
begin
        {Self.Cells[i][j].State:=Random(256);}
        Self.Cells[i][j].State:=0;
        for k:=0 to Self.NOParams-1 do
            Self.Cells[i][j].Params[k].Value := Random();
        end;
    end;
end;

end;

{Save existing grid to file}
procedure TGrid.SaveToFile(FileName:string);
var OFile:text;
    i,j:TGridSize;
    k:TParamsCount;
begin

    Assign(OFile, FileName);
    Rewrite(OFile);

    {Grid size control string}
    writeln('Geometry',#9,'Rows',#9,'Columns',#9,'Params');
    writeln(OFile, Self.Geometry, #9, Self.NOCols, #9, Self.NORows, #9,
Self.NOParams);

    {Human-friendly header string}

```

```

write(OFfile, 'i', #9, 'j', #9, 'State');
for k:=0 to Self.NOParams-1 do
  write(OFfile, #9, Self.Params[k]);
writeln(OFfile);

{Data section}
for i:=0 to Self.NORows-1 do
begin
  for j:=0 to Self.NOCols-1 do
  begin
    write(OFfile,i,#9,j,#9,Self.Cells[i][j].State);
    for k:=0 to Self.NOParams-1 do
      write(OFfile,#9,Self.Cells[i][j].Params[k].Value);
    writeln(OFfile);
  end;
end;

Close(OFfile);

end;

{Load existing grid from file}
procedure TGrid.LoadFromFile(FileName:string);
var IFile:text;
    i,j:TGridSize;
    k: TParamsCount;
begin
  Self.Collapse();

  Assign(IFile, FileName);
  Reset(IFile);

  while not eof(IFile) do
  begin
  end;

  Close(IFile);

end;

{Zeroing the grid}
procedure TGrid.Collapse();
var i,j:TGridSize;
    k:TParamsCount;
begin
  for i:=0 to Self.NORows-1 do
  begin
    for j:=0 to Self.NOCols-1 do
    begin
      SetLength(Self.Cells[i][j].Params, 0);
      Self.Cells[i][j].Destroy;
    end;
  end;
  SetLength(Self.Cells, 0, 0);
end;

```



```

    Self.NORows:=0;
    Self.NOCols:=0;

end;

destructor TCell.Destroy();
begin
    SetLength(Self.Params, 0);
end;

function TGrid.GetRowsNum():TGridSize;
begin
    Result:=Self.NORows;
end;

function TGrid.GetColsNum():TGridSize;
begin
    Result:=Self.NOCols;
end;

{}
procedure TGrid.ModelStep();
var i,j:TGridSize;
    k:0..5;
    r:single;
begin
    for i:=0 to Self.NORows-1 do
    begin
        for j:=0 to Self.NOCols-1 do
        begin
            if Self.Cells[i][j].State < 255 then
            begin
                for k:=0 to 5 do
                begin
                    if not(Self.Cells[i][j].Neighbours[k] = nil) then
                    begin
                        if Self.Cells[i][j].Neighbours[k]^State > 0 then
                        begin
                            r:=random();
                            if (r<Self.Cells[i][j].Params[0].Value) then
                                Self.Cells[i][j].StateN:=Self.Cells[i][j].State+5
                            else
                                Self.Cells[i][j].StateN:=Self.Cells[i][j].State;
                        end;
                    end;
                end;
            end;
        end;
    end;
end;

for i:=0 to Self.NORows-1 do
begin
    for j:=0 to Self.NOCols-1 do
    begin
        Self.Cells[i][j].State:=Self.Cells[i][j].StateN;
    end;
end;

```

```

end;

end;

{}
procedure TGrid.SetNeighbours();
var i,j:TGridSize;
begin
    if Self.Geometry=HEX then
    begin
        {0 - upper left
        1 - upper right
        2 - right
        3 - lower right
        4 - lower left
        5 - left}
        for i:=0 to Self.NORows-1 do
        begin
            for j:=0 to Self.NOCols-1 do
            begin
                SetLength(Self.Cells[i][j].Neighbours, 6);

                if j=0 then
                {Left column, no left neighbours}
                Self.Cells[i][j].Neighbours[5]:=nil
            else
                {Set a left neighbour}
                Self.Cells[i][j].Neighbours[5]:= @(Self.Cells[i][j-1]);

                if j=Self.NOCols-1 then
                {Right column, no right neighbours}
                Self.Cells[i][j].Neighbours[2]:=nil
            else
                {Set a right neighbour}
                Self.Cells[i][j].Neighbours[2]:= @(Self.Cells[i][j+1]);

                if i=0 then
                begin
                    {Top row, no upper neighbours}
                    Self.Cells[i][j].Neighbours[0]:=nil;
                    Self.Cells[i][j].Neighbours[1]:=nil;
                end
            else
                begin
                    {Not top row, set upper neighbours}
                    if Odd(i) then
                    begin
                        {Odd (shifted) rows, upper left neighbour always exist}
                        Self.Cells[i][j].Neighbours[0] := @(Self.Cells[i-1][j]);
                        if j=Self.NOCols-1 then
                            Self.Cells[i][j].Neighbours[1] := nil
                        else
                            Self.Cells[i][j].Neighbours[1]:=@(Self.Cells[i-1][j+1]);
                    end
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        else
        begin
            {Even rows, upper right neighbour always exist}
            Self.Cells[i][j].Neighbours[1] := @(Self.Cells[i-1][j]);
            if j=0 then
                Self.Cells[i][j].Neighbours[0] := nil
            else
                Self.Cells[i][j].Neighbours[0]:=@(Self.Cells[i-1][j-1]);
            end;
        end;
    end;

    if i=Self.NORows-1 then
    begin
        {Bottom row, no lower neighbours}
        Self.Cells[i][j].Neighbours[3]:=nil;
        Self.Cells[i][j].Neighbours[4]:=nil;
    end
    else
    begin
        {Not bottom row, set lower neighbours}
        if Odd(i) then
        begin
            {Odd rows, lower left neighbour always exist}
            Self.Cells[i][j].Neighbours[4] := @(Self.Cells[i+1][j]);
            if j=Self.NOCols-1 then
                Self.Cells[i][j].Neighbours[3] := nil
            else
                Self.Cells[i][j].Neighbours[3]:=@(Self.Cells[i+1][j+1]);
            end
        end
        else
        begin
            {Even rows, lower right neighbour always exist}
            Self.Cells[i][j].Neighbours[3] := @(Self.Cells[i+1][j]);
            if j=0 then
                Self.Cells[i][j].Neighbours[4] := nil
            else
                Self.Cells[i][j].Neighbours[4]:=@(Self.Cells[i+1][j-1]);
            end;
        end;
    end;
end;

end;

constructor TCell.Create(Owner:TPGrid);
begin
    Self.Grid:=Owner;
end;

end.

                                Модуль главного окна

unit Main;

{$mode objfpc}{$H+}

```

```

interface

uses
  Classes, SysUtils, FileUtil, Forms, Controls, Graphics, Dialogs, Menus,
  ExtCtrls, ComCtrls, StdCtrls, Buttons,
  {=====}
  CA, RandomGrid;

type
  { TMainForm }

  TMainForm = class(TForm)
    GridArea: TPaintBox;
    RadiusFld: TComboBox;
    ComboBox2: TComboBox;
    SpeedButton4: TSpeedButton;
    StepsFld: TEdit;
    Label1: TLabel;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
    MainMenu1: TMainMenu;
    MenuItem1: TMenuItem;
    MenuItem2: TMenuItem;
    MenuItem3: TMenuItem;
    MenuItem4: TMenuItem;
    OpenFileDialog1: TOpenDialog;
    SaveDialog1: TSaveDialog;
    ScrollBox1: TScrollBox;
    SpeedButton1: TSpeedButton;
    SpeedButton2: TSpeedButton;
    SpeedButton3: TSpeedButton;
    ToolBar1: TToolBar;
    procedure FormCreate(Sender: TObject);
    procedure GridAreaClick(Sender: TObject);
    procedure GridAreaMouseDown(Sender: TObject; Button: TMouseButton;
      Shift: TShiftState; X, Y: Integer);
    procedure MenuItem2Click(Sender: TObject);
    procedure MenuItem4Click(Sender: TObject);
    procedure RadiusFldChange(Sender: TObject);
    procedure SpeedButton1Click(Sender: TObject);
    procedure SpeedButton2Click(Sender: TObject);
    procedure SpeedButton3Click(Sender: TObject);
    procedure SpeedButton4Click(Sender: TObject);
  private
    { private declarations }
  public
    { public declarations }
  end;

const
  HalfSqrt3 = 0.866025404;

var
  MainForm: TMainForm;
  Grid: TGrid;

```

```

    R,rm,LineShift:Single;
    rmi:Word;

implementation

procedure DrawGrid() forward;

{ TMainForm }

procedure TMainForm.MenuItem2Click(Sender: TObject);
begin
    RandomGridForm.ShowModal;
end;

procedure TMainForm.MenuItem4Click(Sender: TObject);
begin
    if SaveDialog1.Execute then
        Grid.SaveToFile(SaveDialog1.FileName);
end;

procedure TMainForm.RadiusFldChange(Sender: TObject);
begin
    R:=StrToFloat(MainForm.RadiusFld.Text);
    rm:=HalfSqrt3*R;
    rmi:=Round(rm);

    MainForm.GridArea.SetBounds(0,
                                0,
                                Round((2.0*Grid.GetColsNum()+2.0)*rm),
                                Round((1.5*R+0.5)*Grid.GetRowsNum()));
    MainForm.GridArea.Canvas.Pen.Style:=psClear;

    MainForm.GridArea.Refresh;
    DrawGrid;
end;

procedure TMainForm.SpeedButton1Click(Sender: TObject);
begin
    DrawGrid();
end;

procedure TMainForm.SpeedButton2Click(Sender: TObject);
begin
    Grid.ModelStep();
    DrawGrid();
end;

procedure TMainForm.SpeedButton3Click(Sender: TObject);
var k:byte;
begin
    k:=StrToInt(StepsFld.Text);
    while k>0 do
    begin
        Grid.ModelStep();
        k:=k-1;
    end;
end;

```

```

    DrawGrid();
end;

procedure TMainForm.SpeedButton4Click(Sender: TObject);
var
h: TBitmap;
r: TRect;
begin
r:=rect(0,0,GridArea.Canvas.Width, GridArea.Canvas.Height);
h:=nil;
    try
        h:=TBitmap.Create;
        h.width:=r.right;
        h.height:=r.bottom;;
        h.Canvas.CopyRect(r,GridArea.Canvas,r);
        if SaveDialog1.Execute then
            h.savetofile(SaveDialog1.filename);
        finally
            h.free;
        end;
    end;
end;

procedure TMainForm.FormCreate(Sender: TObject);
begin

end;

procedure TMainForm.GridAreaClick(Sender: TObject);
begin

end;

{}
procedure TMainForm.GridAreaMouseDown(Sender: TObject; Button: TMouseButton;
    Shift: TShiftState; X, Y: Integer);
var i,j:TGridSize;
    k:0..5;
begin
    i:=Round((Y-R)/(1.5*R));
    if not Odd(i) then LineShift:=0.0 else LineShift:=1.0;
    j:=Round((X-LineShift*rm-rm)/(2*rm));

    Grid.Cells[i][j].State:=1;

    y:=Round((1.5*i+1.0)*R);
    x:=Round((2.0*j+LineShift+1.0)*rm);

    MainForm.GridArea.Canvas.Brush.Color:=RGBToColor(255,0,0);
    MainForm.GridArea.Canvas.Rectangle(x-rmi,y-rmi,x+rmi,y+rmi);

end;

{$R *.lfm}

{}
procedure DrawGrid();

```

```

var i,j:TGridSize;
    k:TParamsCount;
    x,y:Word;
begin
    for i:=0 to Grid.GetRowsNum()-1 do
    begin
        if not Odd(i) then LineShift:=0.0 else LineShift:=1.0;
        y:=Round((1.5*i+1.0)*R);
        for j:=0 to Grid.GetColsNum()-1 do
        begin
            x:=Round((2.0*j+LineShift+1.0)*rm);
            if Grid.Cells[i][j].State=0 then

MainForm.GridArea.Canvas.Brush.Color:=RGBToColor(0,Round(255*Grid.Cells[i][j]
.Params[0].Value),0)
            else

MainForm.GridArea.Canvas.Brush.Color:=RGBToColor(255,Grid.Cells[i][j].State,0
);
            MainForm.GridArea.Canvas.Rectangle(x-rmi,y-rmi,x+rmi,y+rmi);
        end;
    end;

end;
end.

```

#### Модуль диалога генерации случайного набора данных

```

unit RandomGrid;

{$mode objfpc}{$H+}

interface

uses
    Classes, SysUtils, FileUtil, Forms, Controls, Graphics, Dialogs, ExtCtrls,
    StdCtrls, Buttons, Grids,
    {=====}
    CA;

type

    { TRandomGridForm }

TRandomGridForm = class(TForm)
    BitBtn1: TBitBtn;
    BitBtn2: TBitBtn;
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    GroupBox1: TGroupBox;
    Label1: TLabel;
    RowsFld: TLabeledEdit;
    ColsFld: TLabeledEdit;
    LabeledEdit3: TLabeledEdit;
    LabeledEdit4: TLabeledEdit;
    ParamsList: TStringGrid;

```

```

        RadioButton1: TRadioButton;
        RadioButton2: TRadioButton;
        RadioButton3: TRadioButton;
        procedure BitBtn1Click(Sender: TObject);
        procedure BitBtn2Click(Sender: TObject);
        procedure Button1Click(Sender: TObject);
        procedure Button2Click(Sender: TObject);
    private
        { private declarations }
    public
        { public declarations }
    end;

var
    RandomGridForm: TRandomGridForm;

implementation

uses Main;

{$R *.lfm}

{ TRandomGridForm }

procedure TRandomGridForm.BitBtn2Click(Sender: TObject);
begin
    RandomGridForm.Close;
end;

procedure TRandomGridForm.BitBtn1Click(Sender: TObject);
var m,n:TGridSize;
    k,p:TParamsCount;
    parms:array of string;
begin
    Randomize();

    m:=StrToInt(RowsFld.Text);
    n:=StrToInt(ColsFld.Text);
    p:=ParamsList.RowCount-1;
    SetLength(parms, p);
    for k:=0 to p-1 do
        parms[k]:=ParamsList.Cells[0,p];

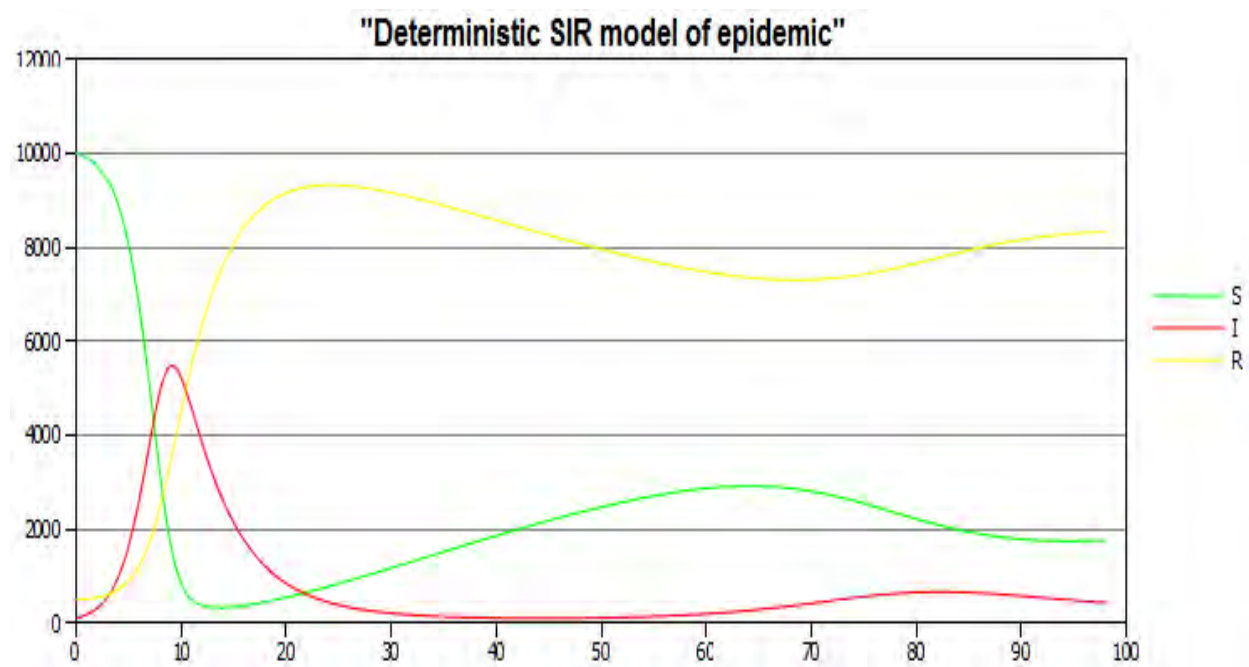
    Grid:=TGrid.create(HEX,m,n,parms);
    Grid.RandomFillin();
end;
procedure TRandomGridForm.Button1Click(Sender: TObject);
begin
    ParamsList.InsertColRow(false,ParamsList.RowCount);
end;
procedure TRandomGridForm.Button2Click(Sender: TObject);
begin
    ParamsList.DeleteRow(ParamsList.Row);
end;
end.

```



## Приложение 2. Результаты проверки экспериментов с имитационной моделью системы управления эпидемической ситуацией (грипп, холера) при использовании различных численных методов

Результаты экспериментов с имитационной моделью системы управления эпидемической ситуацией на примере гриппа (SIR-Модель) с использованием детерминированной и стохастической модели.



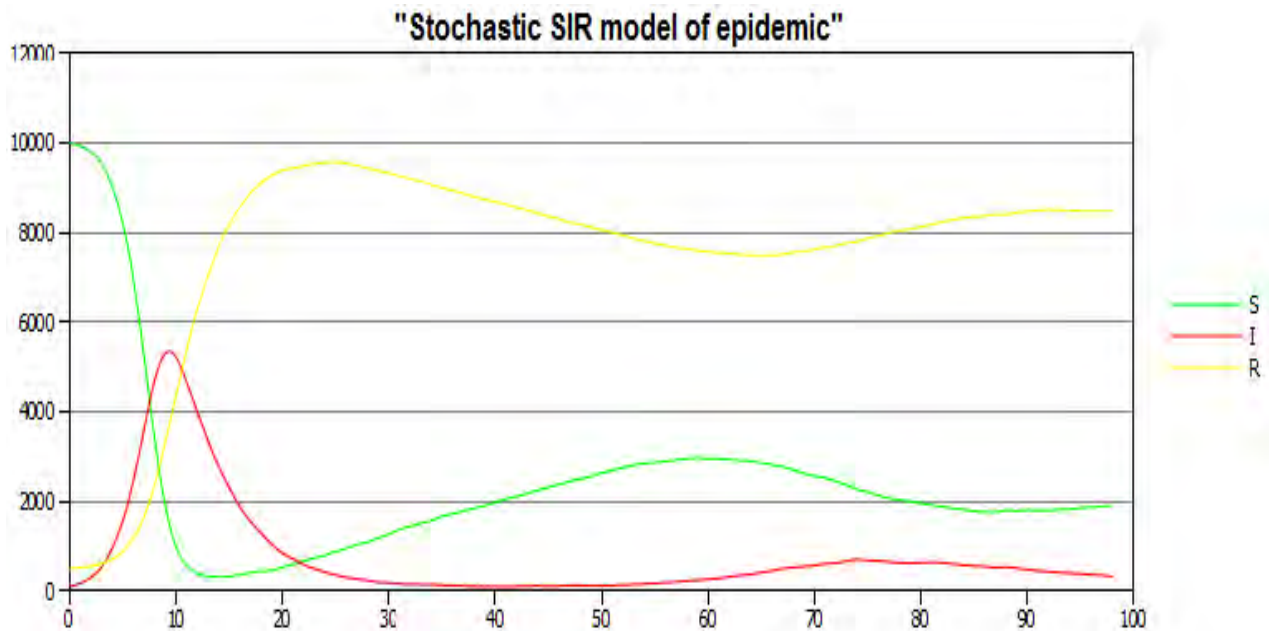
| $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | $\mu$ | $\mu_i$ |
|----------|---------|----------|-------|---------|
| 0,01     | 0,0001  | 0,2      | 0,01  | 0,001   |

| t  | S                | I                | R                |
|----|------------------|------------------|------------------|
| 0  | 10000            | 100              | 500              |
| 1  | 9906             | 178,9            | 515              |
| 2  | 9735,72066       | 318,37044        | 545,63           |
| 3  | 9434,40409737587 | 561,150844184129 | 603,847788       |
| 4  | 8916,64170133604 | 972,160398422946 | 710,039478956826 |
| 5  | 8066,62310521329 | 1633,87514925225 | 897,371163851847 |
| 6  | 6773,95006534513 | 2607,11299575923 | 1215,17248206378 |
| 7  | 5046,12759532482 | 3823,05747845257 | 1724,44335639499 |
| 8  | 3172,43901962005 | 4945,55593455233 | 2471,81041852155 |
| 9  | 1677,66522110206 | 5470,99109441051 | 3436,2035012468  |
| 10 | 848,88801865347  | 5234,46112189506 | 4496,03968511644 |

|    |                  |                  |                  |
|----|------------------|------------------|------------------|
| 11 | 501,845893675174 | 4574,33695822361 | 5497,97151264428 |
| 12 | 373,007756506742 | 3838,71308191554 | 6357,85918916256 |
| 13 | 331,786503761684 | 3171,9315970872  | 7062,02321365405 |
| 14 | 328,885642392219 | 2607,89443957868 | 7625,78930093495 |
| 15 | 345,452575992162 | 2143,39861663277 | 8071,11029584133 |
| 16 | 373,55340776752  | 1765,18576587264 | 8419,07891620947 |
| 17 | 409,456938769897 | 1458,67068509196 | 8687,92528022191 |
| 18 | 451,196615083921 | 1210,61745387667 | 8892,78016443808 |
| 19 | 497,607941532002 | 1009,79982084376 | 9045,97585356903 |
| 20 | 547,917257255185 | 846,980499666669 | 9157,47605920209 |
| 21 | 601,554299611274 | 714,675137469601 | 9235,29739854341 |
| 22 | 658,062434794393 | 606,870273640527 | 9285,87945205189 |
| 23 | 717,054079063694 | 518,756498889998 | 9314,39471225948 |
| 24 | 778,187944818202 | 446,496523981196 | 9325,00206491488 |
| 25 | 841,157109470623 | 387,031578657703 | 9321,05134906197 |
| 26 | 905,682502350063 | 337,923351958684 | 9305,24715130289 |
| 27 | 971,509080682232 | 297,226651395848 | 9279,7793501816  |
| 28 | 1038,40330161282 | 263,387667036508 | 9246,42688695896 |
| 29 | 1106,1511848473  | 235,163131597286 | 9206,64015149667 |
| 30 | 1174,55662001336 | 211,556308495132 | 9161,60637630116 |
| 31 | 1243,43976059647 | 191,766413667514 | 9112,30157423717 |
| 32 | 1312,6354421254  | 175,148698733786 | 9059,5318412283  |
| 33 | 1381,99160856501 | 161,182962260969 | 9003,96626256278 |
| 34 | 1451,36775068442 | 149,448707352735 | 8946,16319238934 |
| 35 | 1520,63336625851 | 139,605533524631 | 8886,591301936   |
| 36 | 1589,66645137393 | 131,377649190122 | 8825,64649562156 |
| 37 | 1658,35202868426 | 124,541629348797 | 8763,66556050337 |
| 38 | 1726,58071421416 | 118,916731924823 | 8700,9372307681  |
| 39 | 1794,24732024721 | 114,357235082563 | 8637,71120484538 |
| 40 | 1861,24948838671 | 110,746374739919 | 8574,20553981344 |
| 41 | 1927,48634419971 | 107,991553002332 | 8510,61275936329 |
| 42 | 1992,85716295328 | 106,020559688931 | 8447,10494237012 |
| 43 | 2057,26003479423 | 104,778604774207 | 8383,8380048842  |
| 44 | 2120,59051728046 | 104,226002777197 | 8320,9553457902  |
| 45 | 2182,7402634518  | 104,336383505545 | 8258,59099288774 |
| 46 | 2243,59561469368 | 105,095329107925 | 8196,87235965997 |
| 47 | 2303,03614963023 | 106,499356617286 | 8135,92270188496 |
| 48 | 2360,93318339505 | 108,555179191236 | 8075,86334618957 |
| 49 | 2417,14821617066 | 111,279188860083 | 8016,81574856592 |
| 50 | 2471,53133625992 | 114,697109295613 | 7958,90342885228 |
| 51 | 2523,91959166114 | 118,843769214492 | 7902,25381642287 |
| 52 | 2574,13535577078 | 123,762945656965 | 7847,00003210154 |

|    |                  |                  |                  |
|----|------------------|------------------|------------------|
| 53 | 2621,98472813338 | 129,507221538339 | 7793,28262091192 |
| 54 | 2667,25603085223 | 136,1377934994   | 7741,25123901047 |
| 55 | 2709,71848610351 | 143,724154144846 | 7691,06628532025 |
| 56 | 2749,12119075957 | 152,343557358872 | 7642,90045329601 |
| 57 | 2785,19254068502 | 162,080156937247 | 7596,94016023483 |
| 58 | 2817,64029944727 | 173,023688232955 | 7553,38679001993 |
| 59 | 2846,15255255738 | 185,267541688219 | 7512,45765976632 |
| 60 | 2870,39983590373 | 198,906059060201 | 7474,3865915063  |
| 61 | 2890,03877048073 | 214,030872527164 | 7439,42393740328 |
| 62 | 2904,71756661171 | 230,726110392265 | 7407,83587253468 |
| 63 | 2914,08376784773 | 249,062319692737 | 7379,90273588778 |
| 64 | 2917,79457210363 | 269,089016537481 | 7355,91617246746 |
| 65 | 2915,5299768071  | 290,825881234649 | 7336,17481405028 |
| 66 | 2907,00882628285 | 314,252777771234 | 7320,9782421567  |
| 67 | 2892,00757661565 | 339,299001527992 | 7310,61901528938 |
| 68 | 2870,38122846811 | 365,832440521293 | 7305,37262544209 |
| 69 | 2842,08542212405 | 393,649652575    | 7305,48538729193 |
| 70 | 2807,19817862195 | 422,468169782435 | 7311,16046393401 |
| 71 | 2765,93927728522 | 451,922573632241 | 7322,54249325116 |
| 72 | 2718,68488828393 | 481,565950265962 | 7339,70158304509 |
| 73 | 2665,97495644702 | 510,878141929861 | 7362,61775726783 |
| 74 | 2608,51108222088 | 539,28168720078  | 7391,16720808113 |
| 75 | 2547,1433454235  | 566,165476951616 | 7425,11187344047 |
| 76 | 2482,84565622484 | 590,915024017408 | 7464,09385009639 |
| 77 | 2416,68066490801 | 612,947034007697 | 7507,63591639891 |
| 78 | 2349,75676984217 | 631,744934401984 | 7555,14896403646 |
| 79 | 2283,1810151841  | 646,891446885621 | 7605,94646127649 |
| 80 | 2218,0123672243  | 658,094378634177 | 7659,26528604085 |
| 81 | 2155,21981680991 | 665,202611803505 | 7714,29150890728 |
| 82 | 2095,64897290175 | 668,210645828228 | 7770,18911617891 |
| 83 | 2039,99947516063 | 667,251694919666 | 7826,12935418276 |
| 84 | 1988,81397490804 | 662,580898035232 | 7881,31839962487 |
| 85 | 1942,47795293268 | 654,551343501757 | 7935,02139523567 |
| 86 | 1901,22852493859 | 643,586165404349 | 7986,58144998366 |
| 87 | 1865,16976350021 | 630,149922096291 | 8035,43286856469 |
| 88 | 1834,29193329022 | 614,721946650575 | 8081,1085242983  |
| 89 | 1808,49228720395 | 597,773566703065 | 8123,24182838544 |
| 90 | 1787,59555266714 | 579,750232616407 | 8161,5641234422  |
| 91 | 1771,37280247945 | 561,058827282628 | 8195,89852873106 |
| 92 | 1759,55794131564 | 542,05984944994  | 8226,15130890027 |
| 93 | 1751,86148162234 | 523,063792492802 | 8252,30176570126 |
| 94 | 1747,98160615434 | 504,330863326765 | 8274,3915065428  |

|     |                  |                  |                  |
|-----|------------------|------------------|------------------|
| 95  | 1747,61272260192 | 486,07315841593  | 8292,51376414273 |
| 96  | 1750,45182825121 | 468,458485566467 | 8306,80325818449 |
| 97  | 1756,20304443676 | 451,615146363903 | 8317,42692271594 |
| 98  | 1764,58067563175 | 435,637139976924 | 8324,57568276156 |
| 99  | 1775,31111598006 | 420,589391320869 | 8328,45735392933 |
| 100 | 1788,13388126504 | 406,512731919688 | 8329,29065865421 |



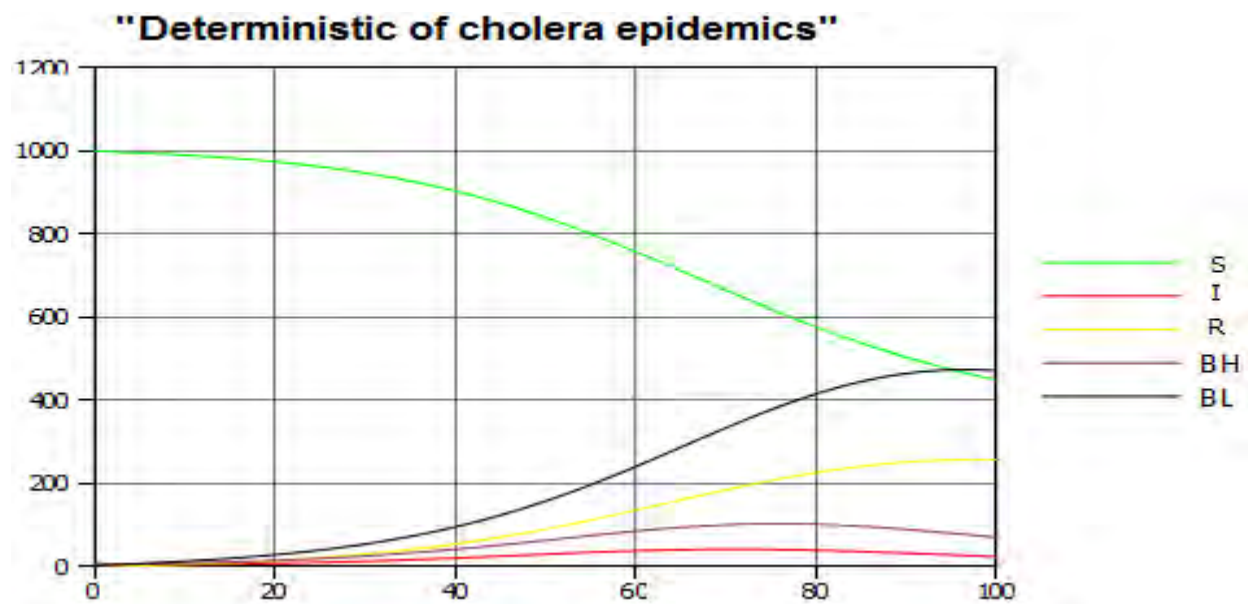
| t  | S     | I    | R    |
|----|-------|------|------|
| 0  | 10000 | 100  | 500  |
| 1  | 9925  | 172  | 526  |
| 2  | 9796  | 303  | 552  |
| 3  | 9532  | 540  | 612  |
| 4  | 9020  | 959  | 710  |
| 5  | 8200  | 1564 | 884  |
| 6  | 6943  | 2481 | 1169 |
| 7  | 5215  | 3617 | 1669 |
| 8  | 3371  | 4720 | 2384 |
| 9  | 1878  | 5306 | 3335 |
| 10 | 989   | 5214 | 4365 |
| 11 | 582   | 4656 | 5391 |
| 12 | 384   | 3996 | 6310 |
| 13 | 334   | 3351 | 7026 |
| 14 | 314   | 2780 | 7680 |
| 15 | 328   | 2305 | 8182 |
| 16 | 360   | 1874 | 8571 |

|    |      |      |      |
|----|------|------|------|
| 17 | 409  | 1555 | 8882 |
| 18 | 444  | 1281 | 9108 |
| 19 | 456  | 1047 | 9273 |
| 20 | 536  | 842  | 9387 |
| 21 | 591  | 719  | 9433 |
| 22 | 665  | 587  | 9485 |
| 23 | 742  | 495  | 9531 |
| 24 | 799  | 421  | 9564 |
| 25 | 881  | 359  | 9568 |
| 26 | 953  | 302  | 9544 |
| 27 | 1036 | 267  | 9493 |
| 28 | 1090 | 237  | 9436 |
| 29 | 1183 | 196  | 9377 |
| 30 | 1266 | 187  | 9321 |
| 31 | 1369 | 161  | 9258 |
| 32 | 1442 | 150  | 9198 |
| 33 | 1507 | 146  | 9142 |
| 34 | 1574 | 146  | 9063 |
| 35 | 1664 | 130  | 8994 |
| 36 | 1723 | 125  | 8938 |
| 37 | 1788 | 113  | 8873 |
| 38 | 1844 | 103  | 8794 |
| 39 | 1898 | 99   | 8736 |
| 40 | 1978 | 101  | 8685 |
| 41 | 2050 | 98   | 8623 |
| 42 | 2110 | 102  | 8558 |
| 43 | 2176 | 110  | 8498 |
| 44 | 2245 | 115  | 8424 |
| 45 | 2316 | 106  | 8359 |
| 46 | 2379 | 111  | 8304 |
| 47 | 2447 | 125  | 8220 |
| 48 | 2496 | 124  | 8181 |
| 49 | 2557 | 118  | 8114 |
| 50 | 2632 | 119  | 8057 |
| 51 | 2692 | 125  | 7996 |
| 52 | 2760 | 134  | 7941 |
| 53 | 2809 | 147  | 7866 |
| 54 | 2848 | 160  | 7807 |
| 55 | 2865 | 170  | 7758 |
| 56 | 2893 | 193  | 7713 |
| 57 | 2926 | 204  | 7660 |
| 58 | 2950 | 225  | 7639 |

|     |      |     |      |
|-----|------|-----|------|
| 59  | 2969 | 242 | 7596 |
| 60  | 2949 | 262 | 7570 |
| 61  | 2950 | 281 | 7547 |
| 62  | 2934 | 317 | 7531 |
| 63  | 2917 | 349 | 7503 |
| 64  | 2893 | 372 | 7488 |
| 65  | 2861 | 415 | 7485 |
| 66  | 2823 | 450 | 7493 |
| 67  | 2772 | 499 | 7502 |
| 68  | 2706 | 527 | 7557 |
| 69  | 2630 | 547 | 7573 |
| 70  | 2573 | 569 | 7626 |
| 71  | 2525 | 607 | 7664 |
| 72  | 2449 | 623 | 7702 |
| 73  | 2364 | 668 | 7763 |
| 74  | 2268 | 708 | 7795 |
| 75  | 2210 | 682 | 7869 |
| 76  | 2139 | 675 | 7919 |
| 77  | 2069 | 649 | 7990 |
| 78  | 2034 | 630 | 8036 |
| 79  | 2000 | 622 | 8076 |
| 80  | 1961 | 632 | 8122 |
| 81  | 1917 | 641 | 8180 |
| 82  | 1882 | 632 | 8231 |
| 83  | 1847 | 606 | 8282 |
| 84  | 1816 | 577 | 8323 |
| 85  | 1780 | 562 | 8351 |
| 86  | 1768 | 549 | 8365 |
| 87  | 1759 | 525 | 8398 |
| 88  | 1803 | 534 | 8403 |
| 89  | 1786 | 511 | 8440 |
| 90  | 1808 | 480 | 8471 |
| 91  | 1799 | 452 | 8491 |
| 92  | 1804 | 432 | 8508 |
| 93  | 1814 | 414 | 8499 |
| 94  | 1823 | 399 | 8491 |
| 95  | 1852 | 385 | 8484 |
| 96  | 1867 | 367 | 8479 |
| 97  | 1891 | 353 | 8480 |
| 98  | 1900 | 328 | 8472 |
| 99  | 1932 | 319 | 8453 |
| 100 | 1946 | 311 | 8423 |

Результаты экспериментов с имитационной моделью системы управления эпидемической ситуацией по холере с использованием детерминированной и стохастической модели.

Влияние начального количества восприимчивых к инфекции особей в популяции ( $S(0)$ ) на картину развития заболевания:  $S(0) = 1000, 5000, 10000$ . Решения найдены на интервале времени  $[0, 100]$  дней.



|       |       |           |           |            |        |          |        |          |
|-------|-------|-----------|-----------|------------|--------|----------|--------|----------|
| $\mu$ | $\xi$ | $\beta_H$ | $\beta_L$ | $K_H$      | $K_L$  | $\gamma$ | $\chi$ | $\delta$ |
| 0,02  | 0,5   | 0,21      | 0,21      | $10^6/700$ | $10^6$ | 0,2      | 0,2    | 0,033    |

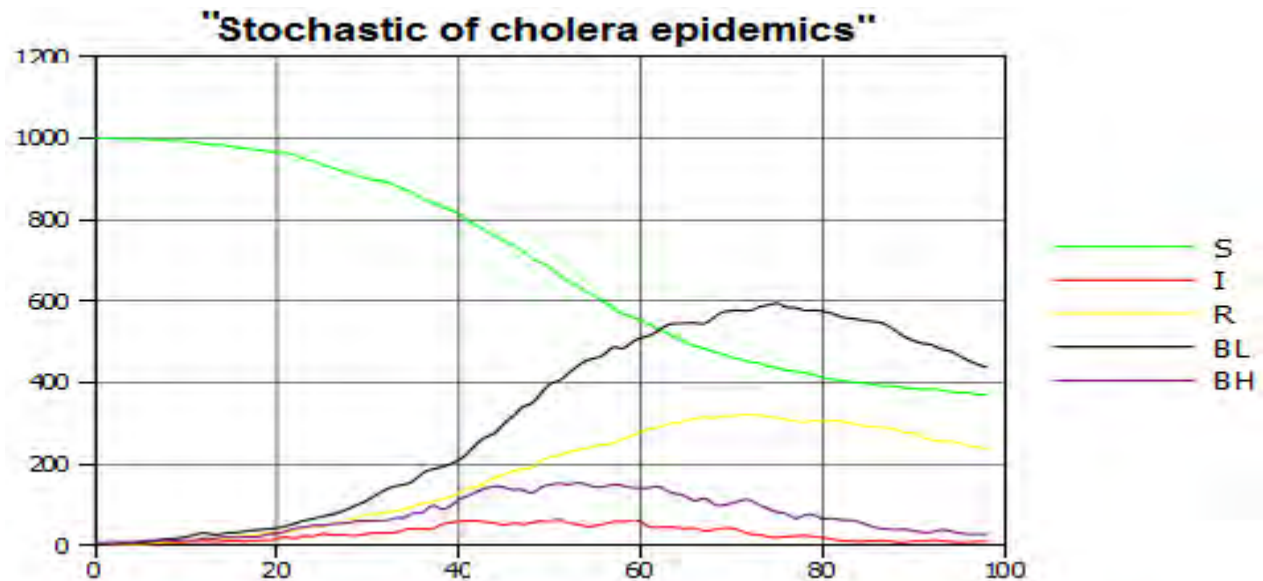
| t  | S            | I             | R             | BH            | BL            |
|----|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 0  | 1000         | 0             | 0             | 9             | 1             |
| 1  | 998,68454991 | 1,31545008329 | 0             | 7,2           | 2,767         |
| 2  | 997,63184374 | 2,07875723262 | 0,26309001665 | 6,41772504164 | 4,115689      |
| 3  | 996,69364601 | 2,55962837628 | 0,67357966285 | 6,17355864963 | 5,26341627132 |
| 4  | 995,79156497 | 2,89859116984 | 1,17203374484 | 6,21866110784 | 6,32443526430 |
| 5  | 994,88353066 | 3,16893542823 | 1,72831130392 | 6,42422447119 | 7,35946112214 |
| 6  | 993,94629739 | 3,40900290012 | 2,32753216348 | 6,72384729107 | 8,40144379935 |
| 7  | 992,96633459 | 3,63898506174 | 2,96278210024 | 7,08357928292 | 9,46896561219 |
| 8  | 991,93508995 | 3,86965298841 | 3,63132347058 | 7,48635595720 | 10,5732056035 |
| 9  | 990,84652704 | 4,10689223909 | 4,33262759885 | 7,92391125997 | 11,7215610100 |
| 10 | 989,69584493 | 4,35405806072 | 5,06735349470 | 8,39257512752 | 12,9195317487 |
| 11 | 988,47881191 | 4,61319830267 | 5,83681803695 | 8,89108913238 | 14,1717022265 |

|    |              |               |               |               |               |
|----|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 12 | 987,19141850 | 4,88568808641 | 6,64272133674 | 9,41947045724 | 15,4822538795 |
| 13 | 985,82969645 | 5,17255876325 | 7,48700452729 | 9,97842040899 | 16,8552335929 |
| 14 | 984,38962440 | 5,47466787837 | 8,37177618939 | 10,5690157088 | 18,2946949662 |
| 15 | 982,86707902 | 5,79278633139 | 9,29927424128 | 11,1925465062 | 19,8047731740 |
| 16 | 981,25781006 | 6,12764229740 | 10,2718460227 | 11,8504303706 | 21,3897249605 |
| 17 | 979,55742860 | 6,47994244915 | 11,2919375617 | 12,5441654452 | 23,0539501110 |
| 18 | 977,76140257 | 6,85038113857 | 12,3620873003 | 13,2753035807 | 24,8020028464 |
| 19 | 975,86505680 | 7,23964306145 | 13,4849217820 | 14,0454334339 | 26,6385974686 |
| 20 | 973,86357613 | 7,64840226133 | 14,6631519587 | 14,8561682778 | 28,5686104389 |
| 21 | 971,75201095 | 8,07731894268 | 15,8995693718 | 15,7091357529 | 30,5970799500 |
| 22 | 969,52528488 | 8,52703484432 | 17,1970417729 | 16,6059680737 | 32,7292034622 |
| 23 | 967,17820451 | 8,99816755254 | 18,5585079063 | 17,5482918811 | 34,9703333627 |
| 24 | 964,70547125 | 9,49130394213 | 19,9869712587 | 18,5377172811 | 37,3259707380 |
| 25 | 962,10169549 | 10,0069928386 | 21,4854926219 | 19,5758257960 | 39,8017571599 |
| 26 | 959,36141296 | 10,5457369492 | 23,0571813372 | 20,6641570561 | 42,4034643328 |
| 27 | 956,47910368 | 11,1079840910 | 24,7051851003 | 21,8041941195 | 45,1369814210 |
| 28 | 953,44921353 | 11,6941177444 | 26,4326782165 | 22,9973473411 | 48,0082998580 |
| 29 | 950,26617841 | 12,3044469603 | 28,2428482010 | 24,2449367451 | 51,0234954309 |
| 30 | 946,92445137 | 12,9391956678 | 30,1388806291 | 25,5481728762 | 54,1887074307 |
| 31 | 943,41853256 | 13,5984914362 | 32,1239421501 | 26,9081361349 | 57,5101146608 |
| 32 | 939,74300211 | 14,2823537715 | 34,2011615943 | 28,3257546260 | 60,9939081040 |
| 33 | 935,89255601 | 14,9906820411 | 36,3736091168 | 29,8017805866 | 64,6462600617 |
| 34 | 931,86204485 | 15,7232431480 | 38,6442733427 | 31,3367654898 | 68,4732895970 |
| 35 | 927,64651541 | 16,4796590969 | 41,0160365054 | 32,9310339659 | 72,4810241383 |
| 36 | 923,24125488 | 17,2593946215 | 43,4916475947 | 34,5846567212 | 76,6753571349 |
| 37 | 918,64183762 | 18,0617450673 | 46,073693567  | 36,2974226877 | 81,0620016937 |
| 38 | 913,84417402 | 18,8858247492 | 48,7645687092 | 38,0688106838 | 85,6464401754 |
| 39 | 908,84456130 | 19,7305560280 | 51,5664422849 | 39,8979609217 | 90,4338697864 |
| 40 | 903,63973563 | 20,5946593726 | 54,4812246448 | 41,7836467514 | 95,4291442678 |
| 41 | 898,22692525 | 21,4766446911 | 57,5105320264 | 43,7242470874 | 100,636711857 |
| 42 | 892,60390387 | 22,3748042334 | 60,6556503242 | 45,7177200155 | 106,060549783 |
| 43 | 886,76904381 | 23,2872073712 | 63,9174981644 | 47,7615781291 | 111,704095643 |
| 44 | 880,72136799 | 24,2116975683 | 67,2965896753 | 49,8528661889 | 117,570176113 |
| 45 | 874,46060024 | 25,1458918458 | 70,7929973955 | 51,9881417353 | 123,660933539 |
| 46 | 867,98721285 | 26,0871830315 | 74,4063158168 | 54,1634593112 | 129,977751079 |
| 47 | 861,30247056 | 27,0327450595 | 78,1356261067 | 56,3743589647 | 136,521177156 |
| 48 | 854,40847016 | 27,9795415483 | 81,9794625965 | 58,6158597015 | 143,290850103 |
| 49 | 847,30817472 | 28,9243378401 | 85,9357816542 | 60,8824585354 | 150,285423989 |
| 50 | 840,00544161 | 29,8637166246 | 90,0019335892 | 63,1681357484 | 157,502496705 |
| 51 | 832,50504338 | 30,7940972039 | 94,1746382423 | 65,4663669110 | 164,938541463 |
| 52 | 824,81268082 | 31,7117583762 | 98,4499649183 | 67,7701421308 | 172,588842977 |
| 53 | 816,93498752 | 32,6128648327 | 102,823317295 | 70,0719928928 | 180,447439585 |



|    |              |               |               |               |               |
|----|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 54 | 808,87952522 | 33,4934968670 | 107,289423915 | 72,3640267306 | 188,507072657 |
| 55 | 800,65476967 | 34,3496831095 | 111,842334810 | 74,6379698180 | 196,759144606 |
| 56 | 792,27008660 | 35,1774358983 | 116,475424736 | 76,8852174092 | 205,193686797 |
| 57 | 783,73569778 | 35,9727888153 | 121,181403421 | 79,0968918765 | 213,799338615 |
| 58 | 775,06263723 | 36,7318358285 | 125,952333116 | 81,2639079089 | 222,563338816 |
| 59 | 766,26269776 | 37,4507714136 | 130,779653619 | 83,3770442413 | 231,471530217 |
| 60 | 757,34836850 | 38,1259309670 | 135,654214829 | 85,4270210999 | 240,508378568 |
| 61 | 748,33276387 | 38,7538307850 | 140,566316726 | 87,4045823634 | 249,657006295 |
| 62 | 739,22954502 | 39,3312068600 | 145,505756549 | 89,3005812833 | 258,899241560 |
| 63 | 730,05283462 | 39,8550517479 | 150,461882790 | 91,1060684566 | 268,215682845 |
| 64 | 720,81712621 | 40,3226487793 | 155,423655484 | 92,8123806393 | 277,585779003 |
| 65 | 711,53718932 | 40,7316029355 | 160,379712130 | 94,4112289011 | 286,987924423 |
| 66 | 702,22797184 | 41,0798677724 | 165,318438474 | 95,8947845886 | 296,399568698 |
| 67 | 692,90450084 | 41,3657678623 | 170,228043259 | 97,2557615571 | 305,797339848 |
| 68 | 683,58178345 | 41,5880163211 | 175,096635967 | 98,4874931769 | 315,157179945 |
| 69 | 674,27470907 | 41,7457271062 | 179,912306511 | 99,5840027020 | 324,454491642 |
| 70 | 664,99795433 | 41,8384218878 | 184,663205802 | 100,540065714 | 333,664293958 |
| 71 | 655,76589197 | 41,8660314263 | 189,337626064 | 101,351263515 | 342,761385400 |
| 72 | 646,59250497 | 41,8288915130 | 193,924079828 | 102,014026525 | 351,720512385 |
| 73 | 637,49130670 | 41,7277336531 | 198,411376534 | 102,525666977 | 360,516540782 |
| 74 | 628,47526817 | 41,5636707837 | 202,788695734 | 102,884400408 | 369,124628331 |
| 75 | 619,55675296 | 41,3381784216 | 207,045655976 | 103,089355718 | 377,520395678 |
| 76 | 610,74746041 | 41,0530717181 | 211,172378541 | 103,140573785 | 385,680093764 |
| 77 | 602,05837737 | 40,7104789719 | 215,159545314 | 103,038994887 | 393,580765427 |
| 78 | 593,49973877 | 40,3128121980 | 218,998450202 | 102,786435396 | 401,200399146 |
| 79 | 585,08099690 | 39,8627353837 | 222,681043637 | 102,385554415 | 408,518073053 |
| 80 | 576,81079943 | 39,3631310751 | 226,199969841 | 101,839811224 | 415,514087526 |
| 81 | 568,69697573 | 38,8170659338 | 229,548596659 | 101,153414517 | 422,170084882 |
| 82 | 560,74653128 | 38,2277558805 | 232,721037913 | 100,331264580 | 428,469154984 |
| 83 | 552,96564946 | 37,5985314079 | 235,712168331 | 99,3788896048 | 434,395925786 |
| 84 | 545,35970036 | 36,9328036000 | 238,517631246 | 98,3023773878 | 439,936638156 |
| 85 | 537,93325583 | 36,2340313353 | 241,133839341 | 97,1083037103 | 445,079204574 |
| 86 | 530,69011018 | 35,5056900901 | 243,557968821 | 95,8036586359 | 449,813251566 |
| 87 | 523,63330576 | 34,7512426924 | 245,787947463 | 94,3957719538 | 454,130145991 |
| 88 | 516,76516276 | 33,9741123041 | 247,822437052 | 92,8922389092 | 458,023005564 |
| 89 | 510,08731251 | 33,1776578457 | 249,660810772 | 91,3008472794 | 461,486694162 |
| 90 | 503,60073362 | 32,3651520074 | 251,303126125 | 89,6295067464 | 464,517802711 |
| 91 | 497,30579026 | 31,5397619301 | 252,750094004 | 87,8861814008 | 467,114616571 |
| 92 | 491,20227198 | 30,7045325837 | 254,003044510 | 86,0788260857 | 469,277070504 |
| 93 | 485,28943458 | 29,862372817  | 255,063890137 | 84,2153271605 | 471,006692394 |
| 94 | 479,56604136 | 29,0160440148 | 255,935086898 | 82,3034481373 | 472,306536978 |
| 95 | 474,03040445 | 28,1681512403 | 256,619593963 | 80,3507805172 | 473,181110885 |

|     |              |               |               |               |               |
|-----|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 96  | 468,68042566 | 27,3211367540 | 257,120832331 | 78,3647000339 | 473,636290329 |
| 97  | 463,51363661 | 26,4772757192 | 257,442643036 | 76,3523284042 | 473,679232755 |
| 98  | 458,52723774 | 25,6386739338 | 257,589245319 | 74,3205005830 | 473,318283755 |
| 99  | 453,71813601 | 24,8072673931 | 257,565195199 | 72,2757374333 | 472,562880507 |
| 100 | 449,08298109 | 23,9848234897 | 257,375344774 | 70,2242236432 | 471,423452937 |

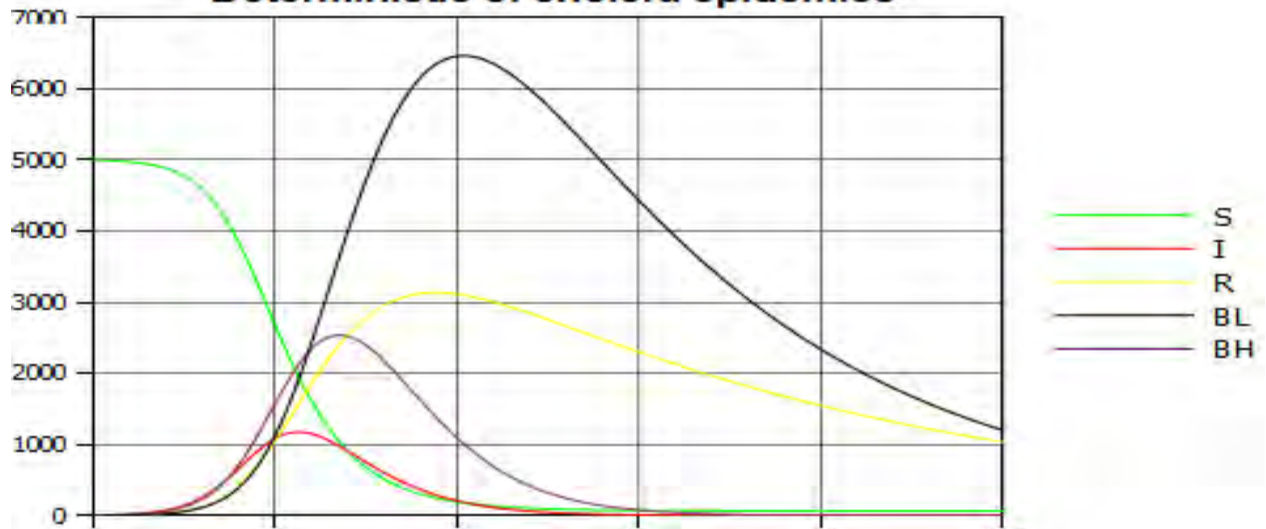


| t  | S    | I  | R  | BH | BL |
|----|------|----|----|----|----|
| 0  | 1000 | 0  | 0  | 9  | 1  |
| 1  | 1000 | 1  | 0  | 8  | 2  |
| 2  | 1000 | 1  | 0  | 9  | 4  |
| 3  | 998  | 3  | 0  | 9  | 5  |
| 4  | 998  | 6  | 2  | 8  | 5  |
| 5  | 998  | 6  | 4  | 11 | 7  |
| 6  | 997  | 5  | 6  | 13 | 9  |
| 7  | 996  | 6  | 8  | 13 | 13 |
| 8  | 994  | 6  | 9  | 13 | 17 |
| 9  | 993  | 6  | 10 | 11 | 18 |
| 10 | 992  | 9  | 11 | 14 | 21 |
| 11 | 990  | 10 | 14 | 13 | 27 |
| 12 | 986  | 10 | 16 | 18 | 31 |
| 13 | 984  | 9  | 17 | 17 | 27 |
| 14 | 983  | 10 | 18 | 21 | 29 |
| 15 | 979  | 12 | 20 | 20 | 32 |
| 16 | 976  | 11 | 24 | 21 | 33 |
| 17 | 973  | 11 | 25 | 22 | 37 |
| 18 | 971  | 13 | 27 | 22 | 39 |

|    |     |    |     |     |     |
|----|-----|----|-----|-----|-----|
| 19 | 968 | 13 | 31  | 28  | 41  |
| 20 | 964 | 17 | 32  | 30  | 43  |
| 21 | 963 | 21 | 34  | 35  | 48  |
| 22 | 960 | 18 | 37  | 43  | 55  |
| 23 | 948 | 24 | 44  | 45  | 62  |
| 24 | 944 | 23 | 45  | 50  | 66  |
| 25 | 934 | 29 | 45  | 49  | 72  |
| 26 | 928 | 26 | 54  | 53  | 76  |
| 27 | 921 | 27 | 61  | 54  | 83  |
| 28 | 913 | 25 | 64  | 57  | 92  |
| 29 | 907 | 25 | 70  | 61  | 102 |
| 30 | 900 | 30 | 77  | 61  | 112 |
| 31 | 896 | 31 | 78  | 61  | 126 |
| 32 | 893 | 31 | 82  | 62  | 138 |
| 33 | 884 | 32 | 84  | 68  | 146 |
| 34 | 875 | 39 | 90  | 69  | 150 |
| 35 | 865 | 42 | 97  | 80  | 159 |
| 36 | 850 | 41 | 104 | 81  | 178 |
| 37 | 843 | 41 | 107 | 98  | 187 |
| 38 | 833 | 51 | 114 | 91  | 192 |
| 39 | 824 | 57 | 120 | 96  | 200 |
| 40 | 815 | 59 | 129 | 113 | 210 |
| 41 | 798 | 62 | 141 | 122 | 228 |
| 42 | 785 | 61 | 144 | 133 | 251 |
| 43 | 772 | 58 | 156 | 141 | 267 |
| 44 | 759 | 55 | 168 | 146 | 277 |
| 45 | 748 | 51 | 175 | 143 | 301 |
| 46 | 737 | 55 | 183 | 137 | 319 |
| 47 | 724 | 53 | 188 | 137 | 340 |
| 48 | 705 | 56 | 191 | 129 | 350 |
| 49 | 694 | 60 | 208 | 143 | 373 |
| 50 | 684 | 59 | 217 | 149 | 396 |
| 51 | 668 | 65 | 222 | 153 | 405 |
| 52 | 650 | 56 | 229 | 150 | 422 |
| 53 | 638 | 53 | 235 | 154 | 440 |
| 54 | 623 | 47 | 239 | 150 | 454 |
| 55 | 611 | 49 | 245 | 144 | 460 |
| 56 | 597 | 53 | 248 | 145 | 470 |
| 57 | 584 | 59 | 251 | 150 | 487 |
| 58 | 570 | 58 | 262 | 147 | 484 |
| 59 | 562 | 63 | 270 | 142 | 499 |
| 60 | 552 | 58 | 280 | 141 | 509 |

|     |     |    |     |     |     |
|-----|-----|----|-----|-----|-----|
| 61  | 542 | 46 | 287 | 142 | 516 |
| 62  | 530 | 45 | 290 | 145 | 529 |
| 63  | 520 | 46 | 298 | 133 | 542 |
| 64  | 509 | 44 | 302 | 127 | 545 |
| 65  | 499 | 42 | 307 | 120 | 546 |
| 66  | 489 | 43 | 312 | 110 | 546 |
| 67  | 484 | 36 | 315 | 116 | 545 |
| 68  | 476 | 39 | 313 | 102 | 559 |
| 69  | 470 | 43 | 318 | 99  | 573 |
| 70  | 462 | 43 | 318 | 104 | 576 |
| 71  | 457 | 36 | 321 | 111 | 578 |
| 72  | 451 | 28 | 321 | 112 | 576 |
| 73  | 448 | 27 | 320 | 100 | 586 |
| 74  | 440 | 22 | 317 | 91  | 590 |
| 75  | 436 | 20 | 314 | 82  | 595 |
| 76  | 430 | 22 | 309 | 78  | 585 |
| 77  | 428 | 23 | 306 | 67  | 584 |
| 78  | 425 | 25 | 303 | 75  | 577 |
| 79  | 419 | 22 | 307 | 75  | 578 |
| 80  | 413 | 20 | 304 | 66  | 575 |
| 81  | 408 | 16 | 307 | 67  | 570 |
| 82  | 406 | 12 | 305 | 63  | 561 |
| 83  | 402 | 11 | 301 | 63  | 558 |
| 84  | 400 | 10 | 296 | 58  | 555 |
| 85  | 398 | 11 | 292 | 50  | 551 |
| 86  | 393 | 12 | 291 | 43  | 549 |
| 87  | 392 | 12 | 289 | 41  | 542 |
| 88  | 391 | 9  | 285 | 39  | 527 |
| 89  | 387 | 8  | 277 | 40  | 512 |
| 90  | 386 | 11 | 277 | 36  | 503 |
| 91  | 384 | 11 | 265 | 33  | 496 |
| 92  | 383 | 13 | 259 | 33  | 493 |
| 93  | 382 | 12 | 256 | 39  | 482 |
| 94  | 377 | 10 | 256 | 36  | 478 |
| 95  | 376 | 8  | 252 | 31  | 466 |
| 96  | 375 | 9  | 245 | 28  | 454 |
| 97  | 371 | 10 | 242 | 28  | 445 |
| 98  | 370 | 10 | 237 | 28  | 437 |
| 99  | 368 | 13 | 237 | 33  | 426 |
| 100 | 368 | 12 | 233 | 36  | 408 |

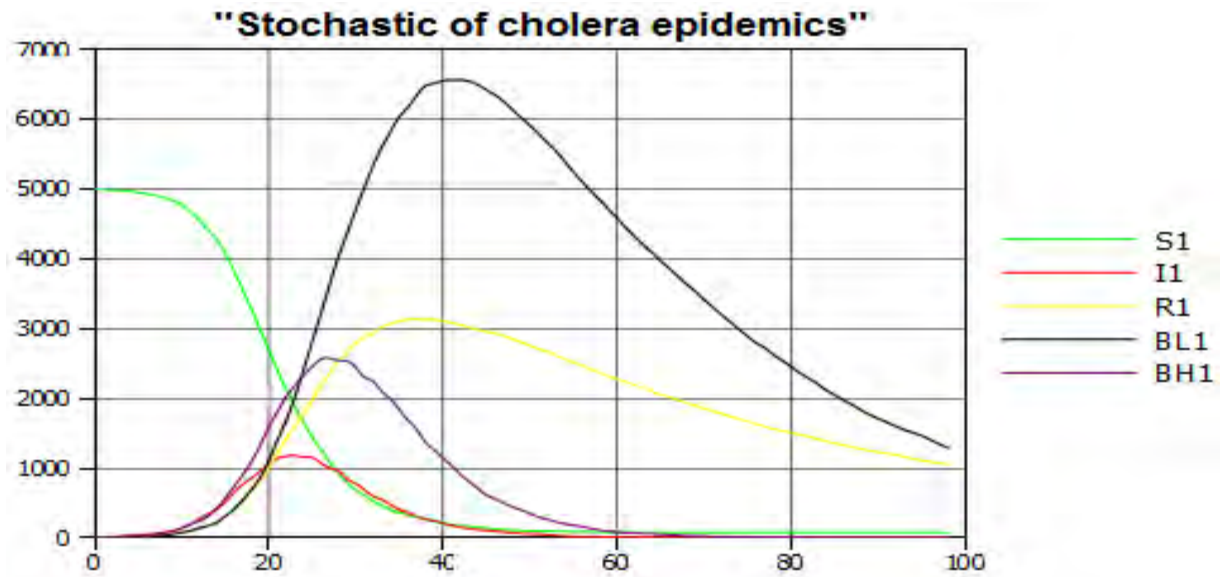
## "Deterministic of cholera epidemics"



| t  | S             | I              | R              | BH             | BL             |
|----|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0  | 5000          | 0              | 0              | 9              | 1              |
| 1  | 4993,42274958 | 6,577250416486 | 0              | 7,2            | 2,767          |
| 2  | 4988,15921874 | 10,39378616311 | 1,315450083297 | 9,048625208243 | 4,115689       |
| 3  | 4981,55905800 | 14,70731394733 | 3,367898314253 | 12,43579324815 | 5,789596304648 |
| 4  | 4972,52141237 | 20,50935051255 | 6,242003137435 | 17,30229157218 | 8,085698276225 |
| 5  | 4960,01208032 | 28,50662544861 | 10,21903317719 | 24,09650851402 | 11,27932854754 |
| 6  | 4942,71567879 | 39,53156938119 | 15,71597760337 | 33,53051953552 | 15,72641240828 |
| 7  | 4918,88617971 | 54,66412319086 | 23,30797192754 | 46,59020031901 | 21,91354470591 |
| 8  | 4886,22661408 | 75,29758172471 | 33,77463712716 | 64,60422185064 | 30,50843779442 |
| 9  | 4841,78240991 | 103,1763179140 | 48,15866072956 | 89,33216834287 | 42,42250371733 |
| 10 | 4781,87720169 | 140,3827361883 | 67,83075109778 | 123,0538936313 | 58,88899476324 |
| 11 | 4702,14965257 | 189,2260833489 | 94,55068331350 | 168,6344829992 | 81,55643666231 |
| 12 | 4597,77577491 | 251,9702226722 | 130,5048863170 | 229,5206280738 | 112,5919708523 |
| 13 | 4463,96755095 | 330,3449976420 | 178,2888331251 | 309,6016137952 | 154,7805614289 |
| 14 | 4296,79292036 | 424,8437287516 | 240,7920559910 | 412,8537898572 | 211,5931256608 |
| 15 | 4094,23456651 | 533,9364622775 | 320,9449606215 | 542,7048962616 | 287,1813104854 |
| 16 | 3857,21364106 | 653,4913660228 | 421,3133538646 | 701,1321481480 | 386,2453064917 |
| 17 | 3590,15960447 | 776,7773020952 | 543,5853599919 | 887,6514015298 | 513,7256410071 |
| 18 | 3300,76951385 | 895,2763862525 | 688,0691132111 | 1098,509772271 | 674,3029751599 |
| 19 | 2998,92034045 | 1000,164754672 | 853,3630081974 | 1326,446010943 | 871,7529314339 |
| 20 | 2695,09476804 | 1083,954081056 | 1036,328698967 | 1561,239186090 | 1108,274286885 |
| 21 | 2398,86979000 | 1141,709161270 | 1232,392941199 | 1790,968389400 | 1383,949072636 |
| 22 | 2117,89029972 | 1171,512636068 | 1436,086914629 | 2003,629292155 | 1696,472431119 |
| 23 | 1857,45630657 | 1174,213849277 | 1641,667703550 | 2188,659751758 | 2041,214699323 |
| 24 | 1620,60927727 | 1152,733831736 | 1843,677119335 | 2338,034726045 | 2411,586564597 |
| 25 | 1408,50766852 | 1111,233997504 | 2037,350343295 | 2446,794696704 | 2799,611153175 |

|    |               |                |                |                |                |
|----|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 26 | 1220,90319457 | 1054,366992004 | 2218,850135931 | 2513,052756116 | 3196,582924461 |
| 27 | 1056,59672901 | 986,7127193268 | 2385,346531613 | 2537,625700895 | 3593,706239177 |
| 28 | 913,816561268 | 912,4160888210 | 2534,982144846 | 2523,456920379 | 3982,639073463 |
| 29 | 790,504289518 | 834,9968210299 | 2666,765719713 | 2474,973580714 | 4355,903368115 |
| 30 | 684,515808613 | 757,2860013082 | 2780,429769525 | 2397,477275086 | 4707,153273110 |
| 31 | 593,753357482 | 681,4455321518 | 2876,278374396 | 2296,624820723 | 5031,312670114 |
| 32 | 516,245697216 | 609,0351753442 | 2955,041913338 | 2178,022622654 | 5324,604316145 |
| 33 | 450,191353676 | 541,101780309  | 3017,748110140 | 2046,935685795 | 5584,496898243 |
| 34 | 393,976755515 | 478,2739868014 | 3065,613503999 | 1908,099438791 | 5809,595637760 |
| 35 | 346,178092465 | 420,8523727547 | 3099,956031280 | 1765,616544433 | 5999,498869472 |
| 36 | 305,553204693 | 368,8897385214 | 3122,127385205 | 1622,919421924 | 6154,638715667 |
| 37 | 271,027866081 | 322,2593346583 | 3133,462785205 | 1482,780406800 | 6276,119522434 |
| 38 | 241,679383899 | 280,7107632157 | 3135,245396433 | 1347,353992769 | 6365,563659554 |
| 39 | 216,719406201 | 243,9143730062 | 3128,682641147 | 1218,238575823 | 6424,970857343 |
| 40 | 195,477108600 | 211,4955085456 | 3114,891862926 | 1096,548047161 | 6456,594534215 |
| 41 | 177,383440804 | 183,0601644622 | 3094,893127376 | 982,9861920022 | 6462,836524018 |
| 42 | 161,956785576 | 158,2135835075 | 3069,607297721 | 877,9190358329 | 6446,160157126 |
| 43 | 148,790169839 | 136,5732108736 | 3039,857868468 | 781,4420204201 | 6409,020679107 |
| 44 | 137,540033870 | 117,7772404504 | 3006,375353274 | 693,4402217728 | 6353,811400781 |
| 45 | 127,916484709 | 101,4897967120 | 2969,803294298 | 613,6407976435 | 6282,823668910 |
| 46 | 119,674915890 | 87,40361025422 | 2930,705187755 | 541,6575364708 | 6198,218647364 |
| 47 | 112,608855218 | 75,24087667076 | 2889,571806050 | 477,0278343038 | 6102,008939295 |
| 48 | 106,543896861 | 64,75284216012 | 2846,828545264 | 419,2427057784 | 5996,048211159 |
| 49 | 101,332577817 | 55,71853592851 | 2802,842542790 | 367,7705857028 | 5882,027161347 |
| 50 | 96,8500679243 | 47,94296791756 | 2757,929399120 | 322,0757365265 | 5761,474382163 |
| 51 | 92,9905545113 | 41,25502838877 | 2712,359404721 | 281,6320731799 | 5635,760874857 |
| 52 | 89,6642158498 | 35,50526080473 | 2666,363222305 | 245,9331727383 | 5506,107180623 |
| 53 | 86,7946906823 | 30,56362859515 | 2620,137010019 | 214,4991685930 | 5373,592278210 |
| 54 | 84,3169636844 | 26,31735730216 | 2573,846995538 | 186,8811491720 | 5239,163566747 |
| 55 | 82,1755983242 | 22,66890405586 | 2527,633527088 | 162,6635979887 | 5103,647398879 |
| 56 | 80,3232590535 | 19,53408443427 | 2481,614637357 | 141,4653304189 | 4967,759754314 |
| 57 | 78,7194740100 | 16,84037090224 | 2435,889161497 | 122,9393065522 | 4832,116748505 |
| 58 | 77,3295974501 | 14,52536586359 | 2390,539452447 | 106,7716306929 | 4697,244757115 |
| 59 | 76,1239380182 | 12,53544480551 | 2345,633736571 | 92,67998748613 | 4563,590006269 |
| 60 | 75,0770247929 | 10,82456017358 | 2301,228150801 | 80,41171239166 | 4431,527533559 |
| 61 | 74,1669879460 | 9,353193782323 | 2257,368499819 | 69,74165000012 | 4301,369467430 |
| 62 | 73,3750349166 | 8,087444179666 | 2214,09176858  | 60,46991689126 | 4173,372605005 |
| 63 | 72,6850063676 | 6,998235009123 | 2171,427422044 | 52,41965560284 | 4047,745292418 |
| 64 | 72,0829989541 | 6,060630720566 | 2129,398520605 | 45,43484198683 | 3924,653628889 |
| 65 | 71,5570441962 | 5,253246719972 | 2088,022676337 | 39,37818894975 | 3804,227027533 |
| 66 | 71,0968345988 | 4,557742039014 | 2047,312872154 | 34,12917451978 | 3686,563173414 |
| 67 | 70,6934896718 | 3,958383717359 | 2007,278163119 | 29,58221063533 | 3571,732423595 |

|     |               |                |                |                |                |
|-----|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 68  | 70,3393557371 | 3,441673234244 | 1967,924276600 | 25,64496036695 | 3459,781695744 |
| 69  | 70,0278344173 | 2,996026442492 | 1929,254125715 | 22,23680491068 | 3350,737891858 |
| 70  | 69,7532355320 | 2,611499510451 | 1891,268248489 | 19,28745714979 | 3244,610902408 |
| 71  | 69,5106508052 | 2,279554344979 | 1853,965183421 | 16,73571547505 | 3141,396234059 |
| 72  | 69,2958453524 | 1,992857841904 | 1817,341790622 | 14,52834955253 | 3041,077301430 |
| 73  | 69,1051643813 | 1,745110087727 | 1781,393526378 | 12,61910856298 | 2943,627420393 |
| 74  | 68,9354529292 | 1,530897320607 | 1746,114677868 | 10,96784189424 | 2849,011537233 |
| 75  | 68,7839867831 | 1,345566056116 | 1711,498563774 | 9,539722175703 | 2757,187724883 |
| 76  | 68,6484130056 | 1,185115301262 | 1677,537705710 | 8,304560768620 | 2668,108474397 |
| 77  | 68,5266987134 | 1,046104227241 | 1644,223974656 | 7,236206265528 | 2581,721806896 |
| 78  | 68,4170869552 | 0,925573055401 | 1611,548716008 | 6,312017126043 | 2497,972228521 |
| 79  | 68,3180586985 | 0,820975239921 | 1579,502856299 | 5,512400228535 | 2416,801548405 |
| 80  | 68,2283000737 | 0,730119311908 | 1548,076994221 | 4,820407802789 | 2338,149577353 |
| 81  | 68,1466741474 | 0,651118989601 | 1517,261478199 | 4,221385898185 | 2261,954722861 |
| 82  | 68,0721965954 | 0,582350363945 | 1487,046472433 | 3,702668213349 | 2188,154494186 |
| 83  | 68,0040147362 | 0,522415143073 | 1457,422013057 | 3,253309752651 | 2116,685929521 |
| 84  | 67,9413894601 | 0,470109087653 | 1428,378055825 | 2,863855373658 | 2047,485955797 |
| 85  | 67,8836796530 | 0,424394895456 | 1399,904516526 | 2,526138842753 | 1980,491690331 |
| 86  | 67,8303287703 | 0,384378901164 | 1371,991305174 | 2,233108521931 | 1915,640692318 |
| 87  | 67,7808532641 | 0,349291049171 | 1344,628354851 | 1,978676268126 | 1852,871171176 |
| 88  | 67,7348326071 | 0,318467675348 | 1317,805645964 | 1,757586539087 | 1792,122157781 |
| 89  | 67,6919006934 | 0,291336700418 | 1291,513226580 | 1,565303068943 | 1733,333643882 |
| 90  | 67,6517384252 | 0,267404894575 | 1265,741229388 | 1,397910805364 | 1676,446694248 |
| 91  | 67,6140673214 | 0,24624692154  | 1240,479885779 | 1,252031091579 | 1621,403535499 |
| 92  | 67,5786440083 | 0,227495911868 | 1215,719537448 | 1,124748334033 | 1568,147625045 |
| 93  | 67,5452554688 | 0,210835350820 | 1191,450645881 | 1,013546623161 | 1516,623703086 |
| 94  | 67,5137149459 | 0,195992096524 | 1167,663800034 | 0,916254973939 | 1466,777830208 |
| 95  | 67,4838584109 | 0,182730370231 | 1144,349722453 | 0,831000027413 | 1418,557412806 |
| 96  | 67,4555415170 | 0,170846582737 | 1121,499274078 | 0,756165207046 | 1371,911218189 |
| 97  | 67,4286369713 | 0,160164880193 | 1099,103457913 | 0,690355457006 | 1326,789381030 |
| 98  | 67,4030322689 | 0,150533308945 | 1077,153421730 | 0,632366805701 | 1283,143402548 |
| 99  | 67,3786277368 | 0,141820513087 | 1055,640459958 | 0,581160099033 | 1240,926143625 |
| 100 | 67,3553348465 | 0,133912890529 | 1034,556014861 | 0,535838335770 | 1200,091812905 |

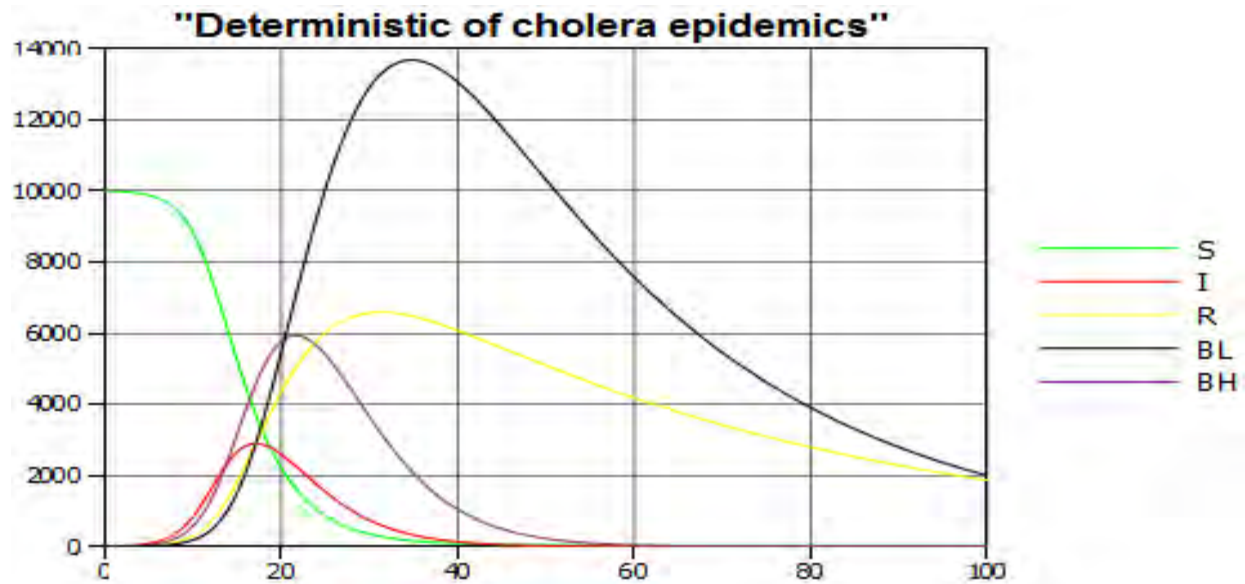


| t  | S    | I    | R    | BH   | BL   |
|----|------|------|------|------|------|
| 0  | 5000 | 0    | 0    | 9    | 1    |
| 1  | 4991 | 6    | 0    | 8    | 2    |
| 2  | 4987 | 12   | 1    | 11   | 4    |
| 3  | 4978 | 14   | 5    | 19   | 6    |
| 4  | 4968 | 22   | 9    | 25   | 13   |
| 5  | 4948 | 33   | 15   | 31   | 14   |
| 6  | 4933 | 47   | 20   | 36   | 19   |
| 7  | 4909 | 60   | 31   | 49   | 20   |
| 8  | 4876 | 76   | 43   | 68   | 37   |
| 9  | 4834 | 91   | 51   | 100  | 51   |
| 10 | 4770 | 138  | 67   | 139  | 75   |
| 11 | 4672 | 199  | 86   | 187  | 100  |
| 12 | 4548 | 272  | 126  | 239  | 141  |
| 13 | 4414 | 345  | 181  | 308  | 170  |
| 14 | 4271 | 410  | 234  | 418  | 217  |
| 15 | 4066 | 517  | 304  | 567  | 308  |
| 16 | 3830 | 648  | 404  | 734  | 412  |
| 17 | 3553 | 769  | 516  | 901  | 542  |
| 18 | 3277 | 851  | 665  | 1088 | 689  |
| 19 | 2978 | 955  | 831  | 1327 | 862  |
| 20 | 2685 | 1059 | 1008 | 1591 | 1110 |
| 21 | 2396 | 1138 | 1215 | 1813 | 1405 |
| 22 | 2128 | 1169 | 1423 | 2028 | 1683 |
| 23 | 1871 | 1177 | 1606 | 2184 | 2025 |
| 24 | 1654 | 1157 | 1807 | 2332 | 2413 |
| 25 | 1447 | 1147 | 1985 | 2452 | 2824 |



|    |      |      |      |      |      |
|----|------|------|------|------|------|
| 26 | 1265 | 1070 | 2201 | 2561 | 3227 |
| 27 | 1083 | 1001 | 2363 | 2574 | 3639 |
| 28 | 925  | 958  | 2528 | 2540 | 4041 |
| 29 | 791  | 844  | 2658 | 2534 | 4368 |
| 30 | 687  | 775  | 2786 | 2437 | 4714 |
| 31 | 604  | 684  | 2862 | 2301 | 5036 |
| 32 | 526  | 592  | 2942 | 2239 | 5346 |
| 33 | 463  | 544  | 3020 | 2093 | 5606 |
| 34 | 398  | 473  | 3067 | 1989 | 5834 |
| 35 | 362  | 401  | 3109 | 1835 | 6041 |
| 36 | 327  | 363  | 3127 | 1680 | 6177 |
| 37 | 297  | 310  | 3135 | 1551 | 6348 |
| 38 | 266  | 267  | 3127 | 1365 | 6479 |
| 39 | 235  | 243  | 3126 | 1257 | 6515 |
| 40 | 207  | 206  | 3107 | 1143 | 6555 |
| 41 | 184  | 177  | 3083 | 1034 | 6563 |
| 42 | 172  | 150  | 3056 | 906  | 6564 |
| 43 | 163  | 129  | 3016 | 805  | 6551 |
| 44 | 149  | 115  | 2982 | 705  | 6494 |
| 45 | 138  | 105  | 2950 | 610  | 6422 |
| 46 | 128  | 94   | 2932 | 559  | 6348 |
| 47 | 117  | 81   | 2891 | 496  | 6255 |
| 48 | 108  | 70   | 2846 | 437  | 6137 |
| 49 | 100  | 59   | 2802 | 399  | 6020 |
| 50 | 97   | 54   | 2752 | 352  | 5911 |
| 51 | 95   | 54   | 2704 | 299  | 5794 |
| 52 | 94   | 41   | 2674 | 264  | 5662 |
| 53 | 91   | 32   | 2616 | 225  | 5543 |
| 54 | 89   | 22   | 2568 | 199  | 5395 |
| 55 | 88   | 17   | 2517 | 177  | 5244 |
| 56 | 87   | 14   | 2473 | 160  | 5103 |
| 57 | 86   | 16   | 2420 | 131  | 4971 |
| 58 | 82   | 15   | 2373 | 110  | 4845 |
| 59 | 81   | 8    | 2322 | 95   | 4716 |
| 60 | 80   | 9    | 2275 | 80   | 4584 |
| 61 | 79   | 7    | 2237 | 69   | 4450 |
| 62 | 79   | 6    | 2192 | 66   | 4319 |
| 63 | 78   | 5    | 2146 | 61   | 4203 |
| 64 | 77   | 4    | 2093 | 54   | 4092 |
| 65 | 77   | 4    | 2050 | 49   | 3971 |
| 66 | 77   | 3    | 2020 | 41   | 3863 |
| 67 | 77   | 2    | 1978 | 37   | 3748 |

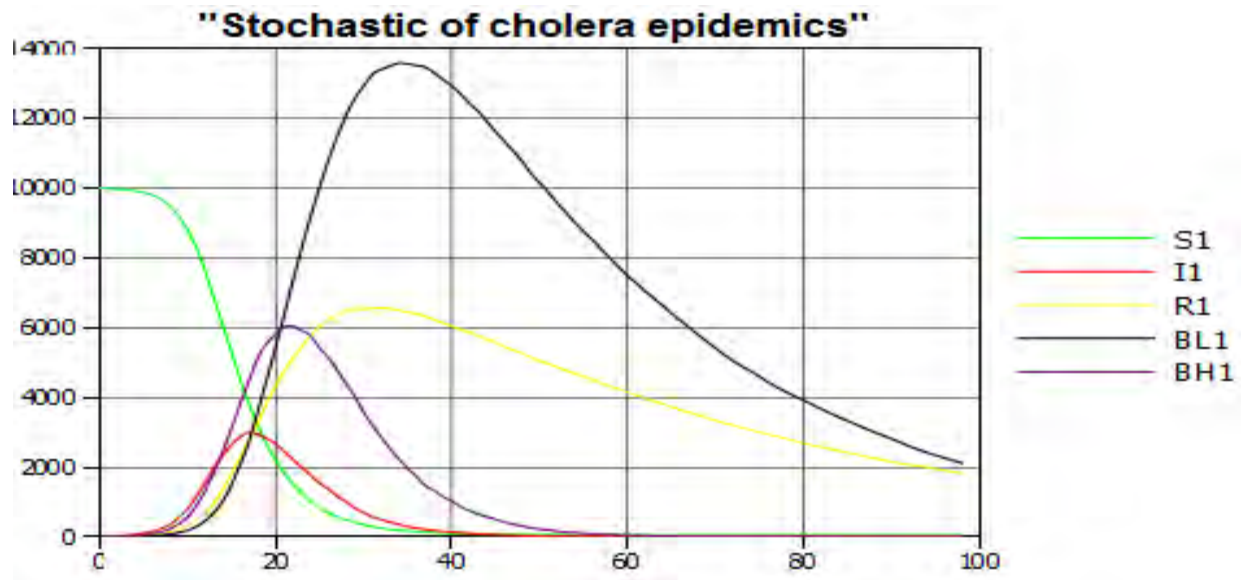
|     |    |   |      |    |      |
|-----|----|---|------|----|------|
| 68  | 76 | 2 | 1934 | 25 | 3635 |
| 69  | 76 | 2 | 1894 | 24 | 3528 |
| 70  | 76 | 2 | 1848 | 22 | 3415 |
| 71  | 76 | 3 | 1815 | 15 | 3305 |
| 72  | 76 | 3 | 1778 | 14 | 3198 |
| 73  | 76 | 2 | 1745 | 14 | 3096 |
| 74  | 76 | 1 | 1702 | 13 | 2991 |
| 75  | 76 | 1 | 1672 | 13 | 2890 |
| 76  | 76 | 1 | 1629 | 11 | 2793 |
| 77  | 76 | 1 | 1596 | 8  | 2721 |
| 78  | 76 | 1 | 1558 | 7  | 2621 |
| 79  | 76 | 0 | 1532 | 7  | 2536 |
| 80  | 76 | 0 | 1504 | 6  | 2453 |
| 81  | 76 | 0 | 1480 | 5  | 2364 |
| 82  | 76 | 0 | 1452 | 4  | 2287 |
| 83  | 76 | 0 | 1416 | 3  | 2206 |
| 84  | 76 | 0 | 1383 | 1  | 2120 |
| 85  | 76 | 0 | 1356 | 1  | 2045 |
| 86  | 76 | 0 | 1327 | 0  | 1975 |
| 87  | 76 | 0 | 1304 | 0  | 1910 |
| 88  | 76 | 0 | 1273 | 0  | 1832 |
| 89  | 76 | 0 | 1249 | 0  | 1765 |
| 90  | 76 | 0 | 1227 | 0  | 1709 |
| 91  | 76 | 0 | 1207 | 0  | 1656 |
| 92  | 76 | 0 | 1190 | 0  | 1600 |
| 93  | 76 | 0 | 1162 | 0  | 1546 |
| 94  | 76 | 0 | 1130 | 0  | 1510 |
| 95  | 76 | 0 | 1109 | 0  | 1463 |
| 96  | 76 | 0 | 1092 | 0  | 1405 |
| 97  | 76 | 0 | 1066 | 0  | 1341 |
| 98  | 76 | 0 | 1055 | 0  | 1290 |
| 99  | 76 | 0 | 1042 | 0  | 1247 |
| 100 | 76 | 0 | 1028 | 0  | 1201 |



| t  | S             | I              | R              | BH             | BL             |
|----|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0  | 10000         | 0              | 0              | 9              | 1              |
| 1  | 9986,84549916 | 13,15450083297 | 0              | 7,2            | 2,767          |
| 2  | 9976,31843749 | 20,78757232622 | 2,630900166594 | 12,33725041648 | 4,115689       |
| 3  | 9958,36480172 | 34,16794218048 | 6,735796628507 | 20,26358649630 | 6,447321346297 |
| 4  | 9929,09120375 | 55,92459287129 | 13,43466913203 | 33,29484028728 | 10,28727704112 |
| 5  | 9881,56163004 | 91,15075614386 | 24,35089432365 | 54,59816866547 | 16,60676495622 |
| 6  | 9805,10849595 | 147,5507238912 | 42,09402766595 | 89,25391300430 | 26,97837544576 |
| 7  | 9683,92602054 | 236,2720400380 | 70,76229189087 | 145,1784923490 | 43,93887165691 |
| 8  | 9496,16658916 | 372,0516226078 | 116,6014540606 | 234,2788138982 | 71,52458736205 |
| 9  | 9214,96543805 | 571,4014167502 | 188,6797495010 | 373,4488624225 | 116,0200387587 |
| 10 | 8813,57671329 | 847,0818298202 | 299,1864378610 | 584,4597983131 | 186,8811499642 |
| 11 | 8275,70558401 | 1198,594956541 | 462,6190750678 | 891,1087535606 | 297,6060316780 |
| 12 | 7607,40773939 | 1603,201910724 | 693,0856848748 | 1312,184481119 | 466,0067833447 |
| 13 | 6841,64661877 | 2016,258610982 | 999,8643533221 | 1851,348540257 | 713,0654557182 |
| 14 | 6029,51138322 | 2384,816952116 | 1383,118788452 | 2489,208137696 | 1059,804003731 |
| 15 | 5223,55985949 | 2666,108746386 | 1832,419803106 | 3183,774986215 | 1522,672099147 |
| 16 | 4464,60575968 | 2838,518921988 | 2328,993156321 | 3880,074362165 | 2109,178917118 |
| 17 | 3777,29340272 | 2901,357116111 | 2850,117077592 | 4523,318950727 | 2815,590885286 |
| 18 | 3172,16803901 | 2868,183914275 | 3373,386159263 | 5069,333718637 | 3627,340176217 |
| 19 | 2650,01436150 | 2759,337130645 | 3879,555218933 | 5489,558932047 | 4521,504694130 |
| 20 | 2205,88602659 | 2596,411296808 | 4353,831540683 | 5771,315710961 | 5470,206825633 |
| 21 | 1832,01363566 | 2399,073202443 | 4786,037169231 | 5915,258217173 | 6443,953142579 |
| 22 | 1519,64228936 | 2183,648444205 | 5170,131066335 | 5931,743174960 | 7414,354332309 |
| 23 | 1260,08804270 | 1962,800033140 | 5503,458133850 | 5837,218762070 | 8356,029274335 |

|    |               |                |                |                |                |
|----|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 24 | 1045,28825537 | 1745,783813180 | 5785,948977801 | 5651,175026226 | 9247,724060696 |
| 25 | 868,045667499 | 1538,953962157 | 6019,386760881 | 5393,831927571 | 10072,78417193 |
| 26 | 722,096528207 | 1346,333229775 | 6206,789818095 | 5084,542523136 | 10819,14867977 |
| 27 | 602,083239907 | 1170,153207524 | 6351,920667688 | 4740,800633396 | 11479,02527797 |
| 28 | 503,479543224 | 1011,323198551 | 6458,912895839 | 4377,717110479 | 12048,37757047 |
| 29 | 422,496115399 | 869,8155226959 | 6531,999277632 | 4007,835287659 | 12526,32453274 |
| 30 | 355,982234888 | 744,9699882133 | 6575,322396619 | 3641,175991475 | 12914,52288070 |
| 31 | 301,331867860 | 635,7269578347 | 6592,809946329 | 3285,425787287 | 13216,57882393 |
| 32 | 256,398235052 | 540,8006599192 | 6588,099138970 | 2946,204108747 | 13437,51688020 |
| 33 | 219,418432809 | 458,8043169796 | 6564,497288174 | 2627,363616957 | 13583,31964490 |
| 34 | 188,948287287 | 388,3375127666 | 6524,968205806 | 2331,293052055 | 13660,54282001 |
| 35 | 163,806877966 | 328,0446692783 | 6472,136344244 | 2059,203198027 | 13676,00351736 |
| 36 | 143,029810393 | 276,6519096099 | 6408,302551214 | 1811,384893061 | 13636,53604089 |
| 37 | 125,830187205 | 232,9881126842 | 6335,466882112 | 1587,433869254 | 13548,80733015 |
| 38 | 111,566223205 | 195,9946918933 | 6255,355167007 | 1386,441151745 | 13419,18346211 |
| 39 | 99,7145150444 | 164,7275678381 | 6169,447002045 | 1207,150267342 | 13253,63863821 |
| 40 | 89,8480732591 | 138,3539446991 | 6079,003575572 | 1048,083997793 | 13057,69861662 |
| 41 | 81,6183329672 | 116,1458171572 | 5985,094293000 | 907,6441705843 | 12836,41136183 |
| 42 | 74,7404672539 | 97,47160309586 | 5888,621570572 | 784,1882450460 | 12594,33862100 |
| 43 | 68,9814278664 | 81,78688980231 | 5790,34345978  | 676,0863975847 | 12335,56309552 |
| 44 | 64,1502281591 | 68,62497375314 | 5690,893968544 | 581,7625629689 | 12063,70679288 |
| 45 | 60,0900623974 | 57,58764528908 | 5590,801083924 | 499,7225372517 | 11781,95698131 |
| 46 | 56,6719237420 | 48,33650198093 | 5490,502591303 | 428,5718524459 | 11493,09690838 |
| 47 | 53,7894413594 | 40,58495392769 | 5390,359839874 | 367,0257329472 | 11199,53908089 |
| 48 | 51,3547062512 | 34,09099917183 | 5290,669633862 | 313,9130633216 | 10903,35943781 |
| 49 | 49,2948967091 | 28,65078889611 | 5191,674441019 | 268,1759502432 | 10606,33118903 |
| 50 | 47,5495488932 | 24,09296315490 | 5093,571109978 | 228,8661546426 | 10309,95744984 |
| 51 | 46,0683468472 | 20,27371330677 | 4996,518280409 | 195,1394052915 | 10015,50208492 |
| 52 | 44,8093301680 | 17,07251305846 | 4900,642657462 | 166,2483808866 | 9724,018397182 |
| 53 | 43,7374372524 | 14,38845310127 | 4806,044306925 | 141,5349612385 | 9436,375466252 |
| 54 | 42,8233181959 | 12,13711247546 | 4712,801111406 | 120,422195541  | 9153,282068114 |
| 55 | 42,0423645640 | 10,24790136278 | 4620,972511673 | 102,4063126709 | 8875,308198974 |
| 56 | 41,3739138802 | 8,661813746785 | 4530,602641712 | 87,04900081812 | 8602,904290942 |
| 57 | 40,8005952140 | 7,329533388678 | 4441,722951627 | 73,97010752788 | 8336,418249505 |
| 58 | 40,3077890652 | 6,209842191980 | 4354,354399273 | 62,84085271665 | 8076,110468777 |
| 59 | 39,8831801589 | 5,268285815966 | 4268,509279726 | 53,37760326931 | 7822,166993850 |
| 60 | 39,5163860571 | 4,476057038297 | 4184,192751294 | 45,33622552343 | 7574,711003707 |
| 61 | 39,1986478810 | 3,809062665983 | 4101,404107676 | 38,50700893789 | 7333,812785690 |
| 62 | 38,9225721211 | 3,247144639380 | 4020,137838056 | 32,71013848330 | 7099,498365549 |
| 63 | 38,6819146254 | 2,773430314434 | 3940,384510222 | 27,79168310633 | 6871,756947183 |
| 64 | 38,4713995368 | 2,373790733767 | 3862,131506081 | 23,62006164228 | 6650,547304547 |
| 65 | 38,2865672842 | 2,036389025027 | 3785,363634106 | 20,08294468071 | 6435,803255825 |

|     |               |                |                |                |                |
|-----|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 66  | 38,1236467942 | 1,751303929425 | 3710,063639229 | 17,08455025708 | 6227,438337319 |
| 67  | 37,9794479511 | 1,510215908135 | 3636,212627230 | 14,54329217037 | 6025,349782239 |
| 68  | 37,8512710133 | 1,306145346135 | 3563,790417867 | 12,38974169037 | 5829,421897859 |
| 69  | 37,7368302640 | 1,133234119256 | 3492,775838579 | 10,56486602536 | 5639,528923568 |
| 70  | 37,6341896219 | 0,986563255104 | 3423,146968631 | 9,018509879920 | 5455,537442295 |
| 71  | 37,5417083176 | 0,862000643274 | 3354,881341910 | 7,708089531488 | 5277,308408676 |
| 72  | 37,4579950481 | 0,756073771245 | 3287,956115200 | 6,597471946828 | 5104,698849096 |
| 73  | 37,3818692779 | 0,665863311839 | 3222,348207650 | 5,656014443085 | 4937,563281465 |
| 74  | 37,3123285673 | 0,588914093813 | 3158,034416160 | 4,857743210387 | 4775,754896065 |
| 75  | 37,2485209876 | 0,523160572859 | 3094,991510655 | 4,180651615217 | 4619,126533137 |
| 76  | 37,1897218284 | 0,466864406071 | 3033,196312557 | 3,606101578603 | 4467,531487866 |
| 77  | 37,1353139292 | 0,418562135850 | 2972,625759187 | 3,118313465918 | 4320,824169083 |
| 78  | 37,0847710719 | 0,377021323333 | 2913,256956430 | 2,703931840660 | 4178,860634196 |
| 79  | 37,0376439555 | 0,341203748597 | 2855,067221566 | 2,351656134194 | 4041,499019636 |
| 80  | 36,9935483544 | 0,310234524989 | 2798,034117885 | 2,051926781654 | 3908,599883215 |
| 81  | 36,9521551179 | 0,283376165957 | 2742,135482432 | 1,796658687818 | 3780,026472425 |
| 82  | 36,9131817258 | 0,260006801562 | 2687,349448017 | 1,579015033233 | 3655,644930572 |
| 83  | 36,8763851571 | 0,239601873914 | 2633,654460416 | 1,393215427367 | 3535,324450870 |
| 84  | 36,8415558681 | 0,221718750712 | 2581,029291583 | 1,234373278851 | 3418,937387077 |
| 85  | 36,8085127060 | 0,205983787655 | 2529,453049501 | 1,098357998437 | 3306,359327959 |
| 86  | 36,7770986135 | 0,192081446861 | 2478,905185269 | 0,981678292577 | 3197,469141736 |
| 87  | 36,7471769998 | 0,179745142178 | 2429,365497853 | 0,881383357492 | 3092,148995717 |
| 88  | 36,7186286753 | 0,168749535484 | 2380,814136924 | 0,794979257083 | 2990,284355530 |
| 89  | 36,6913492603 | 0,158904052591 | 2333,231604093 | 0,720358173408 | 2891,763967649 |
| 90  | 36,6652469968 | 0,150047424576 | 2286,598752822 | 0,655738565023 | 2796,479828351 |
| 91  | 36,6402408964 | 0,142043091522 | 2240,896787250 | 0,599614564306 | 2704,327141729 |
| 92  | 36,6162591761 | 0,134775331767 | 2196,107260123 | 0,550713197206 | 2615,204268964 |
| 93  | 36,5932379332 | 0,128146001615 | 2152,212069987 | 0,507958223648 | 2529,012670728 |
| 94  | 36,5711200257 | 0,122071788822 | 2109,193457788 | 0,470439579726 | 2445,656844239 |
| 95  | 36,5498541224 | 0,116481898574 | 2067,034002990 | 0,437387558192 | 2365,044256295 |
| 96  | 36,5293938997 | 0,111316103570 | 2025,716619310 | 0,408150995841 | 2287,085273349 |
| 97  | 36,5096973597 | 0,106523100722 | 1985,224550144 | 0,382178848458 | 2211,693089527 |
| 98  | 36,4907262523 | 0,102059126051 | 1945,541363761 | 0,359004629127 | 2138,783653343 |
| 99  | 36,4724455835 | 0,097886787071 | 1906,650948311 | 0,338233266327 | 2068,275593708 |
| 100 | 36,4548231990 | 0,093974078375 | 1868,537506703 | 0,319530006598 | 2000,090145769 |



| t  | S     | I    | R    | BH   | BL    |
|----|-------|------|------|------|-------|
| 0  | 10000 | 0    | 0    | 9    | 1     |
| 1  | 9986  | 13   | 0    | 7    | 2     |
| 2  | 9970  | 19   | 4    | 11   | 3     |
| 3  | 9948  | 29   | 8    | 25   | 5     |
| 4  | 9911  | 56   | 14   | 37   | 7     |
| 5  | 9871  | 108  | 27   | 48   | 14    |
| 6  | 9798  | 155  | 55   | 91   | 24    |
| 7  | 9659  | 238  | 84   | 142  | 43    |
| 8  | 9472  | 350  | 128  | 233  | 73    |
| 9  | 9180  | 558  | 205  | 368  | 123   |
| 10 | 8785  | 812  | 314  | 572  | 181   |
| 11 | 8280  | 1168 | 470  | 902  | 296   |
| 12 | 7610  | 1554 | 689  | 1340 | 464   |
| 13 | 6828  | 1988 | 967  | 1862 | 698   |
| 14 | 6055  | 2351 | 1362 | 2452 | 1028  |
| 15 | 5283  | 2649 | 1813 | 3138 | 1506  |
| 16 | 4479  | 2870 | 2288 | 3839 | 2098  |
| 17 | 3782  | 2992 | 2797 | 4516 | 2773  |
| 18 | 3171  | 2934 | 3283 | 5157 | 3639  |
| 19 | 2627  | 2814 | 3848 | 5557 | 4536  |
| 20 | 2198  | 2664 | 4340 | 5814 | 5444  |
| 21 | 1808  | 2437 | 4775 | 6022 | 6414  |
| 22 | 1502  | 2213 | 5146 | 6034 | 7393  |
| 23 | 1230  | 1973 | 5480 | 5912 | 8335  |
| 24 | 1008  | 1746 | 5779 | 5752 | 9221  |
| 25 | 831   | 1530 | 6032 | 5405 | 10053 |

|    |     |      |      |      |       |
|----|-----|------|------|------|-------|
| 26 | 677 | 1360 | 6215 | 5135 | 10812 |
| 27 | 580 | 1159 | 6365 | 4772 | 11501 |
| 28 | 497 | 989  | 6476 | 4385 | 12088 |
| 29 | 404 | 820  | 6530 | 4023 | 12579 |
| 30 | 338 | 685  | 6526 | 3563 | 12929 |
| 31 | 293 | 568  | 6548 | 3202 | 13259 |
| 32 | 243 | 485  | 6562 | 2845 | 13404 |
| 33 | 204 | 419  | 6534 | 2522 | 13497 |
| 34 | 180 | 354  | 6492 | 2224 | 13582 |
| 35 | 165 | 288  | 6438 | 1960 | 13559 |
| 36 | 149 | 249  | 6389 | 1720 | 13514 |
| 37 | 130 | 214  | 6320 | 1468 | 13469 |
| 38 | 122 | 182  | 6223 | 1323 | 13308 |
| 39 | 108 | 153  | 6134 | 1144 | 13121 |
| 40 | 97  | 135  | 6046 | 1030 | 12933 |
| 41 | 90  | 116  | 5953 | 866  | 12699 |
| 42 | 85  | 100  | 5870 | 748  | 12431 |
| 43 | 80  | 81   | 5768 | 651  | 12208 |
| 44 | 73  | 70   | 5670 | 570  | 11905 |
| 45 | 68  | 57   | 5573 | 503  | 11614 |
| 46 | 63  | 50   | 5464 | 416  | 11339 |
| 47 | 60  | 37   | 5351 | 356  | 11055 |
| 48 | 56  | 29   | 5264 | 305  | 10764 |
| 49 | 56  | 26   | 5135 | 255  | 10423 |
| 50 | 54  | 20   | 5035 | 218  | 10155 |
| 51 | 54  | 17   | 4952 | 192  | 9874  |
| 52 | 53  | 15   | 4860 | 156  | 9570  |
| 53 | 51  | 11   | 4763 | 129  | 9296  |
| 54 | 51  | 11   | 4686 | 119  | 9007  |
| 55 | 51  | 10   | 4606 | 101  | 8756  |
| 56 | 51  | 8    | 4509 | 83   | 8513  |
| 57 | 49  | 8    | 4402 | 63   | 8249  |
| 58 | 49  | 8    | 4315 | 59   | 7990  |
| 59 | 48  | 7    | 4243 | 51   | 7735  |
| 60 | 48  | 5    | 4143 | 43   | 7481  |
| 61 | 48  | 3    | 4051 | 40   | 7269  |
| 62 | 48  | 4    | 3972 | 28   | 7042  |
| 63 | 48  | 2    | 3884 | 20   | 6843  |
| 64 | 48  | 2    | 3802 | 14   | 6622  |
| 65 | 48  | 0    | 3714 | 13   | 6403  |
| 66 | 48  | 0    | 3638 | 10   | 6206  |
| 67 | 48  | 0    | 3566 | 7    | 5992  |

|     |    |   |      |   |      |
|-----|----|---|------|---|------|
| 68  | 48 | 0 | 3487 | 4 | 5797 |
| 69  | 48 | 0 | 3408 | 3 | 5596 |
| 70  | 48 | 0 | 3326 | 3 | 5412 |
| 71  | 48 | 0 | 3258 | 1 | 5214 |
| 72  | 48 | 0 | 3197 | 0 | 5041 |
| 73  | 48 | 0 | 3123 | 0 | 4884 |
| 74  | 48 | 0 | 3065 | 0 | 4753 |
| 75  | 48 | 0 | 2994 | 0 | 4582 |
| 76  | 48 | 0 | 2929 | 0 | 4431 |
| 77  | 48 | 0 | 2875 | 0 | 4281 |
| 78  | 48 | 0 | 2819 | 0 | 4158 |
| 79  | 48 | 0 | 2747 | 0 | 4029 |
| 80  | 48 | 0 | 2675 | 0 | 3914 |
| 81  | 48 | 0 | 2619 | 0 | 3793 |
| 82  | 48 | 0 | 2566 | 0 | 3664 |
| 83  | 48 | 0 | 2520 | 0 | 3546 |
| 84  | 48 | 0 | 2466 | 0 | 3428 |
| 85  | 48 | 0 | 2407 | 0 | 3328 |
| 86  | 48 | 0 | 2360 | 0 | 3213 |
| 87  | 48 | 0 | 2300 | 0 | 3112 |
| 88  | 48 | 0 | 2254 | 0 | 3002 |
| 89  | 48 | 0 | 2201 | 0 | 2908 |
| 90  | 48 | 0 | 2149 | 0 | 2810 |
| 91  | 48 | 0 | 2100 | 0 | 2708 |
| 92  | 48 | 0 | 2060 | 0 | 2597 |
| 93  | 48 | 0 | 2032 | 0 | 2505 |
| 94  | 48 | 0 | 2002 | 0 | 2418 |
| 95  | 48 | 0 | 1944 | 0 | 2338 |
| 96  | 48 | 0 | 1905 | 0 | 2265 |
| 97  | 48 | 0 | 1862 | 0 | 2187 |
| 98  | 48 | 0 | 1822 | 0 | 2112 |
| 99  | 48 | 0 | 1783 | 0 | 2041 |
| 100 | 48 | 0 | 1750 | 0 | 1975 |

Результаты экспериментов с имитационной моделью распространения холеры при наличии симптоматических и бессимптомных инфекций холерного вибриона с использованием детерминированной и стохастической модели.



Сравнение компартментных моделей с применением детерминированной и стохастической модели осуществляется в интервале времени [0-100] дней.

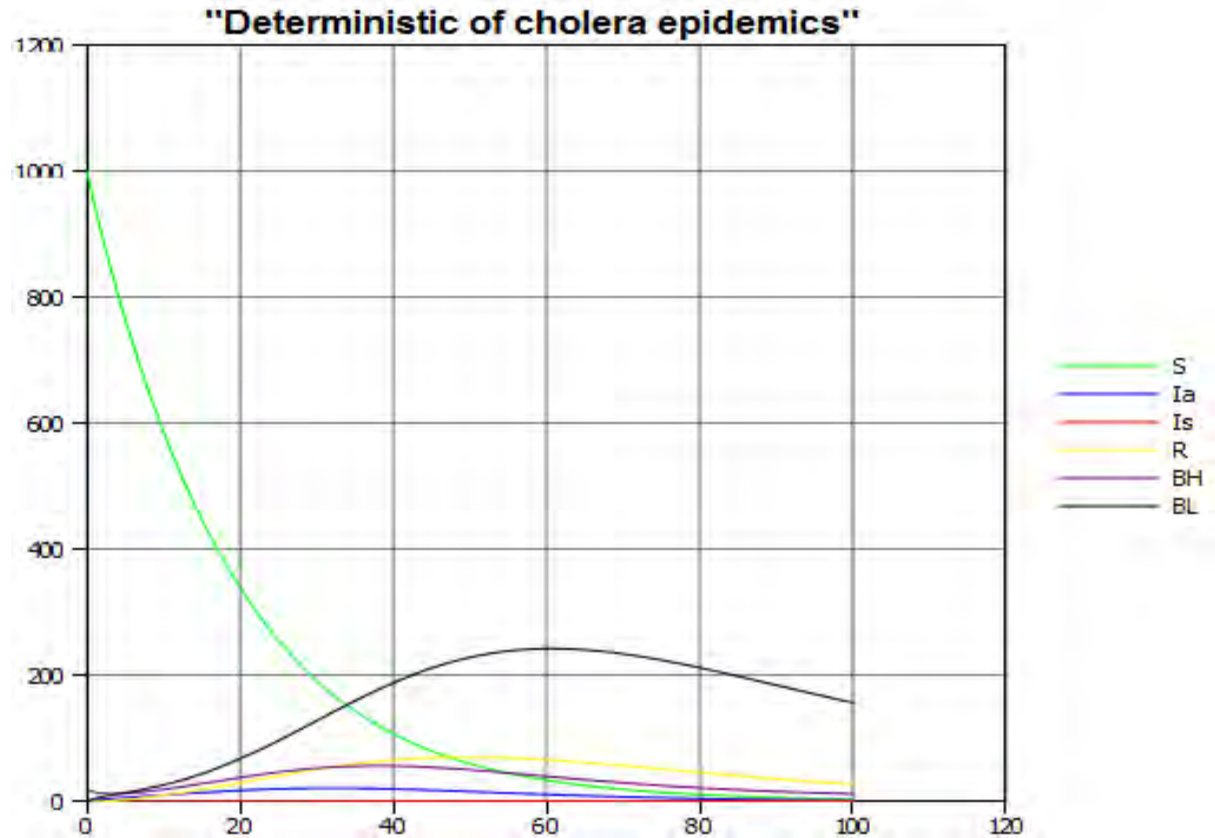
Результаты приведены ниже для сравнения моделей детерминированной модели при трех различных значениях  $S(0)$ . При анализе стохастической модели рассматриваются 3 реализации.

#### Параметры модели

|           |             |
|-----------|-------------|
| $\alpha$  | 0,5 - 1     |
| $\xi_s$   | 1           |
| $\xi_a$   | 0,5         |
| $\beta_H$ | 0,21        |
| $\beta_L$ | 0,21        |
| $K_H$     | $10^6/700$  |
| $K_L$     | $10^6$      |
| $\gamma$  | 0,2         |
| $p$       | 0,76 - 0,98 |
| $\chi$    | 0,2         |
| $\delta$  | 0,033       |
| $\mu$     | 0,00005     |
| $\mu_s$   | 0,001       |

#### Начальные условия

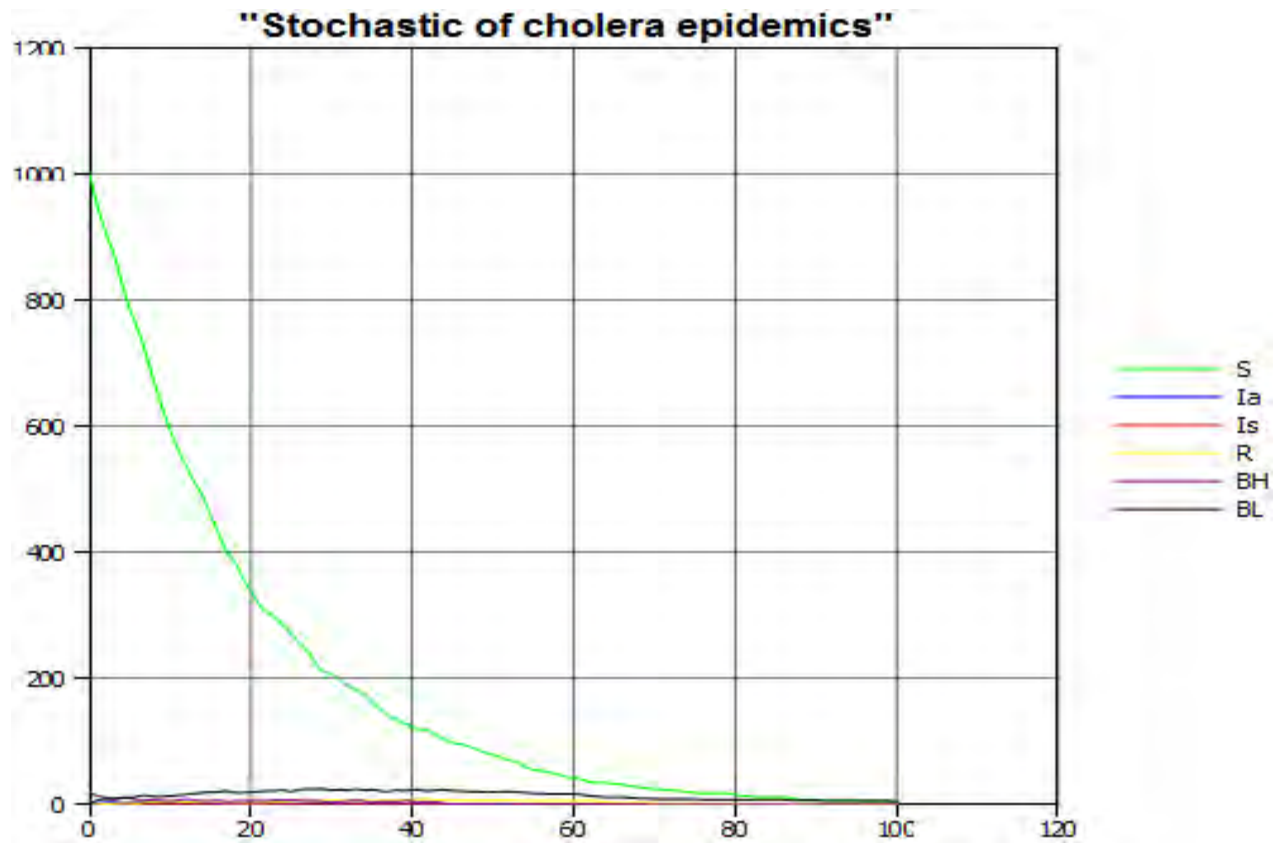
| $S(0)$              | $I_s$ | $I_a$ | $R$ | $B_H$ | $B_L$ |
|---------------------|-------|-------|-----|-------|-------|
| 1000, 10000, 100000 | 0     | 0     | 0   | 19    | 1     |



| t  | S           | Is            | Ia           | R            | BH          | BL         |
|----|-------------|---------------|--------------|--------------|-------------|------------|
| 0  | 1000        | 0             | 0            | 0            | 19          | 1          |
| 1  | 947,7938886 | 0,04412222661 | 2,1619891042 | 0            | 15,2        | 4,767      |
| 2  | 898,7264074 | 0,07767355060 | 3,6981207231 | 0,4412222661 | 13,28511677 | 7,649689   |
| 3  | 852,3972108 | 0,10552330801 | 4,8782334008 | 1,1743200076 | 12,55482733 | 10,0542726 |
| 4  | 808,5278597 | 0,13050256685 | 5,8588224782 | 2,1123553490 | 12,58850187 | 12,2334470 |
| 5  | 766,9128387 | 0,15426207552 | 6,7307367413 | 3,2046025905 | 13,13071530 | 14,3474437 |
| 6  | 727,3914234 | 0,17776211692 | 7,5464578171 | 4,4213722244 | 14,02420269 | 16,5001211 |
| 7  | 689,8313800 | 0,20155378586 | 8,3357977388 | 5,7451476000 | 15,17035317 | 18,7604576 |
| 8  | 654,1194040 | 0,22594177111 | 9,1150067428 | 7,1653605249 | 16,50573519 | 21,1754332 |
| 9  | 620,1554183 | 0,25107948620 | 9,8921115597 | 8,6752822015 | 17,98803330 | 23,7777909 |
| 10 | 587,8490991 | 0,27702534429 | 10,670083317 | 10,270156300 | 19,58756190 | 26,5907305 |
| 11 | 557,1176975 | 0,30377657455 | 11,448746858 | 11,946070217 | 21,28211652 | 29,6307487 |
| 12 | 527,8846236 | 0,33128997629 | 12,225954705 | 13,699271393 | 23,05384322 | 32,9093573 |
| 13 | 500,0784834 | 0,35949502881 | 12,998327865 | 15,525756760 | 24,88734191 | 36,4341172 |
| 14 | 473,6323882 | 0,38830249824 | 13,761738999 | 17,421033501 | 26,76853248 | 40,2092597 |
| 15 | 448,4834338 | 0,41761036923 | 14,511640410 | 19,379990125 | 28,68399798 | 44,2360606 |
| 16 | 424,5722842 | 0,44730816640 | 15,243296741 | 21,396840775 | 30,62062896 | 48,5130702 |
| 17 | 401,8428275 | 0,47728028397 | 15,951957475 | 23,465119718 | 32,56545971 | 53,0362647 |

|    |             |               |              |              |             |            |
|----|-------------|---------------|--------------|--------------|-------------|------------|
| 18 | 380,2418800 | 0,50740867981 | 16,632989671 | 25,577711284 | 34,50562679 | 57,7991599 |
| 19 | 359,7189261 | 0,53757513550 | 17,281982819 | 27,726905390 | 36,42840494 | 62,7929130 |
| 20 | 340,2258890 | 0,56766319374 | 17,894832650 | 29,904471711 | 38,32129050 | 68,0064278 |
| 21 | 321,7169244 | 0,59755983201 | 18,467807842 | 32,101747294 | 40,17211192 | 73,4264738 |
| 22 | 304,1482368 | 0,62715690218 | 18,997601931 | 34,309733465 | 41,96915329 | 79,0378226 |
| 23 | 287,4779168 | 0,65635235036 | 19,481371865 | 36,519198558 | 43,70128050 | 84,8234051 |
| 24 | 271,6657955 | 0,68505122444 | 19,916764228 | 38,720783473 | 45,35806268 | 90,7644888 |
| 25 | 256,6733180 | 0,71316647444 | 20,301930017 | 40,905107390 | 46,92988348 | 96,8408732 |
| 26 | 242,4634324 | 0,74061955177 | 20,635528821 | 43,062871319 | 48,40803827 | 103,031101 |
| 27 | 229,0004944 | 0,76734081565 | 20,916723346 | 45,184957428 | 49,78481458 | 109,312682 |
| 28 | 216,2501859 | 0,79326975747 | 21,145165298 | 47,262522389 | 51,05355415 | 115,662326 |
| 29 | 204,1794453 | 0,81835505689 | 21,320973726 | 49,287083281 | 52,20869572 | 122,056180 |
| 30 | 192,7564098 | 0,84255448546 | 21,444706980 | 51,250594873 | 53,24579850 | 128,470066 |
| 31 | 181,9503670 | 0,86583467577 | 21,517329473 | 53,145517423 | 54,16154677 | 134,879713 |
| 32 | 171,7317146 | 0,88817077498 | 21,540174451 | 54,964874382 | 54,95373683 | 141,260992 |
| 33 | 162,0719266 | 0,90954600238 | 21,514903907 | 56,702299708 | 55,62124746 | 147,590127 |
| 34 | 152,9435261 | 0,92995113029 | 21,443466755 | 58,352074704 | 56,16399593 | 153,843902 |
| 35 | 144,3200612 | 0,94938390738 | 21,328056255 | 59,909154546 | 56,58288125 | 159,999852 |
| 36 | 136,1760845 | 0,96784844195 | 21,171067617 | 61,369184852 | 56,87971703 | 166,036433 |
| 37 | 128,4871351 | 0,98535456170 | 20,975056562 | 62,728508821 | 57,05715588 | 171,933174 |
| 38 | 121,2297214 | 1,0019171646  | 20,742699516 | 63,984165605 | 57,11860754 | 177,670811 |
| 39 | 114,3813053 | 1,01755557399 | 20,476755991 | 65,133880660 | 57,06815296 | 183,231396 |
| 40 | 107,9202855 | 1,03229290786 | 20,180033574 | 66,176048941 | 56,91045593 | 188,598390 |
| 41 | 101,8259815 | 1,04615547311 | 19,855355827 | 67,109711790 | 56,65067444 | 193,756734 |
| 42 | 96,07861585 | 1,05917219018 | 19,505533334 | 67,934528461 | 56,29437294 | 198,692897 |
| 43 | 90,65929598 | 1,07137405460 | 19,133337968 | 68,650743143 | 55,84743721 | 203,394906 |
| 44 | 85,54999509 | 1,08279363893 | 18,741480435 | 69,259148390 | 55,31599280 | 207,852362 |
| 45 | 80,73353144 | 1,09346463758 | 18,332591036 | 69,761045785 | 54,70632810 | 212,056432 |
| 46 | 76,19354663 | 1,10342145579 | 17,909203553 | 70,158204631 | 54,02482263 | 215,999835 |
| 47 | 71,91448284 | 1,11269884273 | 17,473742100 | 70,452819401 | 53,27788134 | 219,676805 |
| 48 | 67,88155893 | 1,12133156819 | 17,028510767 | 70,647466620 | 52,47187496 | 223,083047 |
| 49 | 64,08074568 | 1,12935414115 | 16,575685828 | 70,745061756 | 51,61308692 | 226,215682 |
| 50 | 60,49874026 | 1,13680056848 | 16,117310311 | 70,748816662 | 50,70766659 | 229,073181 |
| 51 | 57,12294011 | 1,14370415110 | 15,655290667 | 70,662198005 | 49,76158900 | 231,655300 |
| 52 | 53,94141638 | 1,15009731515 | 15,191395322 | 70,488887068 | 48,78062068 | 233,962993 |
| 53 | 50,94288708 | 1,15601147502 | 14,727254867 | 70,232741243 | 47,77029152 | 235,998338 |
| 54 | 48,11669014 | 1,16147692559 | 14,264363658 | 69,897757449 | 46,73587212 | 237,764451 |
| 55 | 45,45275651 | 1,16652276041 | 13,804082618 | 69,488037693 | 45,68235645 | 239,265399 |
| 56 | 42,94158343 | 1,17117681325 | 13,347643037 | 69,007756884 | 44,61444923 | 240,506112 |
| 57 | 40,57420804 | 1,17546561987 | 12,896151176 | 68,461133010 | 43,53655772 | 241,492300 |
| 58 | 38,34218142 | 1,17941439776 | 12,450593516 | 67,852399719 | 42,45278738 | 242,230366 |
| 59 | 36,23754311 | 1,18304704097 | 12,011842488 | 67,185781316 | 41,36694106 | 242,727321 |

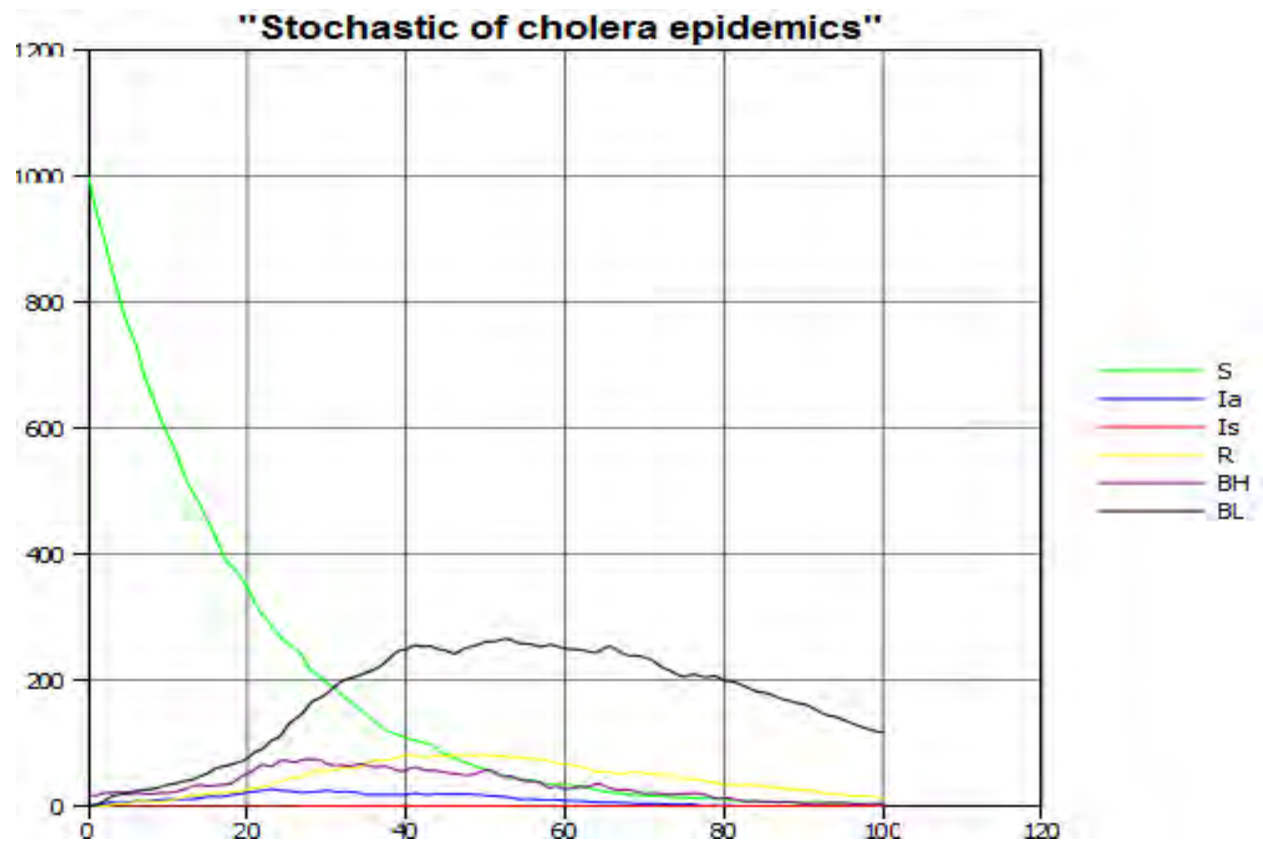
|     |             |               |              |              |             |            |
|-----|-------------|---------------|--------------|--------------|-------------|------------|
| 60  | 34,25279637 | 1,18638612804 | 11,580662560 | 66,465470156 | 40,28252113 | 242,990708 |
| 61  | 32,38088398 | 1,18945294076 | 11,157716548 | 65,695606386 | 39,20273431 | 243,028518 |
| 62  | 30,61516496 | 1,19226749193 | 10,743572047 | 64,880259964 | 38,13049866 | 242,849124 |
| 63  | 28,94939196 | 1,19484856027 | 10,338707904 | 64,023414874 | 37,06845245 | 242,461203 |
| 64  | 27,37768957 | 1,19721373124 | 9,9435206444 | 63,128955423 | 36,01896447 | 241,873674 |
| 65  | 25,89453348 | 1,19937944201 | 9,5583307872 | 62,200654527 | 34,98414563 | 241,095635 |
| 66  | 24,49473052 | 1,20136102982 | 9,1833890101 | 61,242163847 | 33,96586134 | 240,136308 |
| 67  | 23,17339956 | 1,20317278243 | 8,8188821067 | 60,257005662 | 32,96574460 | 239,004982 |
| 68  | 21,92595335 | 1,20482798985 | 8,4649387111 | 59,248566357 | 31,98520952 | 237,710967 |
| 69  | 20,74808120 | 1,20633899667 | 8,1216347670 | 58,220091379 | 31,02546496 | 236,263547 |
| 70  | 19,63573256 | 1,20771725435 | 7,7889987163 | 57,174681563 | 30,08752835 | 234,671943 |
| 71  | 18,58510142 | 1,20897337288 | 7,4670164026 | 56,115290679 | 29,17223929 | 232,945274 |
| 72  | 17,59261155 | 1,21011717142 | 7,1556356806 | 55,044724100 | 28,28027300 | 231,092528 |
| 73  | 16,65490257 | 1,21115772771 | 6,8547707289 | 53,965638465 | 27,41215341 | 229,122529 |
| 74  | 15,76881675 | 1,21210342575 | 6,5643060696 | 52,880542233 | 26,56826582 | 227,043916 |
| 75  | 14,93138660 | 1,21296200179 | 6,2841002986 | 51,791797021 | 25,74886912 | 224,865120 |
| 76  | 14,13982313 | 1,21374058826 | 6,0139895345 | 50,701619630 | 24,95410744 | 222,594345 |
| 77  | 13,39150490 | 1,21444575577 | 5,7537905947 | 49,612084673 | 24,18402131 | 220,239553 |
| 78  | 12,68396757 | 1,21508355294 | 5,5033039105 | 48,525127709 | 23,43855810 | 217,808452 |
| 79  | 12,01489421 | 1,21565954412 | 5,2623161921 | 47,442548817 | 22,71758199 | 215,308485 |
| 80  | 11,38210616 | 1,21617884497 | 5,0306028558 | 46,366016523 | 22,02088323 | 212,746821 |
| 81  | 10,78355441 | 1,21664615597 | 4,8079302285 | 45,297072037 | 21,34818686 | 210,130353 |
| 82  | 10,21731156 | 1,21706579386 | 4,5940575398 | 44,237133712 | 20,69916075 | 207,465689 |
| 83  | 9,681564299 | 1,21744172104 | 4,3887387173 | 43,187501693 | 20,07342317 | 204,759153 |
| 84  | 9,174606272 | 1,21777757312 | 4,1917239978 | 42,149362696 | 19,47054961 | 202,016786 |
| 85  | 8,694831500 | 1,21807668452 | 4,0027613665 | 41,123794875 | 18,89007926 | 199,244342 |
| 86  | 8,240728150 | 1,21834211235 | 3,8215978376 | 40,111772742 | 18,33152077 | 196,447294 |
| 87  | 7,810872720 | 1,21857665860 | 3,6479805884 | 39,114172095 | 17,79435765 | 193,630838 |
| 88  | 7,403924595 | 1,21878289071 | 3,4816579577 | 38,131774939 | 17,27805307 | 190,799891 |
| 89  | 7,018620956 | 1,21896316061 | 3,3223803212 | 37,165274362 | 16,78205433 | 187,959106 |
| 90  | 6,653772003 | 1,21911962239 | 3,1699008520 | 36,215279340 | 16,30579678 | 185,112866 |
| 91  | 6,308256495 | 1,21925424859 | 3,0239761791 | 35,282319468 | 15,84870747 | 182,265301 |
| 92  | 5,981017568 | 1,21936884520 | 2,8843669501 | 34,366849580 | 15,41020831 | 179,420287 |
| 93  | 5,671058826 | 1,21946506560 | 2,7508383094 | 33,469254260 | 14,98971897 | 176,581459 |
| 94  | 5,377440676 | 1,21954442327 | 2,6231602986 | 32,589852222 | 14,58665940 | 173,752215 |
| 95  | 5,099276904 | 1,21960830359 | 2,5011081868 | 31,728900556 | 14,20045209 | 170,935724 |
| 96  | 4,835731465 | 1,21965797462 | 2,3844627389 | 30,886598826 | 13,83052407 | 168,134935 |
| 97  | 4,586015480 | 1,21969459707 | 2,2730104262 | 30,063093027 | 13,47630860 | 165,352587 |
| 98  | 4,349384416 | 1,21971923340 | 2,1665435881 | 29,25847938  | 13,13724669 | 162,591214 |
| 99  | 4,125135461 | 1,21973285616 | 2,0648605483 | 28,472807976 | 12,81278838 | 159,853153 |
| 100 | 3,912605046 | 1,21973635572 | 1,9677656905 | 27,706086258 | 12,50239383 | 157,140557 |



| t  | S    | Is | Ia | R | BH | BL |
|----|------|----|----|---|----|----|
| 0  | 1000 | 0  | 0  | 0 | 19 | 1  |
| 1  | 948  | 0  | 2  | 0 | 14 | 7  |
| 2  | 908  | 0  | 3  | 1 | 11 | 9  |
| 3  | 873  | 0  | 4  | 2 | 8  | 10 |
| 4  | 828  | 0  | 4  | 3 | 11 | 11 |
| 5  | 785  | 0  | 3  | 3 | 11 | 11 |
| 6  | 754  | 0  | 4  | 2 | 7  | 13 |
| 7  | 714  | 0  | 4  | 4 | 7  | 15 |
| 8  | 670  | 0  | 5  | 4 | 8  | 13 |
| 9  | 629  | 0  | 4  | 4 | 6  | 13 |
| 10 | 594  | 0  | 4  | 5 | 6  | 14 |
| 11 | 561  | 0  | 3  | 5 | 7  | 15 |
| 12 | 536  | 0  | 3  | 4 | 9  | 16 |
| 13 | 512  | 0  | 3  | 5 | 7  | 18 |
| 14 | 490  | 0  | 3  | 5 | 6  | 19 |
| 15 | 461  | 0  | 2  | 5 | 6  | 20 |
| 16 | 430  | 0  | 1  | 5 | 7  | 20 |
| 17 | 400  | 0  | 1  | 4 | 5  | 22 |
| 18 | 385  | 0  | 1  | 4 | 6  | 19 |
| 19 | 359  | 0  | 1  | 3 | 6  | 19 |

|    |     |   |   |   |   |    |
|----|-----|---|---|---|---|----|
| 20 | 339 | 0 | 1 | 3 | 6 | 20 |
| 21 | 318 | 0 | 1 | 4 | 6 | 21 |
| 22 | 304 | 0 | 2 | 4 | 6 | 22 |
| 23 | 297 | 0 | 2 | 4 | 7 | 22 |
| 24 | 283 | 0 | 2 | 5 | 7 | 23 |
| 25 | 271 | 0 | 2 | 6 | 8 | 21 |
| 26 | 256 | 0 | 2 | 7 | 7 | 24 |
| 27 | 244 | 0 | 2 | 6 | 6 | 25 |
| 28 | 224 | 0 | 2 | 6 | 6 | 25 |
| 29 | 212 | 0 | 2 | 7 | 5 | 25 |
| 30 | 207 | 0 | 2 | 7 | 3 | 23 |
| 31 | 197 | 0 | 2 | 7 | 5 | 24 |
| 32 | 189 | 0 | 2 | 7 | 6 | 23 |
| 33 | 182 | 0 | 2 | 6 | 7 | 25 |
| 34 | 176 | 0 | 2 | 6 | 6 | 23 |
| 35 | 165 | 0 | 2 | 6 | 3 | 24 |
| 36 | 151 | 0 | 2 | 6 | 5 | 22 |
| 37 | 142 | 0 | 2 | 7 | 5 | 21 |
| 38 | 136 | 0 | 2 | 7 | 5 | 23 |
| 39 | 129 | 0 | 2 | 7 | 6 | 22 |
| 40 | 124 | 0 | 1 | 8 | 6 | 24 |
| 41 | 119 | 0 | 1 | 9 | 4 | 23 |
| 42 | 118 | 0 | 0 | 9 | 5 | 22 |
| 43 | 110 | 0 | 0 | 8 | 4 | 23 |
| 44 | 104 | 0 | 0 | 7 | 2 | 24 |
| 45 | 98  | 0 | 0 | 7 | 1 | 22 |
| 46 | 96  | 0 | 0 | 7 | 1 | 22 |
| 47 | 93  | 0 | 0 | 7 | 1 | 21 |
| 48 | 88  | 0 | 0 | 7 | 1 | 21 |
| 49 | 83  | 0 | 0 | 7 | 1 | 20 |
| 50 | 80  | 0 | 0 | 7 | 1 | 20 |
| 51 | 75  | 0 | 0 | 7 | 1 | 21 |
| 52 | 70  | 0 | 0 | 7 | 1 | 21 |
| 53 | 68  | 0 | 0 | 7 | 0 | 20 |
| 54 | 60  | 0 | 0 | 6 | 0 | 19 |
| 55 | 55  | 0 | 0 | 6 | 0 | 18 |
| 56 | 54  | 0 | 0 | 6 | 0 | 18 |
| 57 | 51  | 0 | 0 | 6 | 0 | 17 |
| 58 | 48  | 0 | 0 | 6 | 0 | 17 |
| 59 | 44  | 0 | 0 | 6 | 0 | 17 |
| 60 | 43  | 0 | 0 | 6 | 0 | 17 |
| 61 | 40  | 0 | 0 | 6 | 0 | 16 |

|     |    |   |   |   |   |    |
|-----|----|---|---|---|---|----|
| 62  | 36 | 0 | 0 | 6 | 0 | 14 |
| 63  | 35 | 0 | 0 | 6 | 0 | 13 |
| 64  | 35 | 0 | 0 | 4 | 0 | 12 |
| 65  | 33 | 0 | 0 | 3 | 0 | 12 |
| 66  | 32 | 0 | 0 | 3 | 0 | 12 |
| 67  | 30 | 0 | 0 | 3 | 0 | 11 |
| 68  | 28 | 0 | 0 | 3 | 0 | 10 |
| 69  | 26 | 0 | 0 | 3 | 0 | 10 |
| 70  | 25 | 0 | 0 | 2 | 0 | 9  |
| 71  | 24 | 0 | 0 | 2 | 0 | 9  |
| 72  | 23 | 0 | 0 | 2 | 0 | 9  |
| 73  | 22 | 0 | 0 | 2 | 0 | 9  |
| 74  | 21 | 0 | 0 | 2 | 0 | 9  |
| 75  | 19 | 0 | 0 | 2 | 0 | 9  |
| 76  | 18 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8  |
| 77  | 18 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8  |
| 78  | 18 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8  |
| 79  | 18 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8  |
| 80  | 16 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8  |
| 81  | 14 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8  |
| 82  | 13 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8  |
| 83  | 12 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8  |
| 84  | 12 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8  |
| 85  | 12 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8  |
| 86  | 12 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8  |
| 87  | 11 | 0 | 0 | 1 | 0 | 7  |
| 88  | 8  | 0 | 0 | 1 | 0 | 7  |
| 89  | 8  | 0 | 0 | 1 | 0 | 7  |
| 90  | 8  | 0 | 0 | 1 | 0 | 7  |
| 91  | 8  | 0 | 0 | 1 | 0 | 6  |
| 92  | 7  | 0 | 0 | 1 | 0 | 6  |
| 93  | 7  | 0 | 0 | 1 | 0 | 6  |
| 94  | 7  | 0 | 0 | 1 | 0 | 6  |
| 95  | 7  | 0 | 0 | 1 | 0 | 6  |
| 96  | 6  | 0 | 0 | 1 | 0 | 6  |
| 97  | 6  | 0 | 0 | 1 | 0 | 6  |
| 98  | 6  | 0 | 0 | 1 | 0 | 6  |
| 99  | 6  | 0 | 0 | 1 | 0 | 6  |
| 100 | 5  | 0 | 0 | 1 | 0 | 5  |

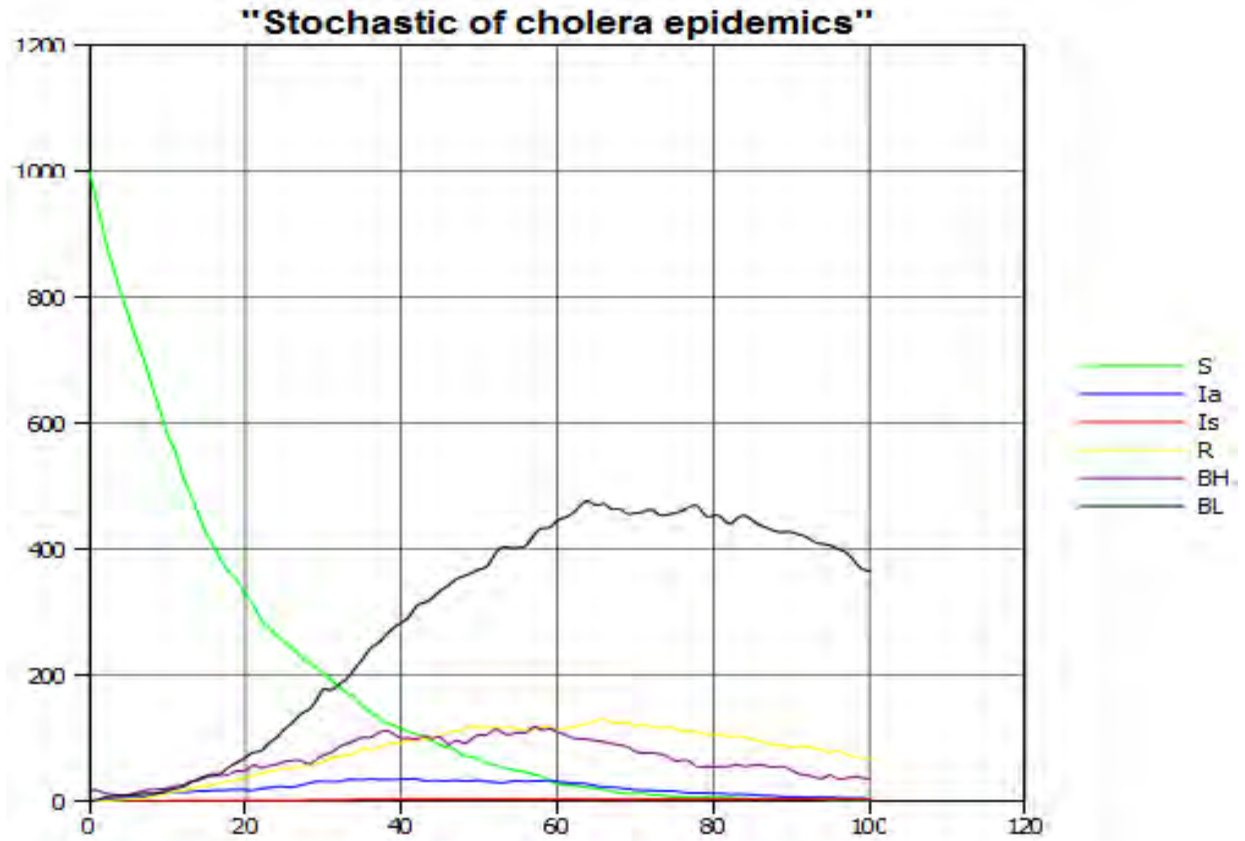


| t  | S    | Is | Ia | R  | BH | BL |
|----|------|----|----|----|----|----|
| 0  | 1000 | 0  | 0  | 0  | 19 | 1  |
| 1  | 944  | 0  | 4  | 0  | 18 | 3  |
| 2  | 900  | 0  | 5  | 1  | 22 | 9  |
| 3  | 850  | 0  | 7  | 3  | 22 | 17 |
| 4  | 803  | 0  | 6  | 5  | 24 | 19 |
| 5  | 762  | 0  | 7  | 5  | 19 | 23 |
| 6  | 732  | 0  | 9  | 9  | 22 | 25 |
| 7  | 685  | 0  | 10 | 10 | 21 | 27 |
| 8  | 653  | 0  | 11 | 9  | 20 | 28 |
| 9  | 618  | 0  | 11 | 8  | 22 | 31 |
| 10 | 590  | 0  | 12 | 9  | 22 | 35 |
| 11 | 563  | 0  | 11 | 12 | 24 | 37 |
| 12 | 528  | 0  | 12 | 16 | 27 | 41 |
| 13 | 502  | 0  | 12 | 18 | 32 | 42 |
| 14 | 480  | 0  | 14 | 18 | 35 | 48 |
| 15 | 455  | 0  | 16 | 21 | 33 | 53 |
| 16 | 428  | 0  | 16 | 22 | 34 | 61 |
| 17 | 399  | 0  | 16 | 22 | 35 | 64 |
| 18 | 382  | 0  | 19 | 23 | 37 | 67 |
| 19 | 367  | 0  | 20 | 24 | 46 | 71 |



|    |     |   |    |    |    |     |
|----|-----|---|----|----|----|-----|
| 20 | 348 | 0 | 23 | 27 | 53 | 77  |
| 21 | 322 | 0 | 24 | 30 | 60 | 87  |
| 22 | 303 | 0 | 26 | 32 | 67 | 93  |
| 23 | 288 | 0 | 28 | 34 | 64 | 105 |
| 24 | 273 | 0 | 26 | 40 | 72 | 111 |
| 25 | 260 | 0 | 25 | 43 | 73 | 128 |
| 26 | 253 | 0 | 24 | 47 | 71 | 139 |
| 27 | 237 | 1 | 22 | 48 | 75 | 149 |
| 28 | 216 | 1 | 24 | 55 | 75 | 165 |
| 29 | 207 | 1 | 24 | 57 | 75 | 172 |
| 30 | 196 | 1 | 26 | 56 | 68 | 180 |
| 31 | 189 | 1 | 24 | 58 | 66 | 191 |
| 32 | 175 | 1 | 24 | 63 | 66 | 200 |
| 33 | 166 | 1 | 24 | 61 | 64 | 204 |
| 34 | 154 | 1 | 22 | 62 | 68 | 208 |
| 35 | 144 | 1 | 19 | 69 | 66 | 213 |
| 36 | 135 | 1 | 19 | 74 | 63 | 218 |
| 37 | 125 | 1 | 19 | 73 | 64 | 226 |
| 38 | 118 | 1 | 19 | 75 | 62 | 237 |
| 39 | 114 | 1 | 19 | 79 | 57 | 247 |
| 40 | 109 | 1 | 20 | 82 | 58 | 250 |
| 41 | 106 | 1 | 21 | 81 | 63 | 256 |
| 42 | 102 | 1 | 20 | 79 | 59 | 254 |
| 43 | 99  | 1 | 19 | 79 | 57 | 255 |
| 44 | 90  | 1 | 20 | 81 | 57 | 250 |
| 45 | 83  | 1 | 20 | 80 | 54 | 248 |
| 46 | 77  | 1 | 20 | 82 | 53 | 243 |
| 47 | 72  | 1 | 20 | 82 | 51 | 249 |
| 48 | 68  | 1 | 20 | 81 | 50 | 254 |
| 49 | 63  | 1 | 19 | 82 | 54 | 257 |
| 50 | 59  | 1 | 18 | 82 | 58 | 262 |
| 51 | 55  | 1 | 17 | 80 | 56 | 262 |
| 52 | 51  | 1 | 16 | 81 | 47 | 265 |
| 53 | 47  | 1 | 15 | 78 | 49 | 266 |
| 54 | 44  | 1 | 12 | 79 | 44 | 260 |
| 55 | 43  | 1 | 12 | 77 | 41 | 259 |
| 56 | 42  | 1 | 12 | 76 | 40 | 257 |
| 57 | 39  | 1 | 11 | 75 | 38 | 254 |
| 58 | 36  | 1 | 11 | 73 | 30 | 257 |
| 59 | 35  | 1 | 11 | 69 | 32 | 255 |
| 60 | 35  | 1 | 10 | 68 | 28 | 251 |
| 61 | 34  | 1 | 9  | 66 | 30 | 250 |

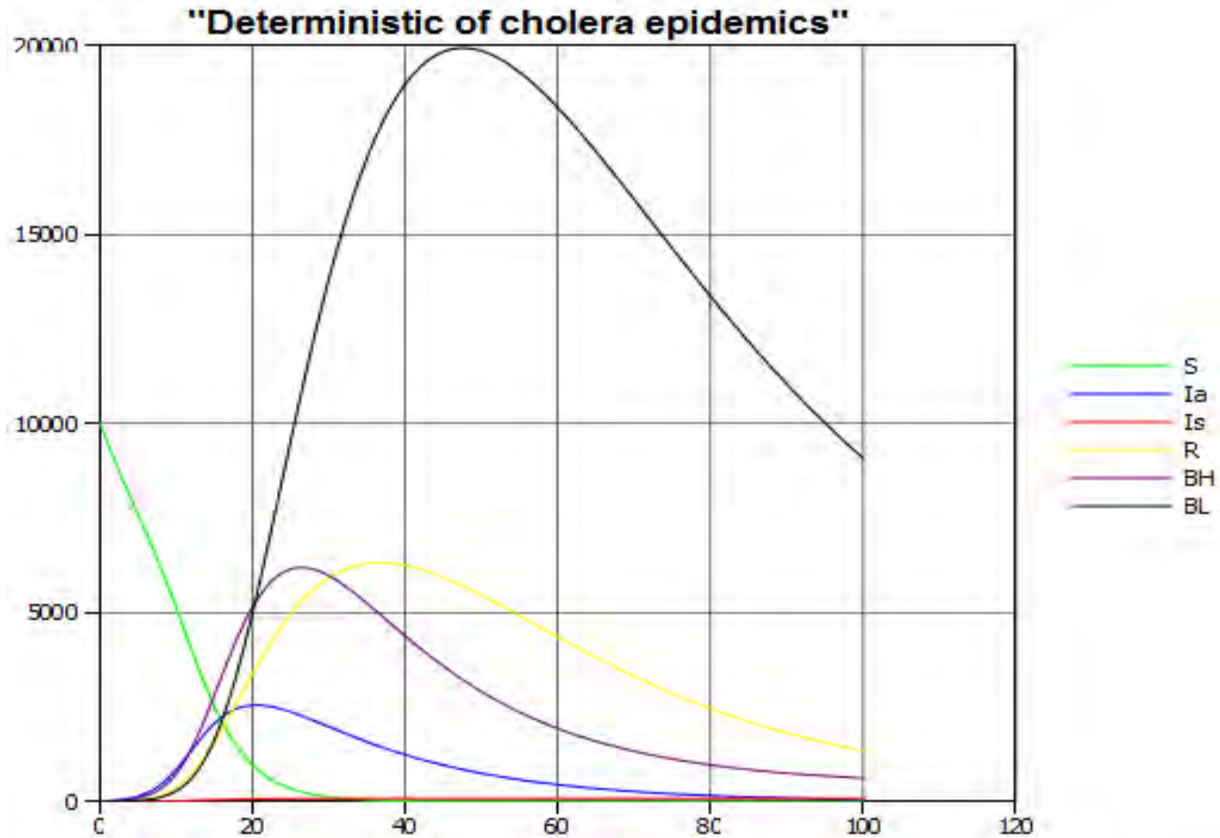
|     |    |   |   |    |    |     |
|-----|----|---|---|----|----|-----|
| 62  | 31 | 1 | 9 | 63 | 32 | 249 |
| 63  | 30 | 1 | 8 | 60 | 32 | 246 |
| 64  | 26 | 1 | 7 | 55 | 37 | 245 |
| 65  | 24 | 1 | 7 | 56 | 33 | 253 |
| 66  | 22 | 1 | 7 | 54 | 28 | 253 |
| 67  | 22 | 1 | 6 | 52 | 27 | 245 |
| 68  | 19 | 1 | 6 | 54 | 27 | 240 |
| 69  | 19 | 1 | 5 | 55 | 24 | 240 |
| 70  | 18 | 1 | 5 | 53 | 21 | 237 |
| 71  | 17 | 1 | 5 | 52 | 22 | 232 |
| 72  | 17 | 1 | 5 | 50 | 21 | 223 |
| 73  | 16 | 1 | 4 | 51 | 19 | 217 |
| 74  | 15 | 1 | 4 | 48 | 20 | 211 |
| 75  | 15 | 1 | 4 | 44 | 21 | 206 |
| 76  | 14 | 1 | 4 | 44 | 21 | 210 |
| 77  | 13 | 1 | 2 | 42 | 21 | 207 |
| 78  | 13 | 1 | 2 | 40 | 17 | 206 |
| 79  | 13 | 1 | 2 | 38 | 13 | 207 |
| 80  | 13 | 1 | 2 | 35 | 14 | 200 |
| 81  | 10 | 1 | 2 | 35 | 13 | 199 |
| 82  | 9  | 1 | 1 | 34 | 10 | 194 |
| 83  | 9  | 1 | 1 | 35 | 8  | 189 |
| 84  | 9  | 1 | 1 | 34 | 9  | 183 |
| 85  | 8  | 1 | 1 | 32 | 8  | 181 |
| 86  | 8  | 1 | 0 | 31 | 8  | 178 |
| 87  | 8  | 1 | 0 | 30 | 7  | 172 |
| 88  | 8  | 1 | 0 | 28 | 8  | 169 |
| 89  | 6  | 1 | 0 | 28 | 7  | 165 |
| 90  | 6  | 1 | 0 | 26 | 5  | 163 |
| 91  | 6  | 1 | 0 | 26 | 5  | 158 |
| 92  | 6  | 1 | 0 | 23 | 5  | 151 |
| 93  | 6  | 1 | 0 | 21 | 6  | 145 |
| 94  | 6  | 1 | 0 | 20 | 6  | 143 |
| 95  | 6  | 1 | 0 | 19 | 6  | 138 |
| 96  | 6  | 1 | 0 | 17 | 5  | 133 |
| 97  | 5  | 1 | 0 | 17 | 4  | 128 |
| 98  | 5  | 1 | 0 | 17 | 5  | 124 |
| 99  | 5  | 1 | 0 | 16 | 5  | 120 |
| 100 | 4  | 1 | 0 | 13 | 5  | 118 |



| t  | S    | Is | Ia | R  | BH | BL |
|----|------|----|----|----|----|----|
| 0  | 1000 | 0  | 0  | 0  | 19 | 1  |
| 1  | 948  | 0  | 2  | 0  | 18 | 3  |
| 2  | 894  | 0  | 3  | 1  | 13 | 7  |
| 3  | 850  | 0  | 5  | 2  | 12 | 9  |
| 4  | 809  | 0  | 6  | 3  | 10 | 10 |
| 5  | 773  | 0  | 7  | 4  | 11 | 11 |
| 6  | 734  | 0  | 8  | 6  | 14 | 11 |
| 7  | 702  | 0  | 8  | 5  | 18 | 13 |
| 8  | 661  | 0  | 11 | 9  | 19 | 13 |
| 9  | 624  | 0  | 13 | 9  | 20 | 14 |
| 10 | 583  | 2  | 14 | 13 | 21 | 18 |
| 11 | 557  | 2  | 15 | 16 | 25 | 21 |
| 12 | 516  | 2  | 15 | 17 | 26 | 24 |
| 13 | 487  | 2  | 16 | 20 | 32 | 31 |
| 14 | 456  | 2  | 17 | 24 | 34 | 36 |
| 15 | 425  | 2  | 17 | 25 | 40 | 41 |
| 16 | 404  | 2  | 18 | 27 | 44 | 41 |
| 17 | 380  | 2  | 18 | 31 | 41 | 46 |
| 18 | 364  | 2  | 19 | 33 | 44 | 56 |

|    |     |   |    |     |     |     |
|----|-----|---|----|-----|-----|-----|
| 19 | 350 | 2 | 19 | 35  | 49  | 63  |
| 20 | 329 | 2 | 19 | 38  | 49  | 70  |
| 21 | 314 | 2 | 18 | 41  | 58  | 78  |
| 22 | 289 | 2 | 21 | 45  | 54  | 81  |
| 23 | 277 | 2 | 22 | 48  | 57  | 93  |
| 24 | 264 | 2 | 24 | 50  | 59  | 102 |
| 25 | 254 | 2 | 24 | 53  | 64  | 115 |
| 26 | 245 | 2 | 23 | 53  | 65  | 125 |
| 27 | 231 | 2 | 26 | 56  | 66  | 138 |
| 28 | 220 | 3 | 29 | 59  | 60  | 145 |
| 29 | 214 | 3 | 32 | 61  | 66  | 159 |
| 30 | 204 | 3 | 32 | 63  | 74  | 178 |
| 31 | 193 | 3 | 32 | 70  | 78  | 177 |
| 32 | 182 | 3 | 32 | 71  | 87  | 186 |
| 33 | 173 | 3 | 35 | 74  | 92  | 195 |
| 34 | 167 | 3 | 35 | 76  | 97  | 211 |
| 35 | 152 | 4 | 35 | 85  | 102 | 226 |
| 36 | 143 | 4 | 36 | 82  | 102 | 243 |
| 37 | 136 | 4 | 35 | 85  | 109 | 252 |
| 38 | 126 | 4 | 35 | 91  | 113 | 264 |
| 39 | 121 | 4 | 35 | 93  | 108 | 276 |
| 40 | 116 | 4 | 36 | 93  | 101 | 284 |
| 41 | 111 | 4 | 36 | 98  | 101 | 294 |
| 42 | 107 | 4 | 36 | 98  | 99  | 311 |
| 43 | 102 | 4 | 33 | 101 | 105 | 316 |
| 44 | 96  | 4 | 34 | 101 | 100 | 324 |
| 45 | 90  | 4 | 33 | 104 | 103 | 335 |
| 46 | 86  | 4 | 33 | 111 | 91  | 343 |
| 47 | 83  | 4 | 34 | 112 | 97  | 353 |
| 48 | 73  | 4 | 33 | 115 | 93  | 358 |
| 49 | 72  | 4 | 33 | 120 | 99  | 363 |
| 50 | 67  | 4 | 34 | 118 | 106 | 369 |
| 51 | 62  | 4 | 32 | 118 | 106 | 374 |
| 52 | 58  | 4 | 31 | 118 | 115 | 393 |
| 53 | 55  | 4 | 30 | 117 | 109 | 404 |
| 54 | 51  | 4 | 32 | 119 | 107 | 403 |
| 55 | 49  | 4 | 33 | 115 | 110 | 403 |
| 56 | 47  | 4 | 32 | 114 | 110 | 407 |
| 57 | 43  | 4 | 33 | 115 | 119 | 423 |
| 58 | 41  | 4 | 33 | 118 | 114 | 434 |
| 59 | 34  | 4 | 34 | 118 | 116 | 435 |
| 60 | 29  | 4 | 32 | 114 | 111 | 446 |

|     |    |   |    |     |     |     |
|-----|----|---|----|-----|-----|-----|
| 61  | 27 | 4 | 31 | 117 | 107 | 451 |
| 62  | 26 | 4 | 29 | 118 | 101 | 458 |
| 63  | 24 | 4 | 29 | 122 | 100 | 471 |
| 64  | 22 | 4 | 28 | 124 | 99  | 477 |
| 65  | 21 | 4 | 25 | 129 | 97  | 470 |
| 66  | 19 | 4 | 23 | 131 | 95  | 473 |
| 67  | 16 | 4 | 23 | 126 | 92  | 464 |
| 68  | 14 | 4 | 22 | 125 | 90  | 465 |
| 69  | 13 | 4 | 20 | 125 | 87  | 457 |
| 70  | 13 | 4 | 19 | 120 | 80  | 458 |
| 71  | 13 | 4 | 18 | 123 | 77  | 460 |
| 72  | 11 | 4 | 18 | 119 | 78  | 464 |
| 73  | 11 | 4 | 17 | 117 | 76  | 456 |
| 74  | 9  | 4 | 17 | 118 | 73  | 455 |
| 75  | 8  | 4 | 17 | 117 | 65  | 458 |
| 76  | 8  | 4 | 15 | 111 | 66  | 462 |
| 77  | 7  | 4 | 14 | 112 | 64  | 468 |
| 78  | 7  | 4 | 14 | 111 | 55  | 469 |
| 79  | 7  | 4 | 14 | 107 | 56  | 454 |
| 80  | 7  | 4 | 13 | 107 | 55  | 454 |
| 81  | 7  | 4 | 13 | 106 | 56  | 452 |
| 82  | 7  | 4 | 12 | 103 | 56  | 441 |
| 83  | 6  | 4 | 12 | 104 | 59  | 449 |
| 84  | 5  | 4 | 12 | 103 | 56  | 454 |
| 85  | 5  | 4 | 11 | 99  | 58  | 447 |
| 86  | 5  | 4 | 10 | 96  | 59  | 439 |
| 87  | 5  | 4 | 10 | 93  | 56  | 434 |
| 88  | 5  | 4 | 9  | 89  | 55  | 429 |
| 89  | 5  | 4 | 8  | 90  | 56  | 428 |
| 90  | 5  | 4 | 8  | 86  | 50  | 428 |
| 91  | 5  | 4 | 8  | 88  | 44  | 424 |
| 92  | 5  | 4 | 7  | 88  | 42  | 420 |
| 93  | 4  | 4 | 7  | 85  | 39  | 412 |
| 94  | 4  | 4 | 7  | 82  | 37  | 409 |
| 95  | 3  | 4 | 7  | 78  | 42  | 407 |
| 96  | 3  | 4 | 6  | 81  | 36  | 401 |
| 97  | 3  | 4 | 6  | 76  | 37  | 396 |
| 98  | 3  | 4 | 6  | 71  | 40  | 383 |
| 99  | 3  | 4 | 6  | 69  | 38  | 370 |
| 100 | 3  | 4 | 4  | 69  | 36  | 366 |

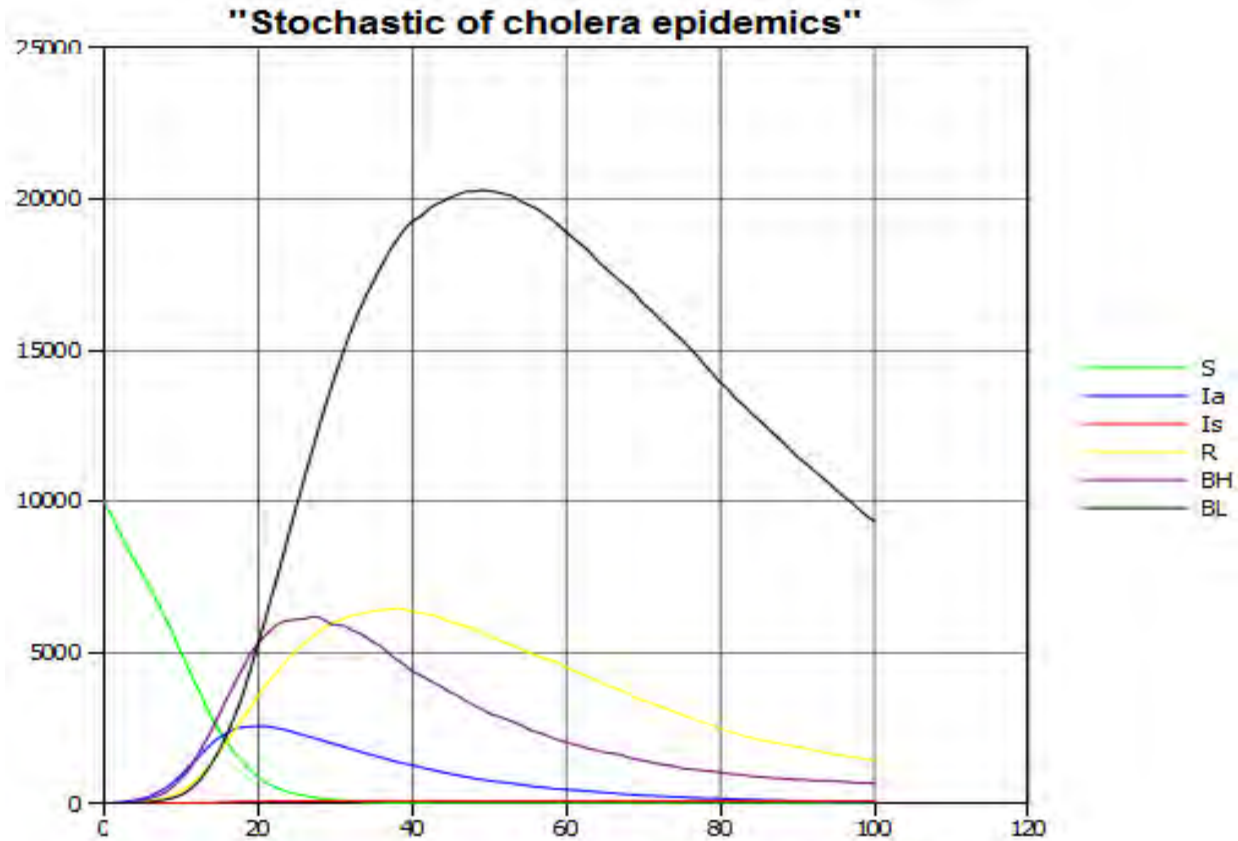


| t  | S           | Is            | Ia           | R            | BH          | BL         |
|----|-------------|---------------|--------------|--------------|-------------|------------|
| 0  | 10000       | 0             | 0            | 0            | 19          | 1          |
| 1  | 9477,938886 | 0,44122226617 | 21,619891042 | 0            | 15,2        | 4,767      |
| 2  | 8987,264074 | 0,77673550601 | 36,981207231 | 4,4122226617 | 23,41116778 | 7,649689   |
| 3  | 8513,535371 | 1,26396782054 | 59,010336286 | 11,743200076 | 37,99627335 | 12,0794828 |
| 4  | 8050,770918 | 2,00559511491 | 92,405750338 | 23,210900893 | 61,16615464 | 19,2801145 |
| 5  | 7592,652367 | 3,11699464509 | 142,25386721 | 40,932624939 | 97,14139400 | 30,8771017 |
| 6  | 7131,735294 | 4,74237204966 | 214,79993995 | 67,960166064 | 151,9570434 | 49,2864361 |
| 7  | 6659,855635 | 7,04775568468 | 317,04697869 | 108,47062016 | 233,7079767 | 78,0513924 |
| 8  | 6169,416046 | 10,1959870553 | 455,49250092 | 167,86603602 | 352,5376264 | 122,217291 |
| 9  | 5655,604267 | 14,3017870006 | 633,95203353 | 252,61043182 | 519,9723386 | 188,691646 |
| 10 | 5119,023488 | 19,3763681259 | 850,97898575 | 369,63067434 | 747,2556747 | 286,459289 |
| 11 | 4567,395540 | 25,2879659646 | 1098,1932747 | 525,22021139 | 1042,670400 | 426,457268 |
| 12 | 4014,873848 | 31,7684754595 | 1360,9524873 | 723,65544897 | 1408,520923 | 620,918258 |
| 13 | 3478,778177 | 38,4723381864 | 1621,5498020 | 966,01686908 | 1839,061458 | 882,132140 |
| 14 | 2975,340037 | 45,0584755752 | 1863,3815584 | 1249,7204536 | 2320,496405 | 1220,83407 |
| 15 | 2516,528355 | 51,2548633245 | 2074,0562668 | 1568,9224378 | 2833,146379 | 1644,64582 |
| 16 | 2108,912405 | 56,8855284815 | 2246,5071949 | 1915,5385419 | 3354,800100 | 2157,00179 |
| 17 | 1754,189420 | 61,8653872370 | 2378,4736533 | 2280,4401595 | 3863,979206 | 2756,78075 |
| 18 | 1450,489492 | 66,1790098321 | 2471,2206182 | 2654,4859596 | 4342,285578 | 3438,60282 |
| 19 | 1193,752929 | 69,8566337074 | 2528,1874343 | 3029,2415873 | 4775,617782 | 4193,58605 |

|    |             |               |              |              |             |            |
|----|-------------|---------------|--------------|--------------|-------------|------------|
| 20 | 978,8416463 | 72,9541207696 | 2553,8972262 | 3397,3883215 | 5154,444576 | 5010,32126 |
| 21 | 800,3092467 | 75,5386317017 | 2553,2008757 | 3752,8891748 | 5473,458395 | 5875,86958 |
| 22 | 652,8762523 | 77,6794284799 | 2530,8100134 | 4090,9926176 | 5730,905785 | 6776,65756 |
| 23 | 531,6896570 | 79,4425161921 | 2491,0414398 | 4408,1408751 | 5927,809063 | 7699,20902 |
| 24 | 432,4394884 | 80,8878856555 | 2437,7017398 | 4701,8306225 | 6067,210487 | 8630,69693 |
| 25 | 351,3873940 | 82,0683992655 | 2374,0581704 | 4970,4570165 | 6153,507145 | 9559,32603 |
| 26 | 285,3450302 | 83,0296523086 | 2302,8587961 | 5213,1594796 | 6191,903200 | 10474,5697 |
| 27 | 231,6266534 | 83,8103718491 | 2226,3779591 | 5429,6791953 | 6187,981610 | 11367,2895 |
| 28 | 187,9909333 | 84,4430785598 | 2146,4723608 | 5620,2329018 | 6147,384640 | 12229,7653 |
| 29 | 152,5807938 | 84,9548461086 | 2064,6391237 | 5785,4043445 | 6075,586971 | 13055,6599 |
| 30 | 123,8661297 | 85,3680631117 | 1982,0710794 | 5926,0529213 | 5977,743984 | 13839,9406 |
| 31 | 100,5918009 | 85,7011467511 | 1899,7069273 | 6043,2381037 | 5858,598790 | 14578,7713 |
| 32 | 81,73184051 | 85,9691840451 | 1818,2753439 | 6138,1578134 | 5722,433643 | 15269,3916 |
| 33 | 66,44997202 | 86,1844926559 | 1738,3329477 | 6212,0988283 | 5573,053770 | 15909,9884 |
| 34 | 54,06607767 | 86,3571021217 | 1660,2964681 | 6266,3973750 | 5413,793982 | 16499,5695 |
| 35 | 44,02803739 | 86,4951611393 | 1584,4696864 | 6302,4082203 | 5247,540522 | 17037,8425 |
| 36 | 35,88828168 | 86,6052787001 | 1511,0657888 | 6321,4807788 | 5076,762422 | 17525,1018 |
| 37 | 29,28439920 | 86,6928075401 | 1440,2257784 | 6324,9409533 | 4903,548111 | 17962,1260 |
| 38 | 23,92318326 | 86,7620781789 | 1372,0335455 | 6314,0776229 | 4729,644185 | 18350,0854 |
| 39 | 19,56756322 | 86,8165911886 | 1306,5281399 | 6290,1328665 | 4556,494199 | 18690,4614 |
| 40 | 16,02593627 | 86,8591745054 | 1243,7137167 | 6254,2951694 | 4385,276020 | 18984,9751 |
| 41 | 13,14348324 | 86,8921117121 | 1183,5675640 | 6207,6949892 | 4216,936849 | 19235,5261 |
| 42 | 10,79511592 | 86,9172463642 | 1126,0465551 | 6151,4021749 | 4052,225373 | 19444,1411 |
| 43 | 8,879759998 | 86,9360666421 | 1071,0923155 | 6086,4248264 | 3891,720822 | 19612,9295 |
| 44 | 7,315728019 | 86,9497739150 | 1018,6353428 | 6013,7092615 | 3735,858882 | 19744,0470 |
| 45 | 6,036979018 | 86,9593381897 | 968,59827903 | 5934,1408218 | 3584,954551 | 19839,6652 |
| 46 | 4,990097938 | 86,9655428984 | 920,89849657 | 5848,5453041 | 3439,222118 | 19901,9472 |
| 47 | 4,131858149 | 86,9690210420 | 875,45013193 | 5757,6908468 | 3298,792486 | 19933,0273 |
| 48 | 3,427255588 | 86,9702843329 | 832,16567479 | 5662,2901351 | 3163,728075 | 19934,9959 |
| 49 | 2,847923874 | 86,9697466832 | 790,95720061 | 5563,0028201 | 3034,035582 | 19909,8867 |
| 50 | 2,370856840 | 86,9677431253 | 751,73731800 | 5460,4380686 | 2909,676812 | 19859,6675 |
| 51 | 1,977378938 | 86,9645450522 | 714,41988846 | 5355,1571774 | 2790,577852 | 19786,2339 |
| 52 | 1,652315363 | 86,9603724903 | 678,92056477 | 5247,6762052 | 2676,636771 | 19691,4037 |
| 53 | 1,383323049 | 86,9554039840 | 645,15718555 | 5138,4685824 | 2567,730071 | 19576,9148 |
| 54 | 1,160351183 | 86,9497845578 | 613,05005587 | 5027,9676712 | 2463,718054 | 19444,4226 |
| 55 | 0,975206009 | 86,9436321317 | 582,52213814 | 4916,5692557 | 2364,449255 | 19295,5002 |
| 56 | 0,821199574 | 86,9370426911 | 553,49917244 | 4804,6339470 | 2269,764105 | 19131,6386 |
| 57 | 0,692866074 | 86,9300944573 | 525,90974187 | 4692,4894927 | 2179,497913 | 18954,2473 |
| 58 | 0,585732636 | 86,9228512505 | 499,68529511 | 4580,4329853 | 2093,483296 | 18764,6567 |
| 59 | 0,496133959 | 86,9153652063 | 474,76013616 | 4468,7329653 | 2011,552135 | 18564,1197 |
| 60 | 0,421062285 | 86,9076789693 | 451,07138903 | 4357,6314173 | 1933,537141 | 18353,8142 |
| 61 | 0,358045886 | 86,8998274671 | 428,55894360 | 4247,3456600 | 1859,273087 | 18134,8458 |

|     |             |               |              |              |             |            |
|-----|-------------|---------------|--------------|--------------|-------------|------------|
| 62  | 0,305050530 | 86,8918393456 | 407,16538762 | 4138,0701313 | 1788,597768 | 17908,2505 |
| 63  | 0,260399520 | 86,8837381313 | 386,83592875 | 4029,9780701 | 1721,352748 | 17674,9978 |
| 64  | 0,222708727 | 86,8755431739 | 367,51830971 | 3923,2230999 | 1657,383901 | 17435,9934 |
| 65  | 0,190833751 | 86,8672704103 | 349,16271897 | 3817,9407155 | 1596,541818 | 17192,0824 |
| 66  | 0,163826895 | 86,8589329867 | 331,72169889 | 3714,2496776 | 1538,682085 | 16944,0520 |
| 67  | 0,140902093 | 86,8505417625 | 315,15005273 | 3612,2533201 | 1483,665450 | 16692,6347 |
| 68  | 0,121406283 | 86,8421057224 | 299,40475179 | 3512,0407730 | 1431,357928 | 16438,5109 |
| 69  | 0,104796003 | 86,8336323112 | 284,44484336 | 3413,6881059 | 1381,630824 | 16182,3116 |
| 70  | 0,090618253 | 86,8251277069 | 270,23136039 | 3317,2593957 | 1334,360713 | 15924,6215 |
| 71  | 0,078494805 | 86,8165970449 | 256,72723305 | 3222,8077235 | 1289,429378 | 15665,9811 |
| 72  | 0,068109325 | 86,8080446000 | 243,89720292 | 3130,3761034 | 1246,723716 | 15406,8896 |
| 73  | 0,059196806 | 86,7994739366 | 231,70773969 | 3039,9983477 | 1206,135619 | 15147,8070 |
| 74  | 0,051534855 | 86,7908880314 | 220,12696077 | 2951,6998730 | 1167,561839 | 14889,1565 |
| 75  | 0,044936531 | 86,7822893742 | 209,12455388 | 2865,4984492 | 1130,903839 | 14631,3267 |
| 76  | 0,039244422 | 86,7736800509 | 198,67170257 | 2781,4048953 | 1096,067638 | 14374,6737 |
| 77  | 0,034325756 | 86,7650618118 | 188,74101475 | 2699,4237271 | 1062,963641 | 14119,5230 |
| 78  | 0,030068355 | 86,7564361279 | 179,30645431 | 2619,5537561 | 1031,506482 | 13866,1714 |
| 79  | 0,026377280 | 86,7478042374 | 170,34327549 | 2541,7886463 | 1001,614849 | 13614,8891 |
| 80  | 0,023172045 | 86,7391671844 | 161,82796036 | 2466,1174300 | 973,2113215 | 13365,9207 |
| 81  | 0,020384302 | 86,7305258505 | 153,73815890 | 2392,5249840 | 946,2222045 | 13119,4876 |
| 82  | 0,017955915 | 86,7218809814 | 146,05263195 | 2320,9924717 | 920,5773689 | 12875,7889 |
| 83  | 0,015837351 | 86,7132332086 | 138,75119670 | 2251,4977507 | 896,2100921 | 12635,0034 |
| 84  | 0,013986335 | 86,7045830683 | 131,81467483 | 2184,0157492 | 873,0569052 | 12397,2903 |
| 85  | 0,012366731 | 86,6959310157 | 125,22484297 | 2118,5188133 | 851,0574447 | 12162,7911 |
| 86  | 0,010947596 | 86,6872774386 | 118,96438560 | 2054,9770274 | 830,1543082 | 11931,6305 |
| 87  | 0,009702395 | 86,6786226673 | 113,01685019 | 1993,3585087 | 810,2929168 | 11703,9175 |
| 88  | 0,008608336 | 86,6699669838 | 107,36660444 | 1933,6296778 | 791,4213812 | 11479,7468 |
| 89  | 0,007645806 | 86,6613106294 | 101,99879569 | 1875,7555082 | 773,4903742 | 11259,1994 |
| 90  | 0,006797909 | 86,6526538104 | 96,899312203 | 1819,6997540 | 756,4530078 | 11042,3439 |
| 91  | 0,006050061 | 86,6439967041 | 92,054746387 | 1765,4251595 | 740,2647161 | 10829,2372 |
| 92  | 0,005389657 | 86,6353394624 | 87,452359810 | 1712,8936502 | 724,8831428 | 10619,9253 |
| 93  | 0,004805787 | 86,6266822162 | 83,080049919 | 1662,0665075 | 710,2680336 | 10414,4444 |
| 94  | 0,004288991 | 86,6180250781 | 78,926318399 | 1612,9045286 | 696,3811340 | 10212,8213 |
| 95  | 0,003831058 | 86,6093681453 | 74,980241093 | 1565,3681708 | 683,1860915 | 10015,0744 |
| 96  | 0,003424846 | 86,6007115017 | 71,231439404 | 1519,4176841 | 670,6483619 | 9821,21425 |
| 97  | 0,003064140 | 86,5920552198 | 67,670053108 | 1475,0132301 | 658,7351207 | 9631,24386 |
| 98  | 0,002743519 | 86,5833993625 | 64,286714518 | 1432,1149903 | 647,4151783 | 9445,15983 |
| 99  | 0,002458252 | 86,5747439844 | 61,072523922 | 1390,6832635 | 636,6588993 | 9262,95259 |
| 100 | 0,002204200 | 86,5660891328 | 58,019026242 | 1350,6785539 | 626,4381254 | 9084,60694 |

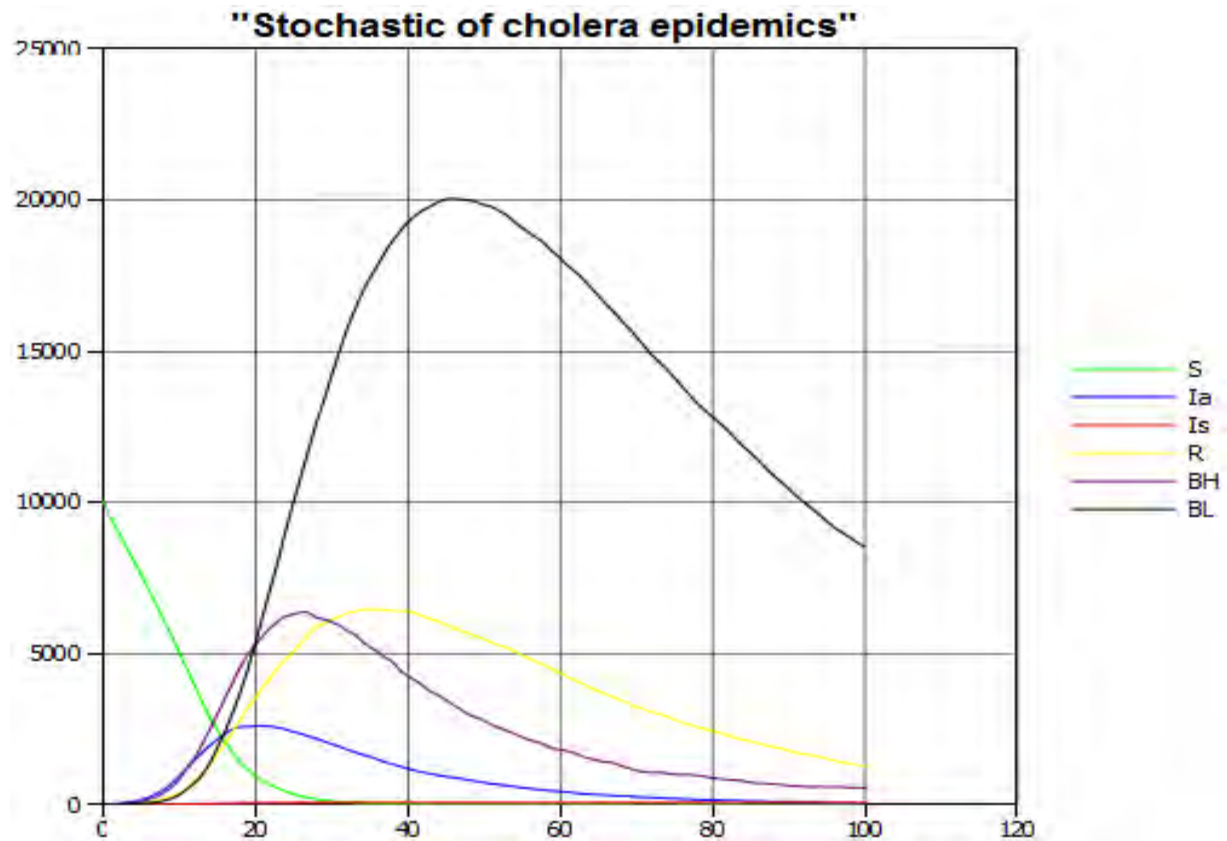




| t  | S     | Is | Ia   | R    | BH   | BL   |
|----|-------|----|------|------|------|------|
| 0  | 10000 | 0  | 0    | 0    | 19   | 1    |
| 1  | 9500  | 0  | 28   | 0    | 18   | 3    |
| 2  | 8975  | 0  | 48   | 7    | 23   | 7    |
| 3  | 8493  | 2  | 78   | 17   | 41   | 11   |
| 4  | 8041  | 2  | 120  | 32   | 71   | 20   |
| 5  | 7549  | 2  | 173  | 64   | 114  | 37   |
| 6  | 7107  | 5  | 255  | 93   | 180  | 58   |
| 7  | 6624  | 8  | 375  | 138  | 264  | 99   |
| 8  | 6131  | 12 | 523  | 206  | 394  | 134  |
| 9  | 5584  | 17 | 714  | 287  | 584  | 193  |
| 10 | 5002  | 22 | 945  | 425  | 840  | 292  |
| 11 | 4423  | 26 | 1216 | 583  | 1127 | 442  |
| 12 | 3903  | 32 | 1482 | 799  | 1534 | 662  |
| 13 | 3362  | 36 | 1735 | 1059 | 1992 | 974  |
| 14 | 2839  | 42 | 1994 | 1373 | 2450 | 1358 |
| 15 | 2393  | 54 | 2188 | 1729 | 2976 | 1790 |
| 16 | 2012  | 58 | 2348 | 2080 | 3518 | 2316 |
| 17 | 1660  | 67 | 2474 | 2440 | 3988 | 2917 |
| 18 | 1366  | 72 | 2528 | 2823 | 4495 | 3599 |

|    |      |    |      |      |      |       |
|----|------|----|------|------|------|-------|
| 19 | 1111 | 78 | 2554 | 3191 | 4953 | 4425  |
| 20 | 890  | 80 | 2565 | 3584 | 5308 | 5294  |
| 21 | 707  | 85 | 2562 | 3915 | 5590 | 6166  |
| 22 | 568  | 86 | 2518 | 4229 | 5829 | 7075  |
| 23 | 469  | 87 | 2473 | 4521 | 6001 | 7976  |
| 24 | 388  | 88 | 2413 | 4817 | 6055 | 8933  |
| 25 | 320  | 89 | 2339 | 5057 | 6094 | 9872  |
| 26 | 266  | 91 | 2263 | 5330 | 6112 | 10761 |
| 27 | 216  | 92 | 2197 | 5510 | 6177 | 11656 |
| 28 | 178  | 94 | 2116 | 5687 | 6148 | 12535 |
| 29 | 151  | 94 | 2039 | 5911 | 6006 | 13374 |
| 30 | 129  | 95 | 1974 | 6005 | 5894 | 14159 |
| 31 | 109  | 95 | 1894 | 6111 | 5896 | 14894 |
| 32 | 84   | 95 | 1812 | 6217 | 5758 | 15598 |
| 33 | 70   | 97 | 1733 | 6265 | 5657 | 16229 |
| 34 | 61   | 97 | 1669 | 6326 | 5500 | 16792 |
| 35 | 52   | 98 | 1600 | 6362 | 5340 | 17280 |
| 36 | 42   | 98 | 1527 | 6408 | 5190 | 17773 |
| 37 | 32   | 98 | 1454 | 6427 | 4960 | 18247 |
| 38 | 23   | 98 | 1386 | 6450 | 4767 | 18633 |
| 39 | 16   | 98 | 1329 | 6433 | 4587 | 18987 |
| 40 | 13   | 98 | 1281 | 6358 | 4380 | 19251 |
| 41 | 12   | 98 | 1211 | 6307 | 4258 | 19402 |
| 42 | 11   | 98 | 1151 | 6264 | 4116 | 19635 |
| 43 | 9    | 98 | 1102 | 6220 | 3974 | 19802 |
| 44 | 8    | 98 | 1041 | 6100 | 3846 | 19916 |
| 45 | 6    | 98 | 982  | 6008 | 3677 | 20054 |
| 46 | 5    | 98 | 936  | 5935 | 3560 | 20148 |
| 47 | 4    | 98 | 890  | 5874 | 3397 | 20242 |
| 48 | 4    | 98 | 843  | 5804 | 3263 | 20235 |
| 49 | 4    | 98 | 801  | 5672 | 3130 | 20285 |
| 50 | 4    | 98 | 763  | 5571 | 2987 | 20256 |
| 51 | 3    | 98 | 726  | 5443 | 2907 | 20221 |
| 52 | 2    | 98 | 705  | 5332 | 2815 | 20158 |
| 53 | 2    | 98 | 668  | 5247 | 2719 | 20096 |
| 54 | 1    | 98 | 633  | 5114 | 2608 | 19938 |
| 55 | 1    | 98 | 599  | 5002 | 2475 | 19808 |
| 56 | 1    | 98 | 562  | 4906 | 2380 | 19696 |
| 57 | 0    | 98 | 540  | 4822 | 2310 | 19534 |
| 58 | 0    | 98 | 513  | 4747 | 2197 | 19348 |
| 59 | 0    | 98 | 484  | 4651 | 2108 | 19134 |
| 60 | 0    | 98 | 468  | 4517 | 2029 | 18909 |

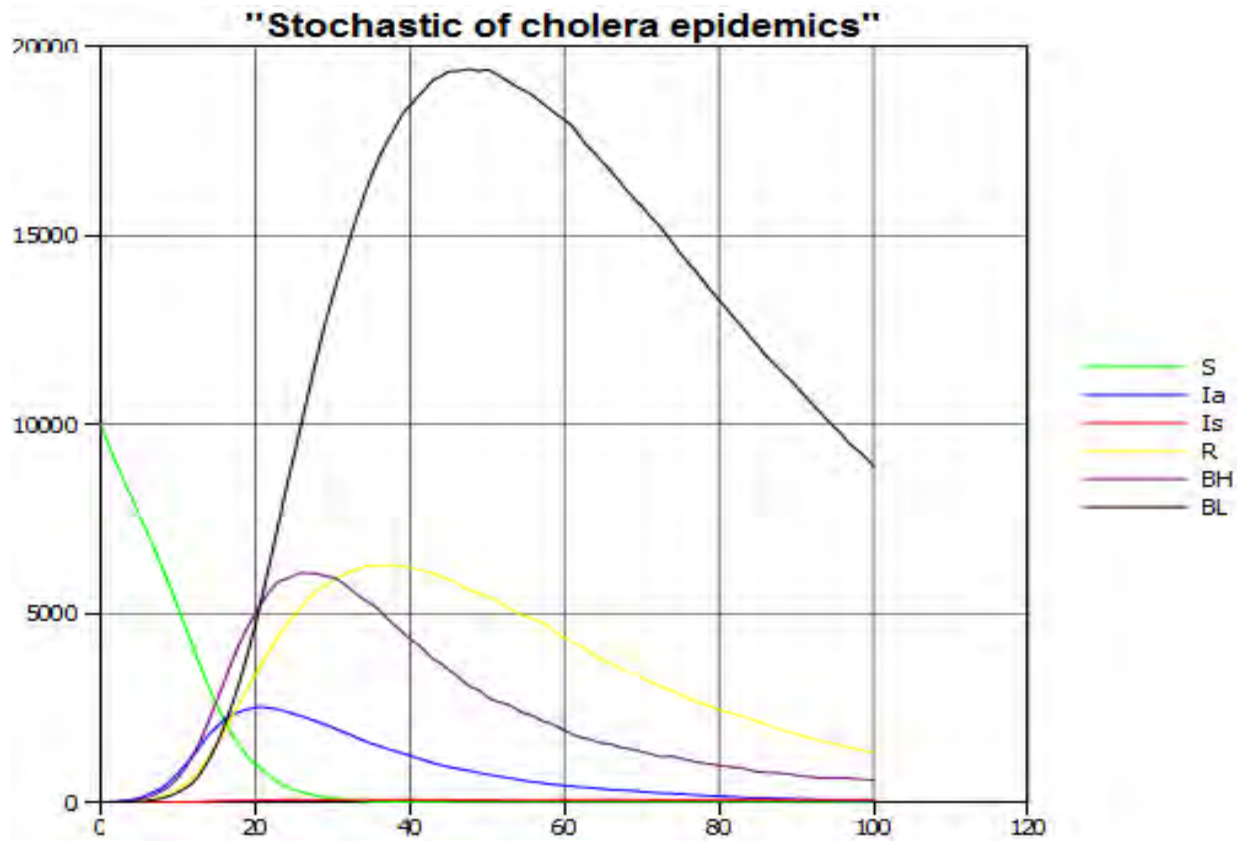
|     |   |    |     |      |      |       |
|-----|---|----|-----|------|------|-------|
| 61  | 0 | 98 | 452 | 4389 | 1966 | 18674 |
| 62  | 0 | 98 | 437 | 4293 | 1893 | 18485 |
| 63  | 0 | 98 | 414 | 4180 | 1813 | 18245 |
| 64  | 0 | 98 | 389 | 4049 | 1771 | 17961 |
| 65  | 0 | 98 | 373 | 3935 | 1698 | 17739 |
| 66  | 0 | 98 | 354 | 3845 | 1666 | 17500 |
| 67  | 0 | 98 | 326 | 3753 | 1626 | 17278 |
| 68  | 0 | 98 | 306 | 3634 | 1538 | 17074 |
| 69  | 0 | 98 | 290 | 3510 | 1477 | 16839 |
| 70  | 0 | 98 | 277 | 3417 | 1427 | 16530 |
| 71  | 0 | 98 | 266 | 3326 | 1377 | 16308 |
| 72  | 0 | 98 | 253 | 3227 | 1317 | 16066 |
| 73  | 0 | 98 | 242 | 3144 | 1279 | 15827 |
| 74  | 0 | 98 | 226 | 3046 | 1240 | 15565 |
| 75  | 0 | 98 | 218 | 2960 | 1169 | 15335 |
| 76  | 0 | 98 | 206 | 2849 | 1143 | 15076 |
| 77  | 0 | 98 | 193 | 2759 | 1122 | 14807 |
| 78  | 0 | 98 | 187 | 2671 | 1089 | 14509 |
| 79  | 0 | 98 | 177 | 2600 | 1067 | 14221 |
| 80  | 0 | 98 | 168 | 2485 | 1030 | 13930 |
| 81  | 0 | 98 | 160 | 2396 | 991  | 13695 |
| 82  | 0 | 98 | 154 | 2326 | 978  | 13399 |
| 83  | 0 | 98 | 141 | 2249 | 956  | 13179 |
| 84  | 0 | 98 | 131 | 2185 | 903  | 12916 |
| 85  | 0 | 98 | 126 | 2120 | 898  | 12697 |
| 86  | 0 | 98 | 121 | 2063 | 862  | 12464 |
| 87  | 0 | 98 | 115 | 2022 | 848  | 12219 |
| 88  | 0 | 98 | 111 | 1982 | 833  | 11974 |
| 89  | 0 | 98 | 102 | 1935 | 812  | 11733 |
| 90  | 0 | 98 | 95  | 1883 | 794  | 11477 |
| 91  | 0 | 98 | 88  | 1837 | 792  | 11280 |
| 92  | 0 | 98 | 85  | 1785 | 765  | 11058 |
| 93  | 0 | 98 | 80  | 1733 | 773  | 10850 |
| 94  | 0 | 98 | 75  | 1669 | 765  | 10624 |
| 95  | 0 | 98 | 73  | 1632 | 739  | 10382 |
| 96  | 0 | 98 | 71  | 1581 | 728  | 10172 |
| 97  | 0 | 98 | 67  | 1557 | 709  | 9968  |
| 98  | 0 | 98 | 63  | 1517 | 681  | 9742  |
| 99  | 0 | 98 | 59  | 1471 | 691  | 9518  |
| 100 | 0 | 98 | 55  | 1437 | 670  | 9347  |



| t  | S     | Is | Ia   | R    | BH   | BL   |
|----|-------|----|------|------|------|------|
| 0  | 10000 | 0  | 0    | 0    | 19   | 1    |
| 1  | 9496  | 1  | 21   | 0    | 15   | 7    |
| 2  | 9014  | 3  | 38   | 5    | 20   | 10   |
| 3  | 8566  | 3  | 65   | 8    | 38   | 14   |
| 4  | 8087  | 3  | 106  | 17   | 65   | 25   |
| 5  | 7591  | 4  | 172  | 35   | 107  | 38   |
| 6  | 7118  | 4  | 244  | 73   | 186  | 59   |
| 7  | 6610  | 6  | 366  | 125  | 261  | 89   |
| 8  | 6094  | 9  | 497  | 193  | 414  | 134  |
| 9  | 5589  | 13 | 707  | 276  | 583  | 210  |
| 10 | 5023  | 18 | 951  | 387  | 850  | 334  |
| 11 | 4509  | 23 | 1203 | 543  | 1210 | 505  |
| 12 | 3952  | 29 | 1480 | 754  | 1534 | 712  |
| 13 | 3393  | 33 | 1722 | 1020 | 2013 | 994  |
| 14 | 2890  | 36 | 1969 | 1328 | 2487 | 1378 |
| 15 | 2462  | 41 | 2156 | 1673 | 2988 | 1892 |
| 16 | 2078  | 45 | 2347 | 2020 | 3526 | 2423 |
| 17 | 1729  | 51 | 2498 | 2417 | 4036 | 3042 |
| 18 | 1410  | 56 | 2573 | 2816 | 4562 | 3713 |
| 19 | 1161  | 58 | 2577 | 3217 | 4967 | 4491 |

|    |     |    |      |      |      |       |
|----|-----|----|------|------|------|-------|
| 20 | 959 | 62 | 2603 | 3530 | 5308 | 5347  |
| 21 | 796 | 63 | 2611 | 3896 | 5592 | 6278  |
| 22 | 655 | 65 | 2585 | 4226 | 5858 | 7198  |
| 23 | 544 | 66 | 2552 | 4534 | 6082 | 8106  |
| 24 | 438 | 66 | 2488 | 4819 | 6236 | 9095  |
| 25 | 353 | 67 | 2403 | 5071 | 6302 | 10013 |
| 26 | 279 | 68 | 2347 | 5352 | 6367 | 10888 |
| 27 | 228 | 68 | 2261 | 5650 | 6339 | 11771 |
| 28 | 180 | 68 | 2191 | 5842 | 6192 | 12638 |
| 29 | 154 | 69 | 2095 | 6000 | 6136 | 13374 |
| 30 | 121 | 69 | 2006 | 6102 | 6039 | 14201 |
| 31 | 96  | 69 | 1923 | 6211 | 5939 | 14978 |
| 32 | 75  | 70 | 1827 | 6331 | 5759 | 15723 |
| 33 | 64  | 70 | 1742 | 6377 | 5625 | 16343 |
| 34 | 50  | 70 | 1664 | 6449 | 5399 | 16925 |
| 35 | 38  | 70 | 1585 | 6459 | 5211 | 17387 |
| 36 | 33  | 70 | 1501 | 6466 | 5069 | 17817 |
| 37 | 30  | 70 | 1408 | 6432 | 4874 | 18265 |
| 38 | 22  | 70 | 1336 | 6419 | 4716 | 18644 |
| 39 | 22  | 70 | 1270 | 6403 | 4444 | 18975 |
| 40 | 18  | 70 | 1198 | 6397 | 4265 | 19260 |
| 41 | 13  | 70 | 1128 | 6326 | 4106 | 19486 |
| 42 | 11  | 70 | 1066 | 6232 | 3941 | 19651 |
| 43 | 6   | 70 | 1020 | 6147 | 3740 | 19792 |
| 44 | 5   | 70 | 974  | 6065 | 3625 | 19922 |
| 45 | 4   | 70 | 929  | 5957 | 3470 | 20020 |
| 46 | 3   | 70 | 892  | 5861 | 3291 | 20039 |
| 47 | 3   | 70 | 859  | 5742 | 3143 | 20011 |
| 48 | 2   | 70 | 816  | 5671 | 2982 | 19985 |
| 49 | 2   | 70 | 778  | 5567 | 2886 | 19935 |
| 50 | 1   | 70 | 729  | 5469 | 2794 | 19829 |
| 51 | 1   | 70 | 691  | 5366 | 2637 | 19774 |
| 52 | 1   | 70 | 670  | 5268 | 2539 | 19630 |
| 53 | 1   | 70 | 632  | 5203 | 2436 | 19485 |
| 54 | 1   | 70 | 595  | 5068 | 2351 | 19252 |
| 55 | 1   | 70 | 566  | 4949 | 2229 | 19083 |
| 56 | 1   | 70 | 536  | 4822 | 2146 | 18902 |
| 57 | 1   | 70 | 506  | 4712 | 2071 | 18724 |
| 58 | 1   | 70 | 483  | 4611 | 1981 | 18532 |
| 59 | 1   | 70 | 457  | 4473 | 1860 | 18288 |
| 60 | 1   | 70 | 440  | 4350 | 1833 | 18076 |
| 61 | 1   | 70 | 417  | 4226 | 1771 | 17816 |

|     |   |    |     |      |      |       |
|-----|---|----|-----|------|------|-------|
| 62  | 1 | 70 | 387 | 4095 | 1698 | 17618 |
| 63  | 1 | 70 | 360 | 3997 | 1585 | 17378 |
| 64  | 1 | 70 | 348 | 3871 | 1526 | 17111 |
| 65  | 1 | 70 | 335 | 3767 | 1459 | 16831 |
| 66  | 1 | 70 | 318 | 3654 | 1408 | 16567 |
| 67  | 1 | 70 | 300 | 3556 | 1383 | 16295 |
| 68  | 1 | 70 | 288 | 3448 | 1281 | 16022 |
| 69  | 1 | 70 | 274 | 3336 | 1213 | 15753 |
| 70  | 1 | 70 | 257 | 3246 | 1131 | 15472 |
| 71  | 1 | 70 | 251 | 3165 | 1085 | 15170 |
| 72  | 1 | 70 | 237 | 3049 | 1056 | 14881 |
| 73  | 1 | 70 | 226 | 3014 | 1063 | 14633 |
| 74  | 1 | 70 | 213 | 2922 | 1043 | 14399 |
| 75  | 1 | 70 | 202 | 2829 | 1000 | 14115 |
| 76  | 1 | 70 | 194 | 2728 | 985  | 13822 |
| 77  | 1 | 70 | 183 | 2650 | 992  | 13547 |
| 78  | 0 | 70 | 169 | 2562 | 971  | 13274 |
| 79  | 0 | 70 | 162 | 2517 | 926  | 13054 |
| 80  | 0 | 70 | 156 | 2440 | 879  | 12833 |
| 81  | 0 | 70 | 147 | 2369 | 854  | 12602 |
| 82  | 0 | 70 | 143 | 2290 | 831  | 12369 |
| 83  | 0 | 70 | 139 | 2198 | 813  | 12108 |
| 84  | 0 | 70 | 127 | 2145 | 790  | 11858 |
| 85  | 0 | 70 | 123 | 2096 | 737  | 11625 |
| 86  | 0 | 70 | 117 | 2032 | 711  | 11382 |
| 87  | 0 | 70 | 109 | 1971 | 706  | 11138 |
| 88  | 0 | 70 | 100 | 1913 | 682  | 10898 |
| 89  | 0 | 70 | 100 | 1853 | 664  | 10658 |
| 90  | 0 | 70 | 89  | 1800 | 635  | 10438 |
| 91  | 0 | 70 | 85  | 1721 | 613  | 10202 |
| 92  | 0 | 70 | 79  | 1674 | 597  | 9994  |
| 93  | 0 | 70 | 76  | 1633 | 584  | 9793  |
| 94  | 0 | 70 | 74  | 1593 | 597  | 9604  |
| 95  | 0 | 70 | 70  | 1515 | 586  | 9367  |
| 96  | 0 | 70 | 65  | 1459 | 591  | 9164  |
| 97  | 0 | 70 | 63  | 1402 | 587  | 8999  |
| 98  | 0 | 70 | 61  | 1364 | 563  | 8850  |
| 99  | 0 | 70 | 58  | 1319 | 569  | 8670  |
| 100 | 0 | 70 | 57  | 1286 | 551  | 8519  |

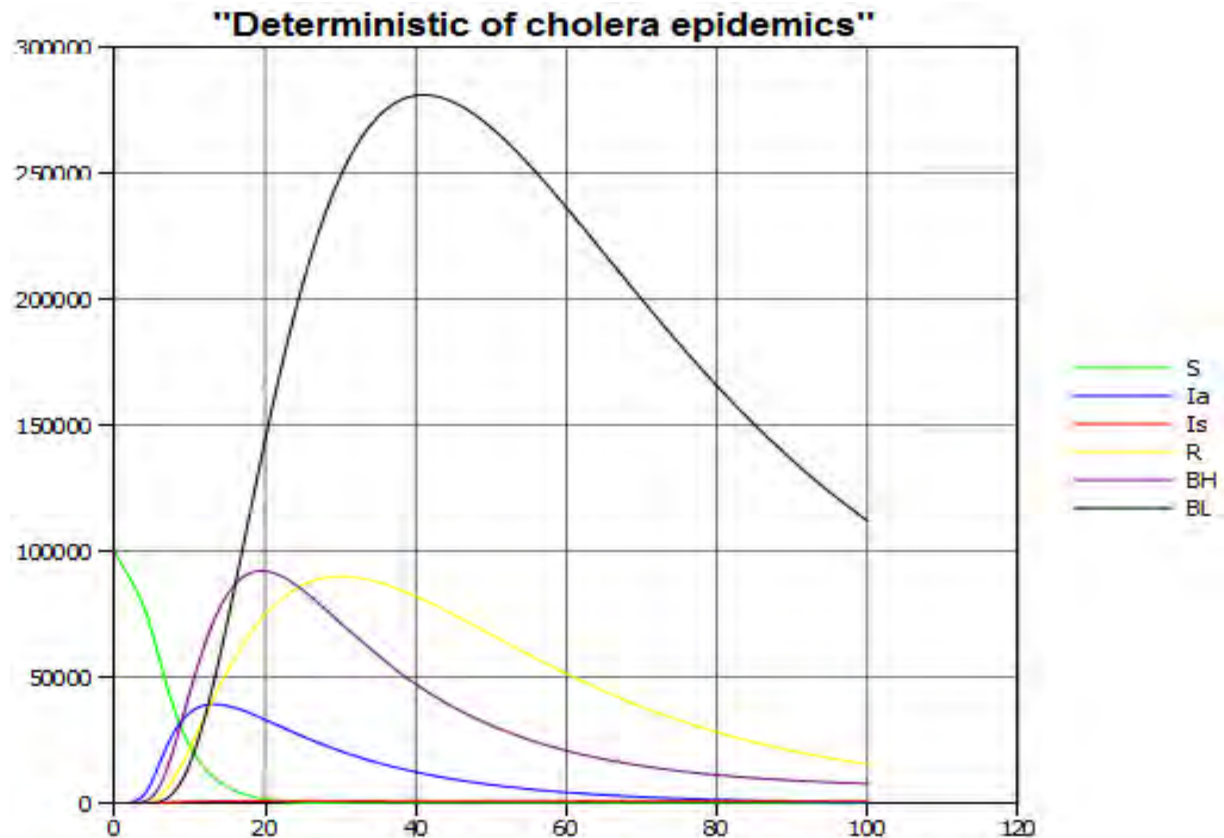


| t  | S     | Is | Ia   | R    | BH   | BL   |
|----|-------|----|------|------|------|------|
| 0  | 10000 | 0  | 0    | 0    | 19   | 1    |
| 1  | 9486  | 0  | 24   | 0    | 14   | 5    |
| 2  | 8992  | 0  | 35   | 10   | 20   | 10   |
| 3  | 8513  | 0  | 55   | 13   | 37   | 15   |
| 4  | 8087  | 1  | 84   | 18   | 56   | 23   |
| 5  | 7601  | 2  | 120  | 36   | 92   | 34   |
| 6  | 7166  | 2  | 207  | 61   | 138  | 53   |
| 7  | 6700  | 5  | 299  | 107  | 219  | 78   |
| 8  | 6206  | 9  | 403  | 168  | 332  | 122  |
| 9  | 5705  | 13 | 582  | 244  | 444  | 181  |
| 10 | 5177  | 15 | 782  | 363  | 669  | 271  |
| 11 | 4639  | 21 | 1020 | 504  | 925  | 395  |
| 12 | 4078  | 25 | 1258 | 686  | 1266 | 545  |
| 13 | 3564  | 31 | 1534 | 922  | 1678 | 797  |
| 14 | 3059  | 40 | 1801 | 1209 | 2170 | 1137 |
| 15 | 2601  | 49 | 2002 | 1530 | 2686 | 1526 |
| 16 | 2191  | 54 | 2198 | 1886 | 3205 | 2034 |
| 17 | 1812  | 57 | 2317 | 2285 | 3742 | 2584 |
| 18 | 1507  | 61 | 2408 | 2635 | 4229 | 3216 |
| 19 | 1235  | 65 | 2470 | 3028 | 4641 | 3928 |

|    |      |    |      |      |      |       |
|----|------|----|------|------|------|-------|
| 20 | 1019 | 71 | 2516 | 3364 | 5003 | 4678  |
| 21 | 847  | 72 | 2527 | 3755 | 5350 | 5556  |
| 22 | 677  | 73 | 2503 | 4080 | 5623 | 6445  |
| 23 | 542  | 77 | 2467 | 4414 | 5846 | 7363  |
| 24 | 433  | 77 | 2414 | 4686 | 5913 | 8305  |
| 25 | 348  | 77 | 2345 | 4934 | 6010 | 9157  |
| 26 | 281  | 78 | 2288 | 5188 | 6081 | 10051 |
| 27 | 227  | 78 | 2216 | 5413 | 6060 | 10934 |
| 28 | 178  | 78 | 2148 | 5589 | 6064 | 11807 |
| 29 | 148  | 78 | 2073 | 5724 | 5990 | 12640 |
| 30 | 123  | 78 | 1994 | 5885 | 5967 | 13371 |
| 31 | 99   | 79 | 1901 | 5990 | 5854 | 14065 |
| 32 | 77   | 79 | 1831 | 6091 | 5714 | 14742 |
| 33 | 66   | 79 | 1732 | 6167 | 5537 | 15403 |
| 34 | 49   | 81 | 1651 | 6237 | 5387 | 15999 |
| 35 | 40   | 81 | 1564 | 6269 | 5259 | 16563 |
| 36 | 31   | 81 | 1507 | 6263 | 5098 | 17042 |
| 37 | 23   | 81 | 1432 | 6280 | 4895 | 17458 |
| 38 | 19   | 81 | 1378 | 6285 | 4702 | 17812 |
| 39 | 18   | 81 | 1308 | 6253 | 4519 | 18202 |
| 40 | 15   | 81 | 1246 | 6215 | 4325 | 18429 |
| 41 | 14   | 81 | 1186 | 6165 | 4190 | 18664 |
| 42 | 13   | 81 | 1115 | 6132 | 3999 | 18882 |
| 43 | 11   | 81 | 1047 | 6063 | 3810 | 19102 |
| 44 | 8    | 81 | 995  | 5986 | 3683 | 19210 |
| 45 | 5    | 81 | 950  | 5913 | 3514 | 19331 |
| 46 | 4    | 81 | 909  | 5832 | 3377 | 19347 |
| 47 | 4    | 81 | 873  | 5694 | 3190 | 19383 |
| 48 | 3    | 81 | 836  | 5608 | 3048 | 19399 |
| 49 | 2    | 81 | 788  | 5539 | 2970 | 19355 |
| 50 | 2    | 81 | 749  | 5454 | 2801 | 19383 |
| 51 | 2    | 81 | 716  | 5374 | 2699 | 19296 |
| 52 | 1    | 81 | 683  | 5248 | 2641 | 19170 |
| 53 | 1    | 81 | 651  | 5123 | 2570 | 19049 |
| 54 | 1    | 81 | 615  | 5013 | 2450 | 18915 |
| 55 | 1    | 81 | 575  | 4925 | 2357 | 18819 |
| 56 | 1    | 81 | 554  | 4856 | 2293 | 18693 |
| 57 | 1    | 81 | 529  | 4773 | 2175 | 18528 |
| 58 | 1    | 81 | 497  | 4649 | 2116 | 18367 |
| 59 | 1    | 81 | 477  | 4506 | 2020 | 18205 |
| 60 | 1    | 81 | 457  | 4367 | 1921 | 18065 |
| 61 | 0    | 81 | 435  | 4252 | 1813 | 17891 |



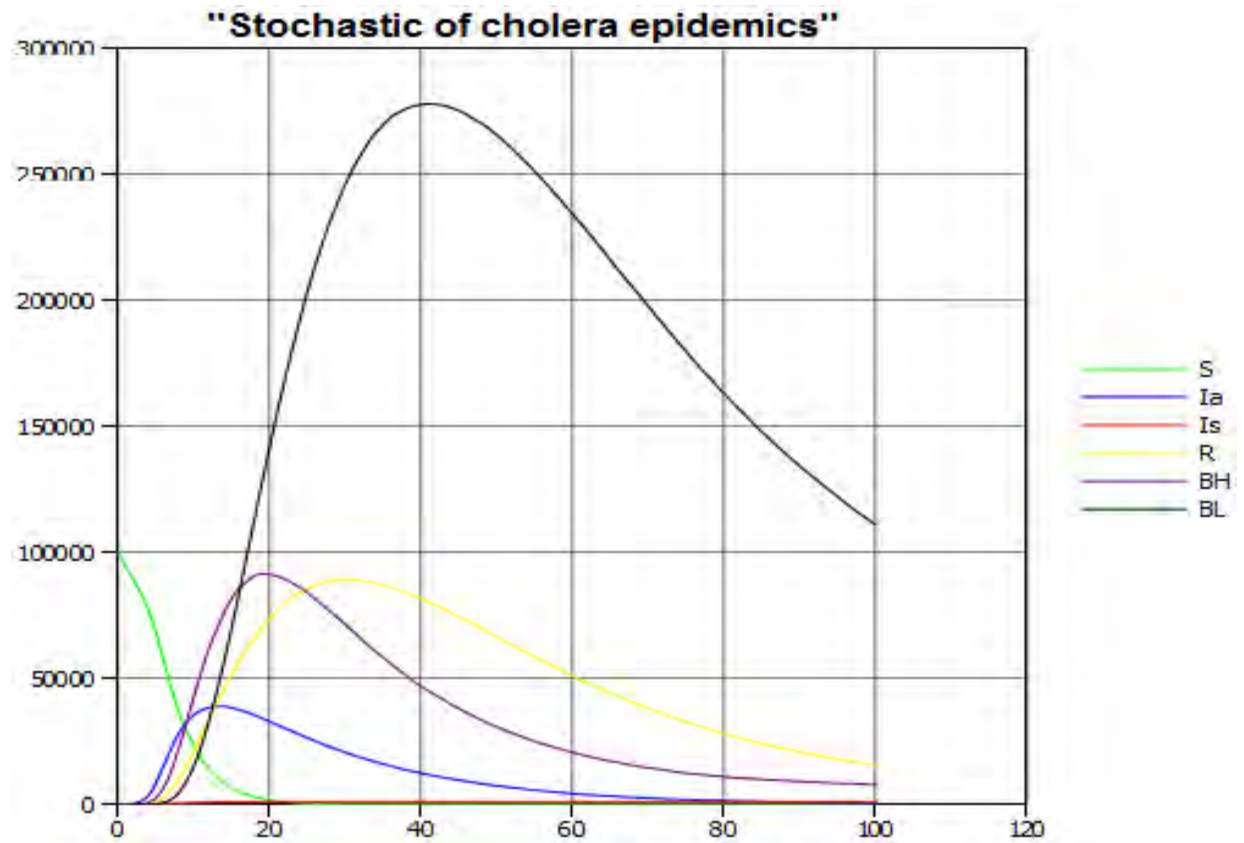
|     |   |    |     |      |      |       |
|-----|---|----|-----|------|------|-------|
| 62  | 0 | 81 | 413 | 4155 | 1736 | 17626 |
| 63  | 0 | 81 | 402 | 4016 | 1694 | 17363 |
| 64  | 0 | 81 | 381 | 3890 | 1626 | 17161 |
| 65  | 0 | 81 | 364 | 3776 | 1569 | 16934 |
| 66  | 0 | 81 | 347 | 3681 | 1555 | 16709 |
| 67  | 0 | 81 | 337 | 3568 | 1477 | 16470 |
| 68  | 0 | 81 | 326 | 3489 | 1447 | 16215 |
| 69  | 0 | 81 | 312 | 3411 | 1392 | 15990 |
| 70  | 0 | 81 | 293 | 3318 | 1349 | 15780 |
| 71  | 0 | 81 | 277 | 3209 | 1302 | 15538 |
| 72  | 0 | 81 | 261 | 3118 | 1241 | 15325 |
| 73  | 0 | 81 | 252 | 3034 | 1211 | 15083 |
| 74  | 0 | 81 | 245 | 2949 | 1226 | 14808 |
| 75  | 0 | 81 | 233 | 2861 | 1173 | 14529 |
| 76  | 0 | 81 | 222 | 2758 | 1137 | 14290 |
| 77  | 0 | 81 | 204 | 2682 | 1080 | 14054 |
| 78  | 0 | 81 | 196 | 2603 | 1056 | 13799 |
| 79  | 0 | 81 | 182 | 2544 | 1019 | 13534 |
| 80  | 0 | 81 | 175 | 2460 | 988  | 13304 |
| 81  | 0 | 81 | 164 | 2403 | 956  | 13062 |
| 82  | 0 | 81 | 155 | 2346 | 933  | 12817 |
| 83  | 0 | 81 | 142 | 2290 | 918  | 12592 |
| 84  | 0 | 81 | 131 | 2225 | 860  | 12328 |
| 85  | 0 | 81 | 128 | 2144 | 821  | 12103 |
| 86  | 0 | 81 | 122 | 2087 | 797  | 11845 |
| 87  | 0 | 81 | 115 | 2005 | 796  | 11635 |
| 88  | 0 | 81 | 108 | 1933 | 784  | 11437 |
| 89  | 0 | 81 | 103 | 1875 | 756  | 11231 |
| 90  | 0 | 81 | 98  | 1808 | 728  | 11020 |
| 91  | 0 | 81 | 92  | 1766 | 696  | 10782 |
| 92  | 0 | 81 | 89  | 1698 | 686  | 10569 |
| 93  | 0 | 81 | 80  | 1646 | 658  | 10342 |
| 94  | 0 | 81 | 76  | 1599 | 650  | 10126 |
| 95  | 0 | 81 | 68  | 1560 | 656  | 9925  |
| 96  | 0 | 81 | 67  | 1506 | 657  | 9716  |
| 97  | 0 | 81 | 65  | 1458 | 646  | 9475  |
| 98  | 0 | 81 | 59  | 1412 | 629  | 9309  |
| 99  | 0 | 81 | 57  | 1366 | 612  | 9121  |
| 100 | 0 | 81 | 56  | 1333 | 597  | 8910  |



| t  | S           | Is            | Ia           | R            | BH          | BL         |
|----|-------------|---------------|--------------|--------------|-------------|------------|
| 0  | 100000      | 0             | 0            | 0            | 19          | 1          |
| 1  | 94779,38886 | 4,4122266172  | 216,19891042 | 0            | 15,2        | 4,767      |
| 2  | 89872,64074 | 7,76735506013 | 369,81207231 | 44,122226617 | 124,6716778 | 7,649689   |
| 3  | 84166,55174 | 32,0157175134 | 1539,5292889 | 117,43200076 | 292,4107335 | 32,3315848 |
| 4  | 77554,45595 | 80,0878800064 | 3818,2456636 | 425,86940201 | 1035,708948 | 89,7467892 |
| 5  | 68198,29122 | 189,648709887 | 8996,2064752 | 1184,2426406 | 2817,777870 | 293,926934 |
| 6  | 57181,18247 | 341,773628840 | 16001,446458 | 2962,2015456 | 6941,974244 | 847,782920 |
| 7  | 46346,50041 | 501,251910097 | 23017,484608 | 6082,7354859 | 13896,07625 | 2208,20093 |
| 8  | 36951,37904 | 642,757711877 | 28802,850799 | 10482,346015 | 23126,85521 | 4914,54555 |
| 9  | 29226,63853 | 760,236867379 | 33122,336391 | 15847,350416 | 33545,66728 | 9377,73659 |
| 10 | 23010,09563 | 855,265063085 | 36126,326322 | 21831,497547 | 44157,93889 | 15777,4047 |
| 11 | 18054,94612 | 931,272431094 | 38048,561837 | 28136,240947 | 54244,77933 | 24088,3381 |
| 12 | 14125,42301 | 991,714820071 | 39112,374040 | 34525,395753 | 63351,37682 | 34142,3788 |
| 13 | 11020,04557 | 1039,59777437 | 39507,879502 | 40819,943738 | 71229,00329 | 45685,9557 |
| 14 | 8573,176257 | 1077,41115529 | 39390,435221 | 46888,442006 | 77776,74016 | 58424,1198 |
| 15 | 6650,688215 | 1107,17999876 | 38884,866104 | 52637,589181 | 82994,02089 | 72051,4719 |
| 16 | 5144,643969 | 1130,53947746 | 38090,662437 | 58004,118943 | 86944,82976 | 86272,5775 |
| 17 | 3968,434284 | 1148,80597325 | 37086,727253 | 62948,153379 | 89731,73451 | 100814,548 |
| 18 | 3052,702002 | 1163,03730401 | 35935,355246 | 67447,852355 | 91477,55720 | 115434,015 |

|    |             |               |              |              |             |            |
|----|-------------|---------------|--------------|--------------|-------------|------------|
| 19 | 2342,021541 | 1174,08190749 | 34685,471938 | 71495,138247 | 92312,76069 | 129920,204 |
| 20 | 1792,213936 | 1182,61862985 | 33375,250738 | 75092,292104 | 92367,02643 | 144095,389 |
| 21 | 1368,173700 | 1189,18895877 | 32034,229149 | 78249,251373 | 91763,86514 | 157813,647 |
| 22 | 1042,104213 | 1194,22325592 | 30685,025278 | 80981,472426 | 90617,39564 | 170958,569 |
| 23 | 792,0810744 | 1198,06219216 | 29344,733584 | 83308,248511 | 89030,65241 | 183440,416 |
| 24 | 600,8814709 | 1200,97429694 | 28026,060543 | 85251,395241 | 87094,95091 | 195193,012 |
| 25 | 455,0314028 | 1203,17031940 | 26738,247391 | 86834,232447 | 84889,96530 | 206170,633 |
| 26 | 344,0324444 | 1204,81495013 | 25487,817462 | 88080,804367 | 82484,26625 | 216344,995 |
| 27 | 259,7368218 | 1206,03634865 | 24279,178709 | 89015,290631 | 79936,13668 | 225702,464 |
| 28 | 195,8448835 | 1206,93384696 | 23115,106769 | 89661,569111 | 77294,53505 | 234241,510 |
| 29 | 147,5032078 | 1207,58414220 | 21997,129873 | 90042,898778 | 74600,11527 | 241970,447 |
| 30 | 110,9850102 | 1208,04624453 | 20925,833556 | 90181,696643 | 71886,24129 | 248905,445 |
| 31 | 83,43742748 | 1208,36540655 | 19901,100244 | 90099,387771 | 69179,95606 | 255068,814 |
| 32 | 62,68277564 | 1208,57622562 | 18922,296356 | 89816,311512 | 66502,88037 | 260487,534 |
| 33 | 47,06306490 | 1208,70507944 | 17988,417399 | 89351,670453 | 63872,02870 | 265192,021 |
| 34 | 35,31894959 | 1208,77202817 | 17098,199672 | 88723,511426 | 61300,53674 | 269215,090 |
| 35 | 26,49591399 | 1208,79229273 | 16250,205635 | 87948,730195 | 58798,30125 | 272591,100 |
| 36 | 19,87186927 | 1208,77739848 | 15442,888617 | 87043,093271 | 56372,53611 | 275355,254 |
| 37 | 14,90148855 | 1208,73605649 | 14674,641437 | 86021,271810 | 54028,25060 | 277543,038 |
| 38 | 11,17355967 | 1208,67483997 | 13943,832563 | 84896,883719 | 51768,65725 | 279189,767 |
| 39 | 8,378414280 | 1208,59870183 | 13248,832673 | 83682,541013 | 49595,51692 | 280330,237 |
| 40 | 6,283123500 | 1208,51136936 | 12588,033882 | 82389,900238 | 47509,42858 | 280998,442 |
| 41 | 4,712656532 | 1208,41564444 | 11959,863372 | 81029,714276 | 45510,07117 | 281227,379 |
| 42 | 3,535601481 | 1208,31363132 | 11362,792797 | 79611,884366 | 43596,40427 | 281048,890 |
| 43 | 2,653365835 | 1208,20690907 | 10795,344504 | 78145,511433 | 41766,83344 | 280493,557 |
| 44 | 1,992023444 | 1208,09666186 | 10256,095379 | 76638,946144 | 40019,34591 | 279590,637 |
| 45 | 1,496169271 | 1207,98377726 | 9743,6789388 | 75099,837245 | 38351,62108 | 278368,015 |
| 46 | 1,124293979 | 1207,86892022 | 9256,7861173 | 73535,177926 | 36761,12011 | 276852,195 |
| 47 | 0,845306687 | 1207,75258878 | 8794,1651286 | 71951,350038 | 35245,15807 | 275068,296 |
| 48 | 0,635923651 | 1207,63515587 | 8354,6206475 | 70354,166079 | 33800,96161 | 273040,074 |
| 49 | 0,478708964 | 1207,51690073 | 7937,0125253 | 68748,908936 | 32425,71476 | 270789,944 |
| 50 | 0,360605586 | 1207,39803239 | 7540,2541836 | 67140,369374 | 31116,59497 | 268339,019 |
| 51 | 0,271834676 | 1207,27870740 | 7163,3108002 | 65532,881349 | 29870,80110 | 265707,150 |
| 52 | 0,205071287 | 1207,15904297 | 6805,1973684 | 63930,355183 | 28685,57499 | 262912,974 |
| 53 | 0,154827270 | 1207,03912687 | 6464,9766907 | 62336,308706 | 27558,21772 | 259973,961 |
| 54 | 0,116989432 | 1206,91902489 | 6141,7573507 | 60753,896434 | 26486,10164 | 256906,464 |
| 55 | 0,088473943 | 1206,79878631 | 5834,6916958 | 59185,936888 | 25466,67901 | 253725,771 |
| 56 | 0,066967761 | 1206,67844808 | 5542,9738519 | 57634,938140 | 24497,48785 | 250446,156 |
| 57 | 0,050735154 | 1206,55803792 | 5265,8377858 | 56103,121693 | 23576,15565 | 247080,931 |
| 58 | 0,038472932 | 1206,43757662 | 5002,5554275 | 54592,444773 | 22700,40145 | 243642,491 |
| 59 | 0,029202104 | 1206,31707981 | 4752,4348563 | 53104,621135 | 21868,03645 | 240142,369 |
| 60 | 0,022186776 | 1206,19655920 | 4514,8185576 | 51641,140465 | 21076,96367 | 236591,278 |

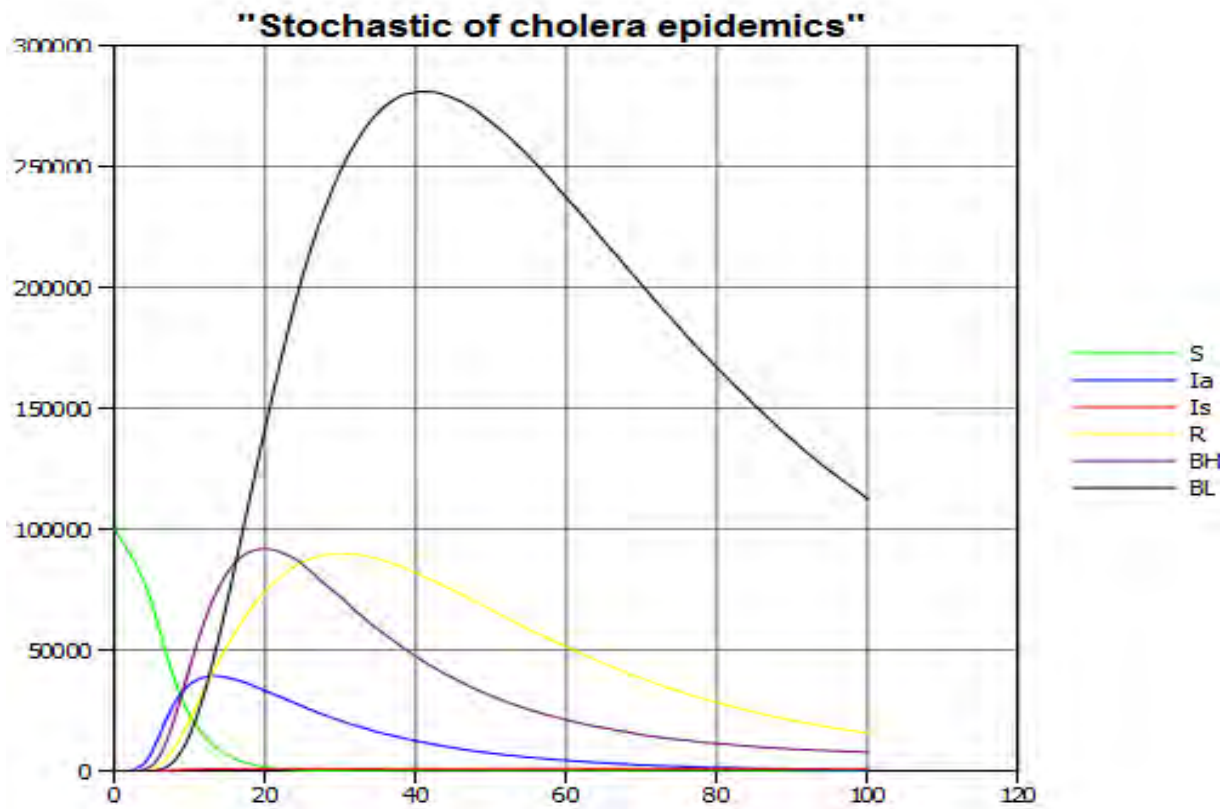
|     |             |               |              |              |             |            |
|-----|-------------|---------------|--------------|--------------|-------------|------------|
| 61  | 0,016873429 | 1206,07602363 | 4289,0817497 | 50203,286465 | 20325,17677 | 232999,159 |
| 62  | 0,012845431 | 1205,95547971 | 4074,6307828 | 48792,153697 | 19610,75831 | 229375,222 |
| 63  | 0,009788960 | 1205,83493245 | 3870,9016096 | 47408,663264 | 18931,87752 | 225727,991 |
| 64  | 0,007467455 | 1205,71438560 | 3677,3583245 | 46053,577410 | 18286,78775 | 222065,343 |
| 65  | 0,005702454 | 1205,59384199 | 3493,4917721 | 44727,513081 | 17673,82375 | 218394,544 |
| 66  | 0,004359216 | 1205,47330377 | 3318,8182204 | 43430,954550 | 17091,39873 | 214722,289 |
| 67  | 0,003335922 | 1205,35277254 | 3152,8780986 | 42164,265127 | 16538,00139 | 211054,733 |
| 68  | 0,002555567 | 1205,23224954 | 2995,2347950 | 40927,698045 | 16012,19294 | 207397,527 |
| 69  | 0,001959859 | 1205,11173567 | 2845,4735138 | 39721,406552 | 15512,60400 | 203755,847 |
| 70  | 0,001504632 | 1204,99123164 | 2703,2001882 | 38545,453274 | 15037,93169 | 200134,425 |
| 71  | 0,001156391 | 1204,87073798 | 2568,0404463 | 37399,818894 | 14586,93667 | 196537,575 |
| 72  | 0,000889710 | 1204,75025508 | 2439,6386287 | 36284,410186 | 14158,44030 | 192969,223 |
| 73  | 0,000685270 | 1204,62978326 | 2317,6568540 | 35199,067454 | 13751,32181 | 189432,926 |
| 74  | 0,000528376 | 1204,50932273 | 2201,7741315 | 34143,571409 | 13364,51566 | 185931,904 |
| 75  | 0,000407842 | 1204,38887368 | 2091,6855172 | 33117,649529 | 12997,00891 | 182469,055 |
| 76  | 0,000315142 | 1204,26843624 | 1987,1013122 | 32120,981931 | 12647,83876 | 179046,978 |
| 77  | 0,000243772 | 1204,14801051 | 1887,7463011 | 31153,206784 | 12316,09010 | 175667,995 |
| 78  | 0,000188766 | 1204,02759656 | 1793,3590280 | 30213,925307 | 12000,89324 | 172334,169 |
| 79  | 0,000146325 | 1203,90719446 | 1703,6911089 | 29302,706366 | 11701,42170 | 169047,320 |
| 80  | 0,000113545 | 1203,78680425 | 1618,5065784 | 28419,090709 | 11416,89011 | 165809,043 |
| 81  | 8,8201E-005 | 1203,66642597 | 1537,5812688 | 27562,594850 | 11146,55218 | 162620,723 |
| 82  | 6,8581E-005 | 1203,54605963 | 1460,7022202 | 26732,714646 | 10889,69880 | 159483,549 |
| 83  | 5,3388E-005 | 1203,42570526 | 1387,6671207 | 25928,928570 | 10645,65621 | 156398,532 |
| 84  | 4,1593E-005 | 1203,30536287 | 1318,2837736 | 25150,700707 | 10413,78423 | 153366,511 |
| 85  | 3,2439E-005 | 1203,18503248 | 1252,3695919 | 24397,483499 | 10193,47464 | 150388,173 |
| 86  | 2,5324E-005 | 1203,06471408 | 1189,7511177 | 23668,720249 | 9984,149541 | 147464,059 |
| 87  | 1,9789E-005 | 1202,94440770 | 1130,2635660 | 22963,847402 | 9785,259905 | 144594,575 |
| 88  | 1,5478E-005 | 1202,82411332 | 1073,7503909 | 22282,296627 | 9596,284115 | 141780,006 |
| 89  | 1,2118E-005 | 1202,70383096 | 1020,0628739 | 21623,496697 | 9416,726601 | 139020,522 |
| 90  | 9,4961E-006 | 1202,58356062 | 969,05973224 | 20986,875203 | 9246,116548 | 136316,190 |
| 91  | 7,4480E-006 | 1202,46330229 | 920,60674717 | 20371,860101 | 9084,006665 | 133666,979 |
| 92  | 5,8467E-006 | 1202,34305599 | 874,57641101 | 19777,881106 | 8929,972008 | 131072,770 |
| 93  | 4,5937E-006 | 1202,22282170 | 830,84759140 | 19204,370944 | 8783,608868 | 128533,363 |
| 94  | 3,6123E-006 | 1202,10259944 | 789,30521257 | 18650,766479 | 8644,533712 | 126048,484 |
| 95  | 2,8429E-006 | 1201,98238919 | 749,83995252 | 18116,509718 | 8512,382175 | 123617,791 |
| 96  | 2,2392E-006 | 1201,86219096 | 712,34795534 | 17601,048700 | 8386,808105 | 121240,880 |
| 97  | 1,7651E-006 | 1201,74200475 | 676,73055793 | 17103,838294 | 8267,482653 | 118917,293 |
| 98  | 1,3925E-006 | 1201,62183055 | 642,89403031 | 16624,340892 | 8154,093406 | 116646,518 |
| 99  | 1,0993E-006 | 1201,50166837 | 610,74932902 | 16162,027020 | 8046,343570 | 114428,002 |
| 100 | 8,6858E-007 | 1201,38151821 | 580,21186274 | 15716,375868 | 7943,951189 | 112261,147 |



| t  | S      | Is   | Ia    | R     | BH    | BL    |
|----|--------|------|-------|-------|-------|-------|
| 0  | 100000 | 0    | 0     | 0     | 19    | 1     |
| 1  | 94734  | 5    | 189   | 0     | 14    | 5     |
| 2  | 89792  | 6    | 333   | 28    | 112   | 10    |
| 3  | 84149  | 23   | 1382  | 87    | 269   | 33    |
| 4  | 77700  | 79   | 3545  | 356   | 942   | 75    |
| 5  | 68533  | 182  | 8455  | 1065  | 2609  | 277   |
| 6  | 57551  | 330  | 15313 | 2737  | 6534  | 802   |
| 7  | 46611  | 493  | 22171 | 5823  | 13205 | 2072  |
| 8  | 37097  | 637  | 28076 | 10047 | 22078 | 4703  |
| 9  | 29531  | 748  | 32507 | 15175 | 32337 | 9038  |
| 10 | 23254  | 836  | 35584 | 21071 | 42758 | 15183 |
| 11 | 18218  | 912  | 37467 | 27293 | 52833 | 23212 |
| 12 | 14288  | 990  | 38544 | 33631 | 61959 | 33122 |
| 13 | 11142  | 1036 | 38984 | 39910 | 69565 | 44327 |
| 14 | 8673   | 1071 | 39002 | 45937 | 76153 | 56576 |
| 15 | 6731   | 1104 | 38458 | 51653 | 81693 | 69973 |
| 16 | 5190   | 1125 | 37703 | 56948 | 85856 | 84026 |
| 17 | 3954   | 1143 | 36712 | 61799 | 88547 | 98640 |

|    |      |      |       |       |       |        |
|----|------|------|-------|-------|-------|--------|
| 18 | 3044 | 1152 | 35583 | 66112 | 90829 | 113113 |
| 19 | 2345 | 1161 | 34318 | 70170 | 91535 | 127662 |
| 20 | 1795 | 1170 | 33051 | 73856 | 91397 | 141832 |
| 21 | 1369 | 1177 | 31708 | 77072 | 90667 | 155368 |
| 22 | 1033 | 1182 | 30397 | 79739 | 89560 | 168381 |
| 23 | 787  | 1186 | 29124 | 82208 | 87983 | 180776 |
| 24 | 600  | 1187 | 27797 | 84208 | 86270 | 192399 |
| 25 | 458  | 1189 | 26555 | 85837 | 84146 | 203467 |
| 26 | 330  | 1189 | 25317 | 86995 | 81645 | 213670 |
| 27 | 251  | 1190 | 24043 | 87976 | 79154 | 222918 |
| 28 | 200  | 1190 | 22895 | 88598 | 76613 | 231428 |
| 29 | 146  | 1191 | 21802 | 89045 | 74140 | 239076 |
| 30 | 101  | 1192 | 20751 | 89273 | 71504 | 246063 |
| 31 | 78   | 1192 | 19737 | 89210 | 68835 | 252174 |
| 32 | 65   | 1192 | 18772 | 88964 | 66122 | 257698 |
| 33 | 54   | 1192 | 17880 | 88408 | 63355 | 262555 |
| 34 | 38   | 1193 | 17027 | 87985 | 60805 | 266481 |
| 35 | 34   | 1194 | 16172 | 87167 | 58487 | 269714 |
| 36 | 25   | 1194 | 15380 | 86327 | 56117 | 272726 |
| 37 | 18   | 1194 | 14542 | 85217 | 53757 | 274593 |
| 38 | 16   | 1194 | 13813 | 84087 | 51445 | 276076 |
| 39 | 13   | 1194 | 13214 | 82869 | 48996 | 277136 |
| 40 | 9    | 1195 | 12548 | 81722 | 47002 | 277735 |
| 41 | 9    | 1195 | 11926 | 80426 | 45159 | 278029 |
| 42 | 6    | 1195 | 11359 | 79075 | 43422 | 277849 |
| 43 | 4    | 1195 | 10783 | 77673 | 41586 | 277420 |
| 44 | 3    | 1195 | 10257 | 76062 | 39748 | 276541 |
| 45 | 2    | 1195 | 9756  | 74515 | 38172 | 275419 |
| 46 | 2    | 1195 | 9259  | 73073 | 36638 | 273830 |
| 47 | 2    | 1195 | 8802  | 71481 | 35061 | 272062 |
| 48 | 1    | 1195 | 8337  | 69924 | 33617 | 270240 |
| 49 | 0    | 1195 | 7925  | 68298 | 32109 | 268158 |
| 50 | 0    | 1195 | 7518  | 66674 | 30858 | 265593 |
| 51 | 0    | 1195 | 7144  | 65042 | 29625 | 263071 |
| 52 | 0    | 1195 | 6785  | 63430 | 28478 | 260302 |
| 53 | 0    | 1195 | 6471  | 61876 | 27306 | 257484 |
| 54 | 0    | 1194 | 6130  | 60333 | 26243 | 254556 |
| 55 | 0    | 1194 | 5789  | 58794 | 25150 | 251318 |
| 56 | 0    | 1194 | 5480  | 57177 | 24110 | 248146 |
| 57 | 0    | 1194 | 5186  | 55632 | 23366 | 244833 |
| 58 | 0    | 1194 | 4942  | 54241 | 22461 | 241472 |
| 59 | 0    | 1194 | 4682  | 52680 | 21618 | 237923 |

|     |   |      |      |       |       |        |
|-----|---|------|------|-------|-------|--------|
| 60  | 0 | 1194 | 4430 | 51173 | 20795 | 234373 |
| 61  | 0 | 1194 | 4170 | 49712 | 20048 | 230995 |
| 62  | 0 | 1194 | 3983 | 48330 | 19248 | 227346 |
| 63  | 0 | 1194 | 3773 | 47017 | 18570 | 223654 |
| 64  | 0 | 1194 | 3593 | 45712 | 17869 | 219994 |
| 65  | 0 | 1194 | 3401 | 44360 | 17284 | 216095 |
| 66  | 0 | 1194 | 3249 | 43073 | 16784 | 212357 |
| 67  | 0 | 1194 | 3064 | 41836 | 16138 | 208691 |
| 68  | 0 | 1194 | 2902 | 40589 | 15547 | 205178 |
| 69  | 0 | 1194 | 2770 | 39438 | 15054 | 201523 |
| 70  | 0 | 1193 | 2612 | 38218 | 14646 | 197866 |
| 71  | 0 | 1193 | 2458 | 37125 | 14263 | 194100 |
| 72  | 0 | 1193 | 2341 | 35990 | 13847 | 190484 |
| 73  | 0 | 1193 | 2226 | 34898 | 13356 | 186883 |
| 74  | 0 | 1193 | 2118 | 33795 | 12869 | 183282 |
| 75  | 0 | 1193 | 2004 | 32857 | 12537 | 179901 |
| 76  | 0 | 1193 | 1920 | 31893 | 12236 | 176334 |
| 77  | 0 | 1193 | 1825 | 30935 | 12001 | 172915 |
| 78  | 0 | 1193 | 1757 | 29994 | 11681 | 169691 |
| 79  | 0 | 1193 | 1672 | 29170 | 11416 | 166407 |
| 80  | 0 | 1193 | 1594 | 28296 | 11110 | 163122 |
| 81  | 0 | 1193 | 1515 | 27406 | 10811 | 160171 |
| 82  | 0 | 1193 | 1444 | 26572 | 10580 | 157021 |
| 83  | 0 | 1193 | 1383 | 25755 | 10451 | 153987 |
| 84  | 0 | 1193 | 1322 | 24975 | 10286 | 150949 |
| 85  | 0 | 1193 | 1252 | 24238 | 10077 | 148034 |
| 86  | 0 | 1192 | 1192 | 23570 | 9897  | 145128 |
| 87  | 0 | 1192 | 1135 | 22859 | 9769  | 142393 |
| 88  | 0 | 1192 | 1096 | 22250 | 9550  | 139647 |
| 89  | 0 | 1192 | 1034 | 21585 | 9402  | 136997 |
| 90  | 0 | 1192 | 986  | 20922 | 9243  | 134437 |
| 91  | 0 | 1192 | 942  | 20289 | 9134  | 131900 |
| 92  | 0 | 1192 | 899  | 19718 | 8990  | 129546 |
| 93  | 0 | 1192 | 854  | 19108 | 8847  | 127056 |
| 94  | 0 | 1191 | 804  | 18534 | 8643  | 124652 |
| 95  | 0 | 1191 | 754  | 18001 | 8510  | 122283 |
| 96  | 0 | 1191 | 726  | 17538 | 8387  | 119853 |
| 97  | 0 | 1191 | 684  | 17079 | 8341  | 117539 |
| 98  | 0 | 1191 | 650  | 16589 | 8221  | 115318 |
| 99  | 0 | 1191 | 624  | 16104 | 8052  | 113203 |
| 100 | 0 | 1191 | 588  | 15687 | 8017  | 111114 |

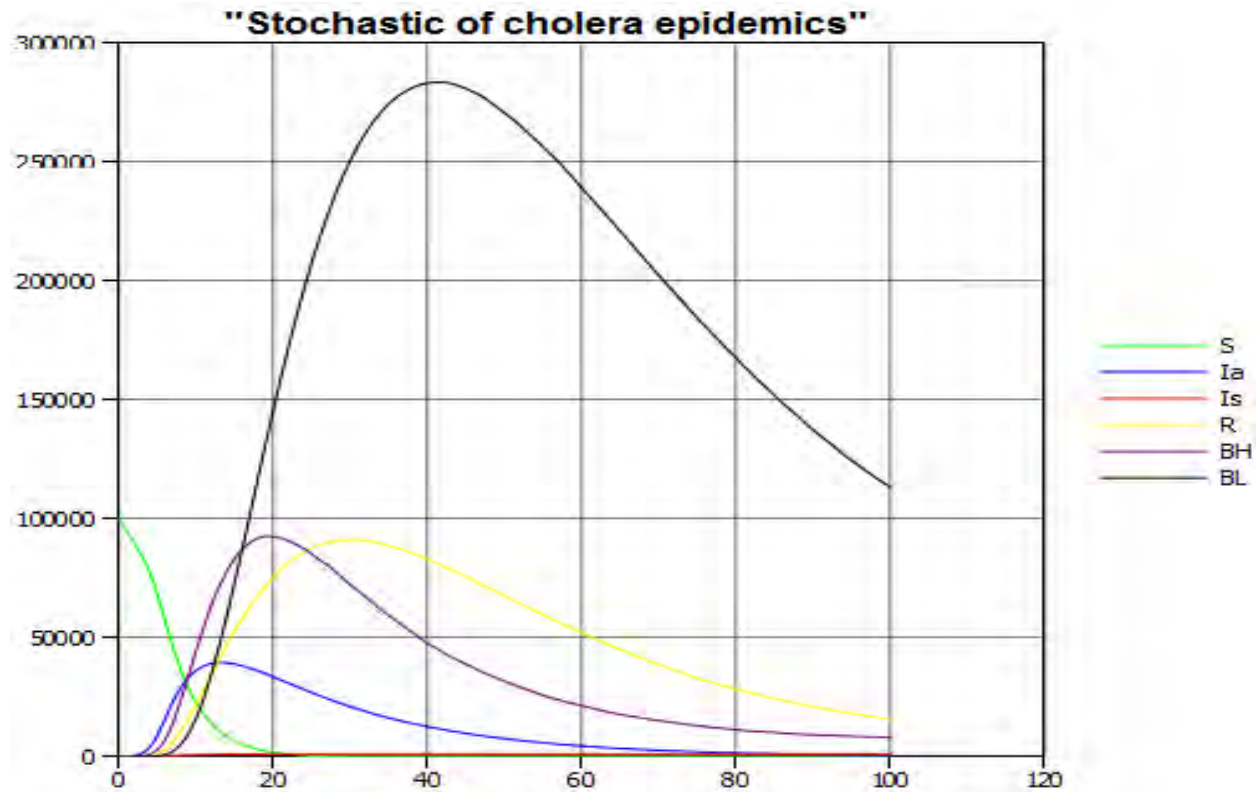


| t  | S      | Is   | Ia    | R     | BH    | BL     |
|----|--------|------|-------|-------|-------|--------|
| 0  | 100000 | 0    | 0     | 0     | 19    | 1      |
| 1  | 94934  | 5    | 221   | 0     | 14    | 5      |
| 2  | 90052  | 5    | 346   | 45    | 123   | 8      |
| 3  | 84358  | 36   | 1498  | 105   | 271   | 33     |
| 4  | 77924  | 75   | 3589  | 419   | 994   | 83     |
| 5  | 68729  | 177  | 8677  | 1147  | 2682  | 286    |
| 6  | 57814  | 338  | 15634 | 2785  | 6607  | 803    |
| 7  | 46972  | 492  | 22646 | 5879  | 13542 | 2104   |
| 8  | 37325  | 651  | 28650 | 10179 | 22590 | 4794   |
| 9  | 29470  | 776  | 33033 | 15572 | 33042 | 9187   |
| 10 | 23133  | 884  | 36086 | 21538 | 43600 | 15475  |
| 11 | 18155  | 964  | 38016 | 27963 | 53691 | 23664  |
| 12 | 14257  | 1014 | 39057 | 34356 | 62948 | 33632  |
| 13 | 11134  | 1053 | 39549 | 40659 | 70899 | 45103  |
| 14 | 8613   | 1093 | 39368 | 46857 | 77253 | 57638  |
| 15 | 6673   | 1124 | 38829 | 52498 | 82507 | 71156  |
| 16 | 5205   | 1148 | 38071 | 57716 | 86404 | 85229  |
| 17 | 4026   | 1169 | 37109 | 62679 | 89220 | 99679  |
| 18 | 3074   | 1184 | 35954 | 67042 | 90998 | 114040 |



|    |      |      |       |       |       |        |
|----|------|------|-------|-------|-------|--------|
| 19 | 2393 | 1196 | 34640 | 71135 | 91886 | 128394 |
| 20 | 1827 | 1206 | 33380 | 74771 | 92076 | 142434 |
| 21 | 1404 | 1214 | 32088 | 77977 | 91789 | 156174 |
| 22 | 1089 | 1219 | 30801 | 80776 | 90748 | 169486 |
| 23 | 851  | 1223 | 29502 | 83184 | 89397 | 182159 |
| 24 | 672  | 1225 | 28212 | 85123 | 87795 | 194434 |
| 25 | 519  | 1225 | 26850 | 86727 | 85429 | 205623 |
| 26 | 380  | 1227 | 25620 | 88028 | 82894 | 215710 |
| 27 | 275  | 1228 | 24368 | 88839 | 80121 | 225333 |
| 28 | 218  | 1229 | 23213 | 89595 | 77454 | 233723 |
| 29 | 152  | 1230 | 22078 | 89909 | 74712 | 241627 |
| 30 | 111  | 1229 | 21002 | 90121 | 72036 | 248560 |
| 31 | 78   | 1228 | 19933 | 89966 | 69202 | 254804 |
| 32 | 63   | 1228 | 18961 | 89760 | 66306 | 260183 |
| 33 | 50   | 1227 | 18039 | 89387 | 63835 | 264978 |
| 34 | 37   | 1227 | 17148 | 88702 | 61086 | 269142 |
| 35 | 23   | 1228 | 16240 | 87923 | 58720 | 272571 |
| 36 | 18   | 1228 | 15488 | 86995 | 56358 | 275435 |
| 37 | 10   | 1228 | 14736 | 85918 | 54093 | 277607 |
| 38 | 9    | 1228 | 14045 | 84871 | 51822 | 279460 |
| 39 | 7    | 1228 | 13331 | 83487 | 49692 | 280297 |
| 40 | 5    | 1228 | 12668 | 82113 | 47623 | 280911 |
| 41 | 2    | 1228 | 12045 | 80703 | 45591 | 281185 |
| 42 | 2    | 1227 | 11468 | 79323 | 43714 | 280981 |
| 43 | 1    | 1227 | 10885 | 77845 | 41892 | 280664 |
| 44 | 1    | 1227 | 10303 | 76402 | 40076 | 279589 |
| 45 | 1    | 1227 | 9773  | 74946 | 38654 | 278396 |
| 46 | 1    | 1227 | 9292  | 73325 | 36950 | 277089 |
| 47 | 1    | 1227 | 8819  | 71627 | 35436 | 275290 |
| 48 | 1    | 1227 | 8379  | 70166 | 33900 | 273357 |
| 49 | 1    | 1227 | 7944  | 68519 | 32533 | 270922 |
| 50 | 1    | 1227 | 7582  | 66834 | 31243 | 268512 |
| 51 | 1    | 1227 | 7176  | 65153 | 29993 | 266014 |
| 52 | 1    | 1226 | 6830  | 63568 | 28770 | 263353 |
| 53 | 1    | 1226 | 6518  | 61944 | 27699 | 260498 |
| 54 | 1    | 1226 | 6190  | 60294 | 26695 | 257471 |
| 55 | 1    | 1226 | 5862  | 58736 | 25591 | 254369 |
| 56 | 1    | 1226 | 5588  | 57219 | 24739 | 251152 |
| 57 | 1    | 1226 | 5330  | 55914 | 23747 | 247793 |
| 58 | 1    | 1226 | 5082  | 54440 | 22995 | 244378 |
| 59 | 1    | 1226 | 4815  | 52977 | 22196 | 240665 |
| 60 | 0    | 1226 | 4583  | 51587 | 21265 | 237249 |

|     |   |      |      |       |       |        |
|-----|---|------|------|-------|-------|--------|
| 61  | 0 | 1226 | 4351 | 50237 | 20616 | 233776 |
| 62  | 0 | 1226 | 4148 | 48798 | 19861 | 230337 |
| 63  | 0 | 1226 | 3926 | 47386 | 19184 | 226634 |
| 64  | 0 | 1225 | 3756 | 45978 | 18527 | 222871 |
| 65  | 0 | 1225 | 3540 | 44667 | 18052 | 219193 |
| 66  | 0 | 1225 | 3373 | 43361 | 17455 | 215655 |
| 67  | 0 | 1225 | 3199 | 42080 | 16881 | 212096 |
| 68  | 0 | 1225 | 3036 | 40859 | 16359 | 208450 |
| 69  | 0 | 1224 | 2869 | 39723 | 15770 | 204819 |
| 70  | 0 | 1224 | 2714 | 38531 | 15237 | 201206 |
| 71  | 0 | 1224 | 2589 | 37401 | 14634 | 197574 |
| 72  | 0 | 1224 | 2451 | 36218 | 14288 | 193946 |
| 73  | 0 | 1222 | 2330 | 35139 | 13844 | 190373 |
| 74  | 0 | 1221 | 2230 | 34081 | 13534 | 187020 |
| 75  | 0 | 1221 | 2112 | 33122 | 13207 | 183510 |
| 76  | 0 | 1221 | 2000 | 32151 | 12918 | 180015 |
| 77  | 0 | 1221 | 1911 | 31146 | 12446 | 176555 |
| 78  | 0 | 1221 | 1825 | 30267 | 12105 | 173345 |
| 79  | 0 | 1221 | 1720 | 29367 | 11829 | 170072 |
| 80  | 0 | 1221 | 1642 | 28539 | 11559 | 166889 |
| 81  | 0 | 1221 | 1544 | 27714 | 11340 | 163806 |
| 82  | 0 | 1221 | 1466 | 26891 | 11079 | 160638 |
| 83  | 0 | 1221 | 1405 | 26034 | 10780 | 157647 |
| 84  | 0 | 1221 | 1334 | 25282 | 10520 | 154456 |
| 85  | 0 | 1221 | 1262 | 24585 | 10300 | 151436 |
| 86  | 0 | 1221 | 1202 | 23854 | 10066 | 148487 |
| 87  | 0 | 1221 | 1147 | 23066 | 9806  | 145528 |
| 88  | 0 | 1221 | 1095 | 22372 | 9668  | 142684 |
| 89  | 0 | 1221 | 1031 | 21698 | 9503  | 139907 |
| 90  | 0 | 1221 | 976  | 21115 | 9273  | 137202 |
| 91  | 0 | 1221 | 927  | 20483 | 9121  | 134359 |
| 92  | 0 | 1221 | 882  | 19924 | 8999  | 131700 |
| 93  | 0 | 1221 | 842  | 19399 | 8864  | 129185 |
| 94  | 0 | 1221 | 809  | 18820 | 8700  | 126620 |
| 95  | 0 | 1221 | 762  | 18240 | 8617  | 124269 |
| 96  | 0 | 1221 | 720  | 17764 | 8441  | 121946 |
| 97  | 0 | 1221 | 694  | 17265 | 8349  | 119613 |
| 98  | 0 | 1220 | 665  | 16855 | 8262  | 117307 |
| 99  | 0 | 1220 | 638  | 16366 | 8122  | 115037 |
| 100 | 0 | 1220 | 612  | 15881 | 7990  | 112783 |



| t  | S      | Is   | Ia    | R     | BH    | BL     |
|----|--------|------|-------|-------|-------|--------|
| 0  | 100000 | 0    | 0     | 0     | 19    | 1      |
| 1  | 94852  | 5    | 213   | 0     | 17    | 4      |
| 2  | 89992  | 11   | 386   | 44    | 125   | 11     |
| 3  | 84297  | 39   | 1504  | 125   | 314   | 32     |
| 4  | 77618  | 85   | 3992  | 443   | 1056  | 90     |
| 5  | 68115  | 209  | 9122  | 1182  | 2928  | 317    |
| 6  | 57060  | 348  | 16170 | 3025  | 7163  | 917    |
| 7  | 46207  | 533  | 23255 | 6197  | 14231 | 2325   |
| 8  | 36685  | 669  | 28952 | 10516 | 23641 | 5144   |
| 9  | 29056  | 776  | 33305 | 15922 | 34027 | 9681   |
| 10 | 22824  | 859  | 36199 | 21999 | 44600 | 16156  |
| 11 | 17976  | 933  | 38151 | 28264 | 54686 | 24603  |
| 12 | 14009  | 989  | 39244 | 34663 | 64007 | 34988  |
| 13 | 10944  | 1032 | 39620 | 41027 | 71724 | 46580  |
| 14 | 8584   | 1069 | 39520 | 47128 | 78077 | 59415  |
| 15 | 6679   | 1109 | 39027 | 52953 | 83282 | 73442  |
| 16 | 5172   | 1131 | 38219 | 58238 | 87226 | 87452  |
| 17 | 4056   | 1149 | 37191 | 63017 | 90106 | 102009 |
| 18 | 3122   | 1166 | 36088 | 67455 | 91823 | 116899 |
| 19 | 2390   | 1179 | 34886 | 71565 | 92659 | 131481 |
| 20 | 1851   | 1189 | 33543 | 75284 | 92492 | 145577 |

|    |      |      |       |       |       |        |
|----|------|------|-------|-------|-------|--------|
| 21 | 1413 | 1197 | 32236 | 78610 | 91947 | 159440 |
| 22 | 1088 | 1201 | 30906 | 81493 | 90761 | 172457 |
| 23 | 825  | 1207 | 29619 | 84042 | 89177 | 184976 |
| 24 | 601  | 1210 | 28293 | 86165 | 87513 | 196852 |
| 25 | 435  | 1213 | 26931 | 87748 | 85316 | 207830 |
| 26 | 323  | 1215 | 25682 | 88995 | 82727 | 218013 |
| 27 | 240  | 1215 | 24467 | 89935 | 80633 | 227291 |
| 28 | 182  | 1215 | 23285 | 90698 | 77981 | 236096 |
| 29 | 137  | 1216 | 22206 | 91025 | 75238 | 243938 |
| 30 | 103  | 1220 | 21056 | 91113 | 72397 | 250793 |
| 31 | 76   | 1220 | 20022 | 91197 | 69699 | 256920 |
| 32 | 58   | 1220 | 19046 | 90784 | 66922 | 262413 |
| 33 | 39   | 1220 | 18075 | 90370 | 64292 | 267101 |
| 34 | 35   | 1220 | 17167 | 89582 | 61736 | 271148 |
| 35 | 32   | 1220 | 16336 | 88807 | 59281 | 274529 |
| 36 | 24   | 1221 | 15523 | 87868 | 56977 | 277305 |
| 37 | 20   | 1221 | 14768 | 86847 | 54564 | 279473 |
| 38 | 14   | 1221 | 14040 | 85782 | 52201 | 281187 |
| 39 | 9    | 1220 | 13391 | 84468 | 49980 | 282474 |
| 40 | 7    | 1220 | 12707 | 83145 | 47804 | 283171 |
| 41 | 6    | 1220 | 12048 | 81707 | 45958 | 283521 |
| 42 | 4    | 1220 | 11481 | 80284 | 43918 | 283487 |
| 43 | 4    | 1220 | 10871 | 78778 | 42078 | 283102 |
| 44 | 4    | 1220 | 10352 | 77358 | 40474 | 282155 |
| 45 | 3    | 1220 | 9866  | 75778 | 38921 | 280866 |
| 46 | 3    | 1219 | 9344  | 74095 | 37333 | 279396 |
| 47 | 2    | 1219 | 8883  | 72396 | 35789 | 277691 |
| 48 | 2    | 1219 | 8403  | 70882 | 34337 | 275581 |
| 49 | 1    | 1219 | 7992  | 69293 | 33035 | 273277 |
| 50 | 1    | 1219 | 7625  | 67646 | 31632 | 270763 |
| 51 | 1    | 1219 | 7267  | 66023 | 30411 | 268179 |
| 52 | 1    | 1218 | 6896  | 64377 | 29157 | 265289 |
| 53 | 1    | 1218 | 6539  | 62907 | 28136 | 262363 |
| 54 | 1    | 1218 | 6205  | 61347 | 26963 | 259455 |
| 55 | 1    | 1218 | 5882  | 59761 | 25852 | 256252 |
| 56 | 1    | 1218 | 5588  | 58182 | 24825 | 253298 |
| 57 | 1    | 1218 | 5282  | 56668 | 23979 | 250032 |
| 58 | 1    | 1217 | 5018  | 55053 | 23042 | 246490 |
| 59 | 1    | 1217 | 4768  | 53619 | 22216 | 242923 |
| 60 | 1    | 1217 | 4531  | 52175 | 21505 | 239119 |
| 61 | 1    | 1217 | 4304  | 50689 | 20690 | 235571 |
| 62 | 1    | 1217 | 4079  | 49258 | 19861 | 231991 |

|     |   |      |      |       |       |        |
|-----|---|------|------|-------|-------|--------|
| 63  | 1 | 1217 | 3882 | 47876 | 19106 | 228293 |
| 64  | 1 | 1217 | 3671 | 46439 | 18425 | 224712 |
| 65  | 1 | 1217 | 3522 | 45063 | 17779 | 220922 |
| 66  | 1 | 1217 | 3342 | 43751 | 17273 | 217249 |
| 67  | 1 | 1217 | 3141 | 42370 | 16751 | 213538 |
| 68  | 1 | 1217 | 2998 | 41110 | 16152 | 209781 |
| 69  | 1 | 1217 | 2860 | 39911 | 15683 | 205980 |
| 70  | 1 | 1216 | 2721 | 38732 | 15192 | 202398 |
| 71  | 1 | 1216 | 2573 | 37598 | 14794 | 198804 |
| 72  | 1 | 1216 | 2432 | 36396 | 14342 | 195210 |
| 73  | 1 | 1215 | 2326 | 35311 | 13900 | 191580 |
| 74  | 1 | 1215 | 2203 | 34171 | 13453 | 187917 |
| 75  | 1 | 1215 | 2087 | 33139 | 13137 | 184468 |
| 76  | 1 | 1215 | 1967 | 32134 | 12726 | 180962 |
| 77  | 1 | 1215 | 1869 | 31097 | 12275 | 177643 |
| 78  | 1 | 1215 | 1771 | 30234 | 11996 | 174259 |
| 79  | 1 | 1214 | 1675 | 29351 | 11698 | 171009 |
| 80  | 1 | 1214 | 1608 | 28490 | 11421 | 167672 |
| 81  | 1 | 1214 | 1536 | 27634 | 11116 | 164258 |
| 82  | 1 | 1214 | 1457 | 26774 | 10822 | 161125 |
| 83  | 1 | 1214 | 1376 | 25996 | 10583 | 158006 |
| 84  | 1 | 1214 | 1308 | 25200 | 10427 | 154911 |
| 85  | 1 | 1214 | 1244 | 24510 | 10253 | 151927 |
| 86  | 1 | 1213 | 1189 | 23801 | 9969  | 148778 |
| 87  | 1 | 1212 | 1134 | 23066 | 9732  | 145912 |
| 88  | 1 | 1212 | 1081 | 22405 | 9533  | 143195 |
| 89  | 1 | 1212 | 1045 | 21708 | 9390  | 140320 |
| 90  | 1 | 1212 | 1002 | 21032 | 9233  | 137549 |
| 91  | 1 | 1212 | 947  | 20416 | 9146  | 134758 |
| 92  | 1 | 1212 | 897  | 19821 | 8991  | 132209 |
| 93  | 1 | 1212 | 859  | 19286 | 8876  | 129551 |
| 94  | 0 | 1212 | 809  | 18728 | 8761  | 126872 |
| 95  | 0 | 1212 | 776  | 18128 | 8692  | 124508 |
| 96  | 0 | 1211 | 739  | 17692 | 8510  | 122185 |
| 97  | 0 | 1211 | 698  | 17202 | 8419  | 119807 |
| 98  | 0 | 1210 | 672  | 16710 | 8343  | 117648 |
| 99  | 0 | 1210 | 640  | 16262 | 8255  | 115431 |
| 100 | 0 | 1210 | 601  | 15822 | 8101  | 113167 |