УДК 378.1

ПРЕОДОЛЕНИЕ ЛОЖНОЙ ЭВРИСТИКИ НЕПРЕРЫВНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ДИСКРЕТНО-СОБЫТИЙНОГО ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

О.Н. Ярыгин, кандидат педагогических наук, доцент

М.В. Кондурар, аспирант

Тольяттинский государственный университет, Тольятти (Россия)

Ключевые слова: дискретная система, непрерывная система, имитационное моделирование, метод статистических исследований.

Аннотация: В работе рассматривается способы преодоления ложной эвристики непрерывности и других при переходе к изучению сложных систем при интегративном изучении дискретной математики и информационного моделирования. Описываются примеры решения задач с помощью дискретно-событийных компьютерных моделей. Сравнением с непрерывными моделями показана неадекватность последних во многих случаях, когда их применение считалось вполне естественным.

Компьютерные модели содержат «знания» об объекте в виде математических формул, таблиц, графиков, баз данных и знаний. Они позволяют изучать поведение системы при изменении внутренних характеристик и внешних условий, проигрывать сценарии, решать задачу оптимизации. Однако каждая компьютерная реализация соответствует конкретным, заданным параметрам системы. Наиболее общими и абстрактными являются математические модели.

Математические модели описывают целый класс процессов или явлений, которые обладают сходными свойствами, или являются изоморфными, при этом одними и теми же уравнениями могут описываться процессы самой разной природы. Например, образование скоплений галактик в далеком космосе и образования пятен планктона в океане, накопление воды в бассейне и заряд электрического конденсатора, намагничивание металлического стержня и рост популяции животных.

В таких случаях, если удается сформулировать универсальную модель, то для исследования можно применить весь арсенал математики, накопленный за тысячелетия её развития. Чем более сложными становятся исследуемые объекты и процессы, тем сложнее найти математические абстракции, подходящие для их формализации. Можно сказать, что в биологию, геологию и другие «описательные науки» математика пришла по настоящему только во второй половине XX века. Первые попытки математически описать биологические процессы относятся к моделям популяционной динамики. Эта область математической биологии и в дальнейшем служила математическим полигоном, на котором «отрабатывались» математические модели в разных областях биологии. В том числе модели эволюции, микробиологии, иммунологии и других областей, связанных с клеточными популяциями.

Самая первая известная модель, сформулированная в биологической постановке, – знаменитый ряд, который приводит в своем труде Леонардо Фибоначчи Пизанский в 1202 г. Это ряд чисел, описывающий количество пар кроликов f_n, возрастающее каждый месяц, при условиях, что кролики способны к размножению со второго месяца жизни, и каждый месяц взрослая пара даёт потомство в виде ровно одной пары кроликов. Ряд представляет последовательность чисел: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89,...., называемую последовательностью Фибоначчи и являющуюся моделью роста «популяции кроликов»:

$$f_0 = f_1 = 1; \quad f_n = f_{n-1} + f_{n-2}\,.$$

Модель Фибоначчи служит прекрасным примером существования явной непрерывной функции описывающей поведение дискретной системы. Модель, представляющая собой описанную выше последовательность, оставалась рекуррентной вплоть до конца XVII века, когда А. де Муавром, а затем Н. Бернулли была выведена формула n-го элемента последовательности. Формула была вновь получена и разносторонне исследована Ж. Бине в начале XIX века, и именно под его именем вошла в историю математики. Формула Бине выражает в явном виде значение f_n как функцию от n:

$$f_n = \frac{\varphi^n - \hat{\varphi}^n}{\sqrt{5}}\,,$$

где $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$; $\hat{\varphi} = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. Примечательно, что φ есть не что иное как «золотое сечение». Благодаря этой формуле возникла возможность изучать последовательность Фибоначчи и ей подобные методами, применяемыми к непрерывным функциям, а не только алгоритмически. Однако стоит обратить внимание на то, что для совершения этого шага потребовалось более пятисот лет и что сделан он великими математиками. Что же делать в тех случаях, когда рекуррентные формулы не удается привести к функции, явно выражающей значение члена последовательности через его номер?

При изучении методов моделирования сложных систем студентами физико-математических и ИТ-специальностей нередко приходится сталкиваться с неверным представлением будущих математиков и разработчиков компьютерных моделей о том, что дискретные модели, в том числе и реализуемые компьютерными программами, аппроксимируют значения непрерывных параметров систем. Действительно, исследование непрерывных моделей оказывается более привлекательным, благодаря наличию необъятного океана методов высшей математики, разработанных для непрерывных функций и переменных, в то время как, работа с рекуррентными соотношениями мало изучается в традиционных университетских курсах. Кроме того, далеко не всегда удается свернуть рекуррентные формулы, чтобы получить явные функции от времени, описывающие рассматриваемую систему. Но выбор в пользу непрерывных моделей, совершаемый на основе сказанного, равносилен желанию искать там, где светлее, а не там, где может находиться решение.

Следует различать случай рассмотрения дискретной модели, то есть модели, предусматривающей изменение состояния системы S_t в момент t, на состояние $S_{t+\Delta t}$ в момент $(t+\Delta t)$, и случай непрерывной модели, задающей состояние системы как непрерывную функцию $S(t)$, наблюдаемую в дискретные моменты времени. В случае непрерывной модели система за тот же заданный промежуток времени Δt пройдет все промежуточные состояния от $S(t)$ до $S(t+\Delta t)$, то есть в момент $(t+\alpha\Delta t)$, при $0 < \alpha < 1$, будет находиться в состоянии $S(t+\alpha\Delta t)$, тогда как в дискретной модели такое состояние невозможно. Правильнее сказать, что такое состояние невозможно в реальной системе, которая представляется с помощью дискретной модели. Например, попытка описать непрерывной функцией $P(t)$ количество особей в популяции с целью дальнейшего дифференцирования этой функции, для моделирования *скорости* изменения этого количества, неадекватна реальной системе, так как для получения производной требуется предположить возможность бесконечно малого изменения $P(t)$ за бесконечно малое время. Но в случае численности популяции изменение функции $P(t)$ происходит дискретно, с шагом не менее 1. Само понятие скорости изменения применимо к дискретной системе, лишь с оговоркой, что имеется ввиду изменение состояния в некоторую заданную (а не произвольно выбранную!) единицу времени, и следует говорить о шаге изменения, предполагая, что переход из состояния S_t в состояние S_{t+1} происходит мгновенно, но затем система находится в состоянии S_{t+1} в течение времени Δt.

Описанная ситуация проявляется, например, при изучении моделей народонаселения, предложенных Т. Мальтусом и П. Ферхюльстом [1].

Классическая модель роста народонаселения, предложенная Т. Мальтусом, учитывает лишь то, что в начальный момент популяция имеет численность P_0 и прирост популяции ΔP пропорционален её объему P, то есть $\Delta P = \beta P$, где β – коэффициент прироста, выражающий разницу между коэффициентом рождаемости и коэффициентом смертности.

В реальности процесс изменения народонаселения является дискретным и описывается рекуррентной формулой:

$$P(0) = P_0,\ P(t) = P(t-1) + \Delta P(t-1) = (1+\beta)P(t-1), \quad (1)$$

где t=0,1,2,…–дискретное время.

Формулы (1) позволяют получить явное выражение $P(t)$:

$$P(t) = (1+\beta)^t P_0. \quad (2)$$

Если же на основе описания Мальтуса построить непрерывную модель, то получим дифференциальное уравнение

$$\dot{P}(t) = \beta P(t), \quad P(0) = P_0,$$

решением которого будет функция

$$P(t) = P_0 e^{\beta t}. \quad (3)$$

Сравнение формул (2) и (3) показывает, что при возрастании t результаты моделирования все более различаются. Какую же модель предпочесть? Как ни странно, среди опрошенных студентов-математиков, владеющих дифференциальными уравнениями, предпочтение отдается именно формуле (3). Когда же их внимание обращается на неадекватность непрерывной модели самой дискретной природе исследуемого явления, выдвигается аргумент, состоящий именно в том, что *дискретная модель лишь аппроксимирует непрерывную*, хотя на деле, все наоборот.

Для убеждения в неправильности столь поспешного вывода прекрасно служит модель того же процесса роста народонаселения, предложенная П. Ферхюльстом, учитывающая ограничение окружающей среды, способной «обеспечить» только население по количеству равное $\tilde{P}$. То есть при $P > \tilde{P}$, возникает тенденция к снижению числа P, а при $P < \tilde{P}$ – тенденция к росту числа P. Для отражения такого условия в модель вводится дополнительный коэффициент μ, зависящий от P:

$$\Delta P = \beta\mu(P)P,$$

где $\mu(P) = \dfrac{\tilde{P} - P}{\tilde{P}}$ – задает знак и скорость изменения P, уменьшая его пропорционально величине $(P - \tilde{P})$, при $P > \tilde{P}$ отражающей нехватку жизненных ресурсов, или увеличивая P пропорционально величине $(\tilde{P} - P)$, при $P < \tilde{P}$ отражающей избыток жизненных ресурсов.

Дифференциальное уравнение для непрерывной модели и его решение имеют вид:

$$\dot{P}(t) = \beta\frac{\tilde{P} - P(t)}{\tilde{P}}P(t), \quad P(0) = P_0, \quad (4)$$

$$P(t) = \frac{\tilde{P}P_0 e^{\beta t}}{\tilde{P} - P_0(1 - e^{\beta t})}.$$

Полученное решение имеет горизонтальную асимптоту $P = \tilde{P}$, и это означает, что если $P_0 > \tilde{P}$, то всегда $P(t) > \tilde{P}$, а если $P_0 < \tilde{P}$, то всегда $P(t) < \tilde{P}$. На рисунке 1 представлены графики изменения численности P начиная с P_0=150000 (ряд 1) и P_0=1000 (ряд 2), при $\tilde{P} = 70000$.

Дискретная модель, учитывающая условия Ферхюльста, задается формулами:

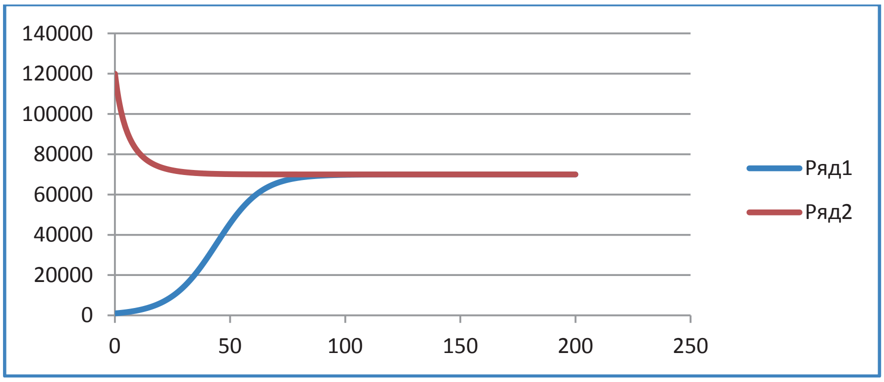
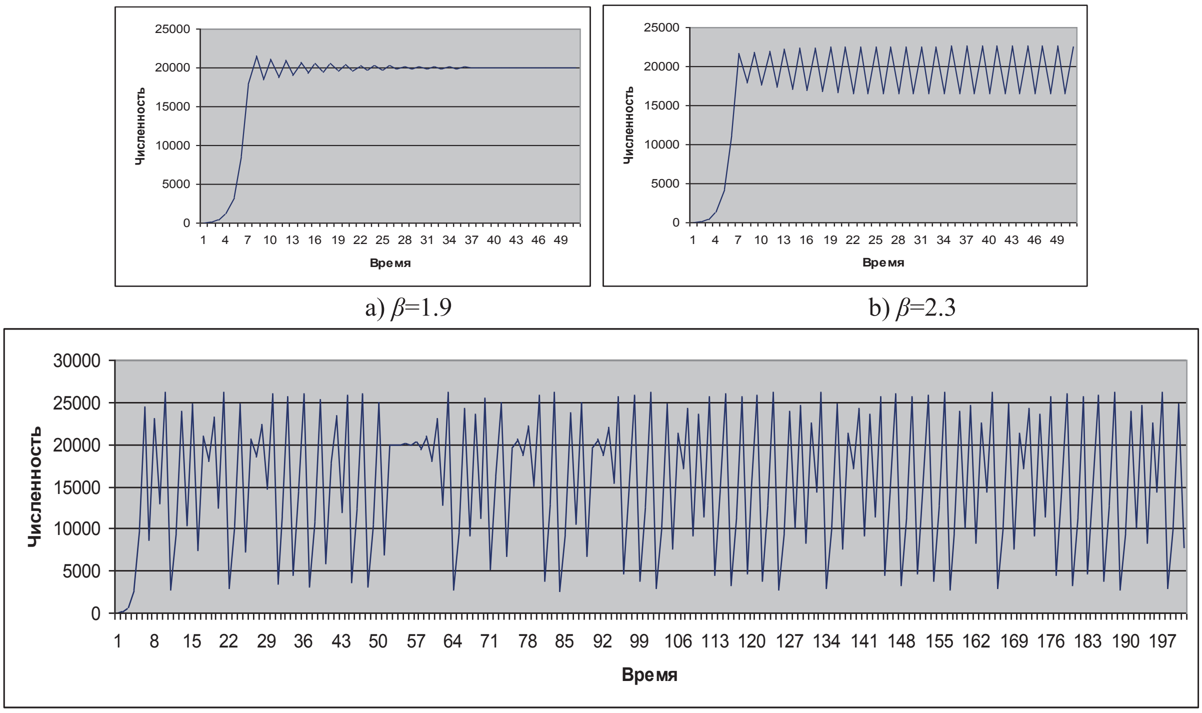


Рис.1. *Асимптотическое поведение непрерывной модели Ферхюльста*



a) β=1.9

b) β=2.3

c) β=2.9

Рис. 2. *Диаграммы изменения численности населения P*

$$P(t)=P(t-1)+\beta\frac{\tilde{P}-P(t-1)}{\tilde{P}}P(t-1), \quad P(0)=P_0. \quad (5)$$

Это как раз тот случай, когда явное выражение функции $P(t)$ вывести не удается [1]. Но формулы (4) и (5) позволяют построить имитационную модель общедоступными средствами (MS Excel) и получить график изменения численности P при различных значениях параметра β. Если непрерывная модель «подтверждает» асимптотические свойства функции $P(t)$, то дискретная модель демонстрирует более сложное поведение системы при различных значениях параметра β (Рисунок 2, P_0=50, $\tilde{P}$=20000).

Важнейшим отличием дискретной имитационной модели от непрерывной является адекватное отражение *возможности перехода численностью P уровня* $\tilde{P}$*=20000*, как снизу вверх, так и сверху вниз, и выявление различных типов поведения системы. При этом могут возникать затухающие колебания (a), устойчивые колебания (b), сложная цикличность с периодом от t=106 до t=137 и т.д. (c), или хаотичное поведение, ведущее к гибели популяции.

Рассмотренный пример показывает неадекватность применения непрерывной модели для исследования системы, имеющей дискретную природу.

Другим примером проявления той же ложной эвристики могут служить экономические модели, которые строятся для объяснения явлений в реальных экономических системах, то есть для исследования их поведения в изменяющихся условиях. При этом незначительные изменения параметров модели могут приводить к значительным изменениям результатов моделирования, то есть приводят к другой модели, имеющей иные свойства. В этом случае наблюдается структурная неустойчивость модели, присущая и самой реальной системе. Ярким примером такой системы и её модели является экологическая модель «хищники-жертвы», которую многие исследователи рассматривают в приложении к экономическим системам [2]. Так в литературе по динамике городского хозяйства, рассматриваемого как единая система, модель используется для описания малых городских ареалов. При этом переменная x – означает плотность землепользования, y – земельную ренту, a, b, x_1, y_1 – некоторые параметры городской системы. Таким образом, система описывает динамику спроса – предложения земельной ренты с учетом будущих процентов при частично совпадающих ожиданиях землепользователей и владельцев земли:

$$\frac{dx}{dt} = a(y_1 - y)x\,, \quad \frac{dy}{dt} = b(x - x_1)y \tag{6}$$

Другой известной экономической моделью, аналогичной модели «хищники-жертвы», является модель описания классового расслоения общества, в котором система «хищники-жертвы», отражает классовую борьбу. Таким образом, модель «хищники-жертвы» представляет особый интерес как одна из универсальных моделей динамической системы с обратными связями.

Рассматриваемая реальная система является динамической, но остается детерминированной, так как коэффициенты рождаемости и смертности хищников и жертв считаются заданными. Понятно, что эти величины определены статистически и являются лишь усредненными значениями некоторых недетерминированных величин. Однако на данном уровне детализации достаточно ограничится такими оценками для получения представления о поведении системы в целом при различных соотношениях указанных параметров. Математическая модель динамического взаимодействия популяции разработана американским математиком А. Лоткой (A.J. Lotka) в 1925 г. и независимо от него итальянским математиком В. Вольтеррой (V. Volterra) в 1926 г., представляет собой систему дифференциальных уравнений, получившую название *уравнений Лотки-Вольтерры (Lotka-Volterra equations)*.

Рассматривается закрытая область расселения двух видов животных – травоядных и хищников. Ввиду замкнутости области животные не покидают данной области и не прибывают извне. Предполагается, что растительности для травоядных животных достаточно, и она возобновляется быстрее, чем поедается. Задается коэффициент рождаемости травоядных α. Количество травоядных (жертв) обозначается через x. Для *упрощения* задачи предполагается, что количество жертв изменяется *непрерывно*. То же предположение распространяется и на количество хищников, хотя *в реальной системе эти величины являются дискретными*. Такое предположение обосновывается надеждой на то, что результат решения от этого качественно не изменится. Тогда, *скорость прироста* популяции травоядных может быть выражена величиной $\frac{dx}{dt}$, а уравнение изменения количества травоядных в отсутствие причин для вымирания примет вид: $\frac{dx}{dt} = \alpha x$, что отражает пропорциональность скорости роста популяции количеству травоядных x с указанным выше коэффициентом α. Количество хищников, обозначается y. При отсутствии иных причин кроме старения y будет убывать пропорционально численности с коэффициентом γ, задающим уровень смертности хищников. При этом математическая модель для скорости изменения величины y имеет вид

$$\frac{dy}{dt} = -\gamma y\,.$$

Хищники питаются травоядными, и тем самым уменьшают численность последних, в результате чего возникает недостаток питания и это снижает рождаемость хищников. Количество взаимодействий хищников и жертв пропорционально произведению xy. Встречи приводят к гибели травоядных в части встреч, задаваемой коэффициентом β. Взаимодействия обеспечивают рождаемость хищников с коэффициентом δ. С учётом этих факторов, скорость прироста численности травоядных уменьшается на величину βxy, а скорость вымирания хищников уменьшается на величину δxy. В результате получается система уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy$$
$$\frac{dy}{dt} = -\gamma y + \delta xy\,,$$

вид которой не отличается от системы (6).

Представленная математическая модель изучена в теории дифференциальных уравнений и позволяет аналитически исследовать поведение функций $x(t)$ и $y(t)$. Однако, помня о предположении непрерывности этих функций, которое не соответствует дискретности реальной системы, требуется проверить полученное решение для дискретного изменения количеств хищников и жертв. Это можно выполнить с помощью систем имитационного моделирования. Кроме того, с помощью имитационного моделирования можно экспериментировать с различными параметрами системы и визуально отображать изменения количеств хищников и травоядных с течением времени.

Для моделирования с помощью электронных таблиц требуется дискретная модель рассматриваемого процесса взаимодействия популяций. Если отказаться от предположения непрерывности изменения количеств $x(t)$ и $y(t)$ и перейти к дискретному времени $t_{k+1}=t_k+\Delta t$, где Δt – шаг дискретизации времени, то вместо системы уравнений Лотки-Вольтерры получим систему рекуррентных уравнений:

$$x_0=X\,,\ y_0=Y,$$

$$x_{k+1}=x_k+\alpha\, x_k - \beta\, x_k\, y_k\,,$$

$$y_{k+1}=y_k - \gamma\, x_k + \delta\, x_k\, y_k\,,$$

	A	B	C	D	E	F	H	I
1	Цикл	Кол-во кроликов (x)	Кол-во рысей (y)		Параметры системы		Регулятор	Масштаб
2	0	500	50		alfa	0,1	10	100
3	1	527,0	53,0		beta	0,0009	9	10000
4	2	554,0	57,0		gamma	0,028	28	1000
5	3	580,0	61,0		delta	0,0002	2	10000
6	4	606,0	66,0					
7	5	630,0	72,0		Коэффициент рождаемости жертв (alfa)			
8	6	652,0	79,0		Эффективность охоты хищников на добычу (beta)			
9	7	670,0	87,0		Коэффициент смертности хищников (gamma)			
10	8	684,0	96,0		Коэффициент рождаемости хищников (delta)			
11	9	693,0	106,0					
12	10	696,0	117,0		$x_{k+1}= x_k+a\,x_k - b\,x_k\,y_k$			
13	11	692,0	130,0		$y_{k+1}= y_k - g\,x_k + d\,x_k\,y_k$			
14	12	680,0	144,0		$x_0=X$, $y_0=Y$			
15	13	659,0	159,0					
…	…	…	…	…	…	…	…	…
177	175	6,0	495,0					
178	176	3,0	480,0					
179	177	2,0	466,0					
180	178	1,0	452,0					
181	179	0,0	438,0					
…	…	…	…	…	…	…	…	…
250	248	0,0	43,0					
251	249	0,0	41,0					
252	250	0,0	39,0					
…	…	…	…	…	…	…	…	…

Рис. 3. *Дискретная модель «хищники – жертвы»*

Обратим внимание, что для рекуррентных уравнений необходимо задание начальных значений переменных в момент $t=0$. Таким образом, увеличение численности травоядных в единицу времени (изменение численности от x_k до x_{k+1} за единицу времени) происходит за счет рождения новых особей (скорость размножения на количество особей), а уменьшение – за счет гибели при встрече с хищниками (эта величина пропорциональна численности травоядных, численности хищников и вероятности того, что жертва при этой встрече погибнет $\beta=0{,}001$). Увеличение популяции хищников (изменение численности от y_k до y_{k+1} за единицу времени) определяется коэффициентом δ (величина, указывающая на «прирост», получаемый популяцией хищников за счет поедания одной жертвы) и пропорционален количествам жертв и хищников. Подчеркнем, что как величина прироста, так и величина убыли за время должны быть целыми.

Имитационная модель в MS Excel отражает дискретные состояния системы, которые описываются количеством хищников (столбец С) и количеством жертв (столбец В) в k-й период (строка с соответствующим номером в столбце А). Исходные значения переменных задаются в ячейках В2 и С2. В ячейках В3 и С3 задаем формулы, позволяющие вычислить количества особей на следующий период:

В3=ЦЕЛОЕ(B2+$F$2*B2–$F$3*B2*C2),

C3=ЦЕЛОЕ(C2+$F$5*C2*B2–$F$4*C2).

В этих формулах используются коэффициенты, заданные в следующих ячейках: α – в F2, β – в F3, γ – в F4, δ – в F5.

Для того, чтобы можно было динамически наблюдать изменения поведения модели при изменении параметров системы, используются средства управления значениями данных ячеек, называемые «Полоса прокрутки».

После задания всех представленных формул остается только выделить диапазон A3:C3 и «растянуть» его до строки 252. В результате получим модель представленную на рис. 3.

Модель отражает поведение системы в течение 250 циклов. Графически результаты моделирования представляются с помощью «точечной» диаграммы, построенной по диапазону A1:C252. Полученное решение показывает, что при заданных параметрах популяция жертв (кроликов) вымирает на 180 цикле, после чего неминуемо погибает от голода и популяция хищников (приблизительно к 300 циклу).

Моделирование с помощью дифференциальных уравнений отражает картину неадекватно, что становится видным из сравнения результатов дискретного (рис. 4) и непрерывного моделирования (рис. 5). Непрерывная модель отличается от дискретной лишь формулами для изменяющихся численностей:

B3=B2+$F$2*B2–$F$3*B2*C2,

C3=C2+$F$5*C2*B2–$F$4*C2.

За счет того, что численность в промежуточные моменты может иметь дробные значения, изменяется и *поведение системы*. Хотя характер его остается тем же, то есть колебательным, но результат может существенно отличаться. Непрерывная модель, как видно из графика на рис. 5, показывает, что популяция кроликов выживает, а, следовательно, выживают и рыси, численность которых, снизившись до 28 к 270 циклу, вновь начинает возрастать, и к 280 циклу становится равной 33.

Таким образом, выявляется существенное различие дискретной и непрерывной моделей. Важно отметить, что, в данном случае, не дискретная модель является аппроксимацией для непрерывной, как это обычно представляется, а непрерывная модель является аппроксимацией для дискретной, причем аппроксимацией грубой.

Для сравнения поведения моделей рассмотрим фазовую картину изменения численности популяций хищников и жертв в системе координат *Oxy*.

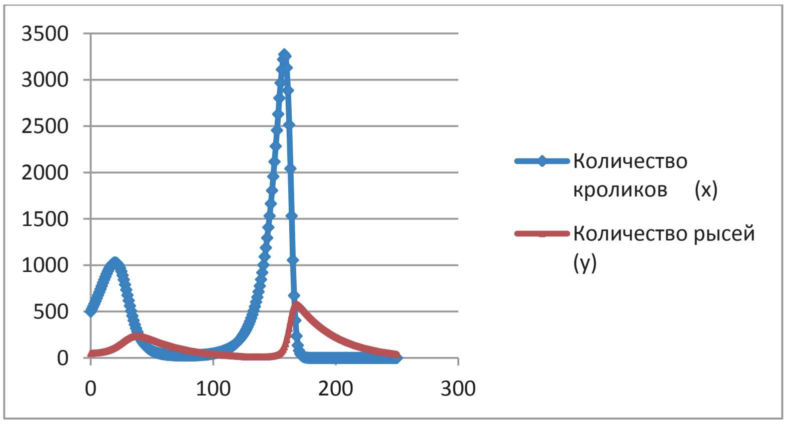


Рис. 4. *Графический вид результатов дискретного моделирования*

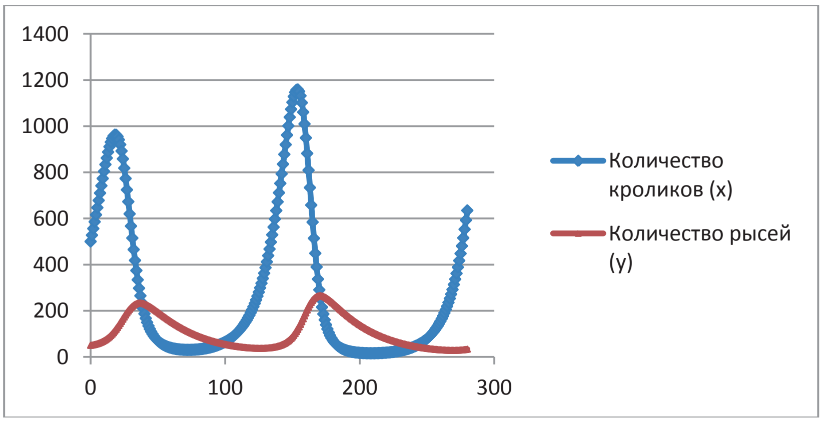
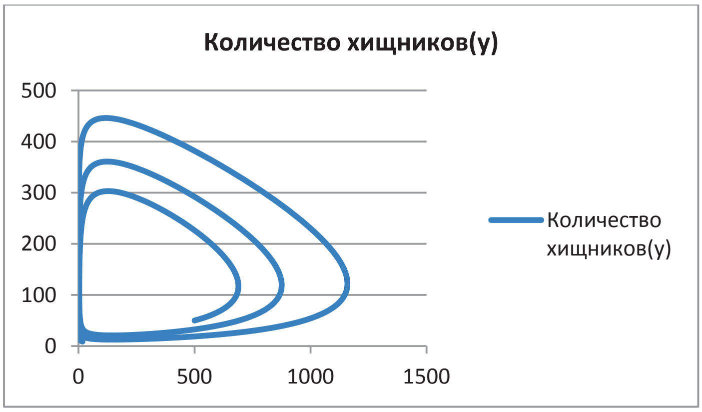
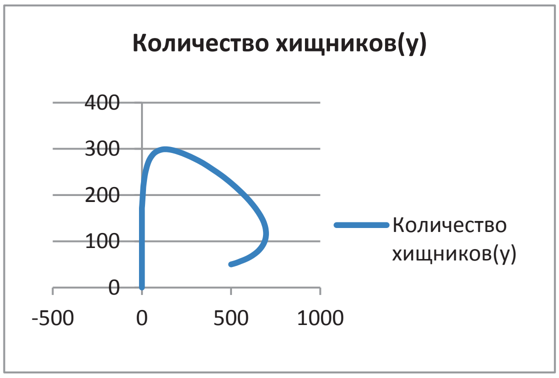


Рис. 5. *Графический вид результатов непрерывного моделирования*



a)



b)

Рис. 6. *Сравнение непрерывной (a) и дискретной (b) моделей динамики популяций*

Как видно по графикам на рисунке 6, непрерывная модель показывает, что «жизнь популяций» будет продолжаться, причем численности убывают до всё меньших значений, и возрастают до все больших значений (рис. 6, а). При этом, популяция кроликов «возрождается» из количества кроликов, например, равного 0,707877 на 228 итерации до 1157,8047 на 345 итерации, и вновь, «почти» вымерев, до 0,0657 на 410 итерации вырастает до 1621,071 на 554 итерации. Такие результаты не соответствуют поведению реальной системы, так как из 0,0657 кролика не может вновь вырасти популяция, несмотря на всю плодовитость этих животных. Неадекватность поведения модели следует из предположения непрерывности функций $x(t)$ и $y(t)$. Дискретная модель демонстрирует хоть и пессимистическую, но адекватную картину (рис. 6, b). Начав с тех же начальных значений x=500, y=50, при тех же коэффициентах, характеризующих реальную систему, популяции в дискретной модели «вымирают» на 128 итерации : $x_{128}=y_{128}=0$. Именно описание поведения дискретной системы с помощью дискретной модели оказывается адекватным, хотя результаты её прогноза весьма печальны как для жертв, так и для хищников.

Непрерывный случай задачи Лотки-Вольтерры исследуется и широко обсуждается, причем рассматриваются варианты различных автоколебательных процессов, различные способы уточнения модели, за счет дополнения новых непрерывных функций в систему дифференциальных уравнений. При этом редко анализируется применимость самого аппарата дифференциального исчисления для исследования дискретных систем, каковыми являются взаимодействующие популяции. Переход в условии задачи от численностей популяций к плотности заселения позволяет, казалось бы, разрешить дробные значения для функций $x(t)$ и $y(t)$, но не делает их непрерывными, а только уменьшает шаг дискретизации до $1/S$, где S – площадь ареала обитания.

Таким образом, представленное решение демонстрирует еще один пример конструктивного системного применения дискретной математики и информатики (имитационного моделирования) для решения проблем, традиционно решаемых неадекватными методами.

Другие примеры задач, традиционно решаемых «непрерывными методами», представляют известные задачи о стрелках часов. Когда школьникам предлагается задача о часовой и минутной стрелке, то на вопрос «Когда стрелки будут совпадать?» принимается ответ: «в момент 0 часов 0 минут, и далее каждые один и одну одиннадцатую часа». Но это неверно, уважаемые учителя математики. Предположение о непрерывности движения часовых стрелок с постоянной угловой скоростью неадекватно рассматриваемой системе, издающей звуки «тик-так». Мы имеем дело только с дискретными часами, даже если они электронные. Поэтому следует рассматривать дискретную, а не непрерывную модель. А исследовать её придется с помощью компьютерной модели. И тогда будет получен результат, что действительно, в 1 час 5 минут и 27 секунд минутная стрелка на некоторое время застынет в одном направлении с часовой стрелкой, а затем это произойдет в 2 часа 10 минут и 55 секунд. К сожалению, здесь не удается сказать «и так далее», потому что ответ зависит от дискретизации перемещения стрелок. Но в данном случае непрерывная модель, действительно, дает хорошее приближение для правильного решения. Еще ярче разница исследования реальной системы по непрерывной и дискретной модели проявляется в задаче о трех стрелках часов: в какие моменты времени будут совпадать по направлению часовая, минутная и секундная стрелки. Непрерывная модель дает однозначный ответ, принимаемый на всех «математических олимпиадах» школьников: совпадение возможно только в момент 0 часов 0 минут 0 секунд, и будет повторяться каждые 12 часов. Этот ответ относится к несуществующим «непрерывным» часам. В то время как дискретная модель, требующая задания дискретизации движения стрелок, позволяет указать время совпадения трех стрелок, если такое происходит при заданных шагах дискретизации. Вновь имитационное моделирование позволяет отказаться от исследования модели, для которой имеется математический аппарат, и исследовать реальную динамическую систему при всей её сложности.

Приведенные примеры демонстрируют работоспособность подхода, заявленного в названии статьи, состоящего в том, чтобы преодолевать ложные эвристики при переходе от простых к сложным (динамическим, недетерминированным) системам и решать задачи с помощью математического описания элементов рассматриваемой системы с последующим имитационным моделированием. Описанные подходы успешно применяется при изучении методов моделирования как студентами-математиками и будущими IT-разработчиками, так и студентами менеджерских направлений (менеджмент, экономика, логистика, управление цепями поставок) [2, 3]. При этом важно отметить, что уровень используемого математического аппарата не снижается, но его применение передается системе моделирования, содержащей как модули реализации различных вероятностных распределений, так и модули статистической обработки результатов множественных сеансов моделирования. С одной стороны, речь идет о своеобразном «численном методе», позволяющем находить приближенные решения для «непрерывных систем», но, с другой стороны, само построение имитационной модели, во-первых, позволяет лучше осмыслить поставленную задачу, во-вторых, позволяет найти решение для дискретной системы, и, в-третьих, помогает найти и её аналитическое решение.

Для формирования и развития компетентности в аналитической деятельности будущих исследователей крайне важным оказывается выявление и преодоление «ложных эвристик», которые, с одной стороны, являются проверенными ментальными моделями, а с другой стороны, оказываются препятствиями для поиска правильного решения. Таким образом, изучение дискретно-событийного имитационного моделирования, основанного на взаимосвязанном изучении дискретной математики и компьютерного моделирования, формирует индуктивную и алгоритмическую компетентности будущих инженеров и исследователей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павловский Ю.Н., Белотелов Н.В., Бродский Ю.И. Имитационное моделирование. – М.: Изд. центр «Академия». – 2008. – 236 с.
2. Ярыгин О.Н., Коростелев А.А., Роганов Е.С. Оптимизация управленческих решений в менеджменте и логистике. –Тольятти: Кассандра, 2013. – 214 с.
3. Ярыгин О.Н., Ярыгин А.Н. Дискретная математика как инструмент формирования интеллектуальной компетентности. Монография – М.: Изд-во МГУПП, 2011.– 360 с. -илл.: 48 – ISBN 978-5-9920-0149-5.

OVERCOMING OF CONTINUITY FALSE HEURISTIC BY DISCRETE EVENT SIMULATION

O.N. Yarygin, Ph.D., Associate Professor
M.V. Kondurar, Postgraduate Student
Togliatti State University, Togliatti (Russia)

Keywords: discrete-time system , continuous system, simulation, the method of statistical research.

Annotation: In this paper we consider the ways of overcoming of the continuity heuristics and other false heuristics in research of complex systems in an integrative study of discrete mathematics and information modeling. Describes examples of problem solving using discrete-event computer simulations. Comparing discrete-event models with continuous models shows inadequacy of last in many cases.