

**ПОРІВНЯННЯ ТОЧНОСТІ ПІДРАХУНКУ ЧИСЛА π У
СИСТЕМАХ МОДЕЛЮВАННЯ OPENGPSS, GPSS\WORLD ТА
ANYLOGIC**

Д.Г. Діденко

*Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного
аналізу»*

*Національний технічний університет України «Київський політехнічний
інститут», Україна*

Вступ

Використання імітаційного моделювання – це один з сучасних методів аналізу роботи складних систем. Для проведення повторюваних комп'ютерних прогонів стохастичних моделей використовуються події, які отримані від датчиків псевдовипадкових чисел (ДПЧ). Тому якість псевдовипадкових послідовностей має велике значення при отриманні достовірних повторюваних результатів. І хоча ДПЧ раніше вже досліджувалися в [1, 2], але деякі аспекти прикладного застосування були показані не повністю. В докладі розглядаються сучасні дискретні системи імітаційного моделювання OpenGPSS (<http://www.simulation.kiev.ua>) [1, 3], GPSS\World [4] та AnyLogic [5].

Опис Методу Монте-Карло

Існує багато варіантів підрахунку числа π . Одним із самих простих та зрозумілих є використання чисельного методу Монте-Карло (іноді його називають методом статистичних випробувань) [5-8]. Цей метод дуже наглядний, особливо при використанні 2D-анімації.

Візьмемо квадрат зі стороною $a=2R$ та впишемо в нього коло з радіусом R . Потім випадковим чином починаємо ставити точки всередині квадрата. Геометрично, ймовірність P_1 того, що точка потрапить у коло дорівнює відношенню площ кола та квадрата:

$$P_1 = \frac{S_{\text{кола}}}{S_{\text{квадрата}}} = \frac{\pi \cdot R^2}{a^2} = \frac{\pi \cdot R^2}{(2 \cdot R)^2} = \frac{\pi \cdot R^2}{4 \cdot R^2} = \frac{\pi}{4}.$$

З іншого боку, ймовірність попадання у коло можна порахувати після проведення чисельного експерименту, як відношення кількості точок, що потрапили до кола по відношенню до загальної кількості точок:

$$P_2 = \frac{N_{\text{точок у колі}}}{N_{\text{всіх точок}}}.$$

При великій кількості точок у чисельному експерименті ймовірності задовольняють рівності:

$$\lim_{N_{\text{всіх точок}} \rightarrow +\infty} (P_2 - P_1) = 0.$$

Звідки випливає:

$$\frac{\pi}{4} = \frac{N_{\text{точок_у_колі}}}{S_{\text{всіх_точок}}}, \text{ або } \pi = \frac{4 \cdot N_{\text{точок_у_колі}}}{S_{\text{всіх_точок}}}.$$

Чим якісніше ДПЧ видають послідовність випадкових чисел, тим ближче реалізація до числа Π .

Опис лабораторного устаткування

Для всіх практичних експериментів використовувався один комп'ютер класу Intel Core Duo з процесором 2,3 ГГц та оперативною пам'яттю 3 ГБ, операційна система MS Windows XP SP3 32 біт. В якості програмного забезпечення використовувалися наступні версії систем моделювання: OpenGPSS 1.3.5.0, GPSS\World 5.2.2 та AnyLogic 6.4.1.

Відомості про імітаційні програми та проведення експерименту

При практичній реалізації методу Монте-Карло, для зручності всіх розрахунків радіус кола беремо за 1. Далі, із-за того, що у розглянутих системах моделювання зручно отримувати рівномірний розподіл з інтервалу $[0, 1]$, тоді будемо працювати не з цілим колом, а з його «додатною» чвертю.

Для кожної системи моделювання була написана тестова програма відповідною мовою GPSS та Java, що дозволяє отримати вибірку випадкових реалізацій числа Π .

В GPSS для кожної координати використовується власний ДПЧ, щоб зменшити кореляцію між псевдовипадковими числами. Початкові значення для ДПЧ №2 та №3 встановлювалися за допомогою команди RMULT. Значення бралися від 100 до 1000 з кроком 100. Тобто проводилося 55-ть експериментів з встановленою кількістю точок, а потім за цими значеннями рахувалося «значення Π », як середнє арифметичне. Також рахувалося стандартне відхилення і відносна похибка. Всі ці значення занеслися в таблицю 1.

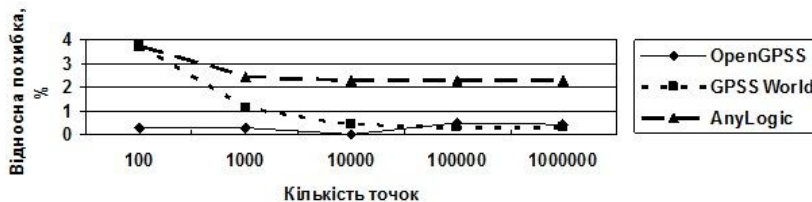
В AnyLogic для кожного експерименту встановлювалась властивість «Fixed seed» від 100 до 1000 з кроком 100. Нажаль в цій системі в налаштуваннях доступне лише встановлення одного ДПЧ, інші користувачу пропонується написати програмно мовою Java. Тому програма для AnyLogic працює тільки з одним датчиком, через звернення до рівномірного розподілу $\text{uniform}(0, 1)$ двічі для кожної точки. Для створення вихідного файлу використовувався компонент TextFile. Було проведено 100 експериментів для кожної кількості точок, результати яких також відображені в таблиці 1.

В OpenGPSS користувач крім початкового значення ДПЧ, може зручно встановлювати алгоритм генерації ДПЧ (вибрати в налаштуваннях один з п'ятнадцяти (!) широкорозповсюджених алгоритмів). Тому наведені експерименти повторювалися 15 разів, тобто для кожного алгоритму у повному обсязі. А потім, ДПЧ з найменшою сумарною похибкою (ним вийшов «GNU Compiler Collection») потрапив до таблиці 1.

Таблиця 1. Залежність значення числа Пі від кількості точок

№	Кількість точок	Значення Пі	Стандартне відхилення	Відносна похибка, %
OpenGPSS. GNU Compiler Collection				
1	100	3,149600	0,239097	0,254234
2	1000	3,150240	0,195482	0,274498
3	10000	3,141819	0,185748	0,007203
4	100000	3,156259	0,181350	0,464687
5	1000000	3,154377	0,174678	0,405279
GPSS\World				
1	100	3,263267	0,231983	3,728613
2	1000	3,176613	0,190408	1,102452
3	10000	3,155564	0,188390	0,442757
4	100000	3,150265	0,189406	0,275293
5	1000000	3,150114	0,189413	0,270496
AnyLogic				
1	100	3,264228	0,086996	3,756946
2	1000	3,219258	0,028093	2,412525
3	10000	3,214584	0,006755	2,270634
4	100000	3,215073	0,002216	2,285490
5	1000000	3,215322	0,000802	2,293075

Графік на рис. 1 відображає значення відносної похибки в залежності від кількості точок. В [5] на стор. 208 розглядається приклад розрахунку Пі методом Монте-Карло, який рахує з відносною похибкою $8 \cdot 10^{-5}$ на 3 млн. точок, але на жаль для системи AnyLogic не була досягнута така точність і на 10 млн. точок.



Висновки

1. Системи моделювання OpenGPSS, GPSS\World і AnyLogic можна використовувати для побудови стохастичних моделей досліджуваних систем з використанням методу Монте-Карло.

2. При збільшенні кількості точок в методі Монте-Карло відносно похибка зменшується, але потім залишається на одному і тому самому рівні при достатньо великій кількості випробувань.

3. Для зменшення похибки для стохастичних моделей слід використовувати декілька незалежних ДПЧ.

Література

1. Діденко Д.Г. Порівняння генераторів псевдовипадкових чисел в системах імітаційного моделювання OpenGPSS, GPSS World та AnyLogic. // Шоста науково-практична конференція з міжнародною участю «Математичне та імітаційне моделювання систем (МОДС-2011)». - Чернігів. - 2011. - С.315-318.
2. Алиев Т.И., Асафьев Г.К. Проблема сочетания генераторов псевдослучайных величин в GPSS-моделях. 2011. // Пятая всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности «Имитационное моделирование. Теория и практика (ИММОД-2011)». - г. Санкт-Петербург. - 2011. - т.1 - С.95-100.
3. Томашевский В.Н., Диденко Д.Г. Агентная архитектура распределенной дискретно-событийной системы имитационного моделирования OpenGPSS. Системні дослідження та інформаційні технології. № 4, 2006. – К.: ВПК «Політехніка», 2006. С.123–133.
4. Бражник А.Н. Имитационное моделирование: возможности GPSS WORLD. - СПб.: Реноме, 2006. - 439 с.
5. Карпов Ю. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. - СПб.: БХВ-Петербург, 2005. - 400 с.: ил.
6. Томашевский В., Жданова Е. Имитационное моделирование в среде GPSS. - М.: Бестселлер, 2003. - 416 с.
7. Лоу А.М., Кельтон В.Д. Имитационное моделирование. Классика CS. 3-е изд. - СПб.: БХВ-Петербург, 2004. - 848с., ил.
8. Томашевський В.М. Моделювання систем. - К.: Видавнична група ВНУ, 2005. - 352 с.: іл.

УДК 004.942

ЗАСТОСУВАННЯ МЕРЕЖ ПЕТРІ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ СЦЕНАРІЇВ АДАПТИВНОГО НАВЧАННЯ

І.М. Погребнюк, В.М. Томашевський

*Національний транспортний університет, Україна
Національний технічний університет України «КПІ»*

На сьогодні існує безліч прикладів Web-систем для організації дистанційного навчання, серед яких Blackboard, WebCt, Moodle, IBM LearningSpace, проте вони не використовують модель студента, що знижує якість навчального процесу й не дозволяє організувати адаптивне