

На правах рукописи



Шорников Юрий Владимирович

Прикладное математическое, алгоритмическое и программное  
обеспечение компьютерного анализа гибридных систем

05.13.11 - Математическое и программное обеспечение вычислительных  
машин, комплексов и компьютерных сетей

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора технических наук

28 МАЯ 2009

Новосибирск – 2009

Работа выполнена в государственном образовательном учреждении  
высшего профессионального образования «Новосибирский государственный  
технический университет»

Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор  
Новиков Евгений Александрович

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор  
Хабаров Валерий Иванович,

доктор технических наук, доцент  
Сениченков Юрий Борисович,

доктор технических наук, с.н.с.  
Родионов Алексей Сергеевич

Ведущая организация: Томский политехнический университет

Защита состоится 18 июня 2009 г. в 14<sup>00</sup> часов на заседании  
диссертационного совета Д 212.173.06 при Новосибирском государственном  
техническом университете по адресу: 630092, Новосибирск, пр. К. Маркса 20

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского  
государственного технического университета.

Автореферат разослан «19» апреля 2009 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Чубич В.М.

## Общая характеристика работы

Современные программно-управляемые технические системы и комплексы характеризуются сложными динамическими процессами. Часто эти процессы являются результатом решения так называемых гибридных систем (ГС), которые характеризуются как непрерывным, так и дискретным поведением. Для детального и качественного анализа таких систем применяют метод компьютерного моделирования, который является новым научным направлением и характеризуется: созданием математического, алгоритмического и программного обеспечения, разработанного на основе современных технологий вычислительного эксперимента; выбором формализма и разработкой языков спецификации математических моделей и программных средств реализации; разработкой новых способов графической интерпретации результатов моделирования; обеспечением интерактивно управляемого вычислительного эксперимента с компьютерными моделями систем разной природы. Таким образом, современные технологии компьютерного моделирования включают инструментальные средства подготовки, отладки и эффективной обработки программных моделей с визуальной интерпретацией результатов моделирования.

Универсальные передовые отечественные (MVS, AnyLogic) и зарубежные (DYMOLA, Ptolemy II и HyVisual, HyTech, Charon, Hybrid Toolbox, Simulink/Stateflow) программные комплексы моделирования ГС широко используются для анализа сложных динамических процессов. Тем не менее, с помощью этих программных комплексов в отдельных случаях не удается получать качественные результаты при решении важных практических задач.

**Актуальность темы исследований.** В известных работах Н.Н. Моисеева и Н.Н. Яненко указывается, что разработка программных средств компьютерного анализа сложных систем становится самостоятельной фундаментальной задачей исследования, которая связана с решением комплекса важных научных проблем. Особенности ГС ограничивают использование даже таких признанных мировых лидеров предметного программного обеспечения как MATLAB/Simulink с графическим языком структурных схем или современного программного комплекса Scicos с символьным языком Modelica.

Отметим особенности ГС. В некоторых случаях поверхность разрыва, определяющая смену режимов ГС, имеет острые углы, а решение проходит вблизи границы режима. Решение в этом случае может оказаться неверным, если при приближении к границе режима в алгоритме обнаружения событий не контролировать должным образом шаг интегрирования. Обычно для обнаружения событий при моделировании ГС используют метод дихотомии или применяют метод Ньютона-Рафсона для поиска корней событийной функции на границе режима. В отдельных случаях применяется метод установления для поиска корней. Однако эти методы не всегда эффективны, если их применять к так называемым односторонним событиям ГС. Данная

проблема рассматривается в работах E.A. Lee, H. Zhenq, J. Esposito, V. Kumar, G.J. Pappas, D. Harel и отечественных ученых Ю.Г. Карпова, Ю.Б. Сениченкова, Ю.Б. Колесова. Однако не все вопросы решаются в работах этих авторов.

Проблема обнаружения событий становится еще более актуальной для режимов ГС с повышенной жесткостью. Наиболее опасным для моделирования является ситуация, когда переходный участок решения лежит вблизи границы области неопределенности, и якобиан событийной функции резко возрастает. Это может привести к «проскакиванию» точки переключения с большей вероятностью, чем в гладких режимах. И в этом случае ситуация наиболее опасна для ГС с односторонними событиями. Предложенный в известных работах J. Esposito и реализованный в системах HyVisual и MATLAB метод линеаризации событийной функции с асимптотическим приближением решения к границе режима не учитывает ограничений шага по устойчивости. В то время как установившиеся участки решения в жестких режимах в виду малой производной решения контролируются только условиями устойчивости. В связи с этим проблема выбора шага с учетом точности, устойчивости и динамики событийной функции является актуальной задачей.

Отметим, что все перечисленные универсальные программные комплексы применяют неявные методы в случае режима с повышенной жесткостью, что не всегда оправдано с точки зрения вычислительных затрат и риска попадания в область неопределенности гибридной модели. Для многошаговых схем с числом шагов более двух необходимо знать предыдущие значения фазовых координат и их производные. Но в момент запуска модели и после точки разрыва при мгновенном переходе в новые локальные состояния эти значения невозможно вычислить или определить ни одним из известных методов при использовании многошаговых схем. В такой ситуации предпочтительнее применять одношаговые алгоритмы на основе явных формул.

Однако современные алгоритмы на основе явных методов в большинстве своем не приспособлены для решения жестких режимов ГС, поскольку на участке установления вследствие противоречивости требований точности и устойчивости шаг интегрирования выбирается значительно меньше допустимого. Этого можно избежать, если наряду с точностью контролировать устойчивость численной схемы. Применение явных одношаговых схем ограничено также малыми областями устойчивости. Поэтому актуальной является задача использования явных одношаговых схем с расширенными областями устойчивости с контролем точности и устойчивости.

Актуальными являются и вопросы формализма и спецификации ГС. Несомненно, удобным и наглядным изобразительным средством представления дискретных переходов на визуальной модели ГС являются карты состояний Харела. Узлами диаграмм Харела являются локальные состояния ГС. Направленные дуги с предикатами показывают переходы из локальных состояний. В интерфейсах карт поведения ГС программные модели содержат общепринятые декларации всех фазовых, алгебраических и булевых

переменных, что не относится по существу к компьютерной модели, а является необходимым атрибутом программирования. Поскольку для систем высокой размерности сектор описания типов переменных может занимать соизмеримый размер с математическим описанием, бездекларативный язык является более лаконичным и доступным для предметного пользователя. Вопросы выбора языка спецификации программных моделей не перестают быть актуальными и в настоящее время. Несомненными передовыми технологиями являются графические языки спецификаций предметных категорий. Для программных моделей ГС это диаграммы Харела, канонизированные в проекте UML и успешно развитые в системах HyVisual, MVS. Следует отметить, что многие современные графические оболочки используют вместе с тем и другие формализмы с соответствующим графическим языком. Например, сети Петри в системе DYMOLA, структурные схемы в системах HyVisual, Simulink, которые обладают своими функциональными преимуществами с точки зрения предметной ориентации пользователя.

Символьный язык является неотъемлемым атрибутом спецификации и сопровождает графические конструкции, либо, как, например, язык MODELICA, описывает гибридную модель в целом. Выбор соответствующего символьного языка и средств его эффективной реализации также является актуальной задачей разработки программных систем.

Способы визуальной интерпретации результатов вычислительного эксперимента в современных зарубежных и особенно передовых отечественных системах моделирования ограничены в части манипуляции графическими и числовыми данными, полученными в результате решения. В частности, ограничен режим катенации окон с графическими данными, импорт данных из внешних приложений, трассировка точечных решений, интерполяция графических данных, например, с помощью вейвлет-преобразований. В то же время все перечисленные вопросы широко востребованы в практике анализа результатов вычислительного эксперимента и поэтому актуальны.

**Цель работы и задачи исследования.** Цель работы состоит в разработке необходимого прикладного математического, алгоритмического и программного обеспечения эффективного машинного анализа обозначенного класса ГС.

Для достижения поставленной цели были поставлены и решены следующие основные научные проблемы:

- Разработка содержательной спецификации гибридных моделей, доступной предметному пользователю, которая включает графический и символьный языки описания ГС и позволяет значительно снизить трудоемкость подготовки данных при переходе от математической к программной модели на предметно-ориентированном входном языке.
- Разработка эффективных средств реализации программных моделей с доступным графическим и символьным интерфейсами подготовки входных данных, однозначными эффективными методами обработки программных моделей с содержательной диагностикой синтаксиса и семантики.

- Разработка эффективных решателей с библиотекой методов и алгоритмов, учитывающих нетривиальные особенности компьютерного анализа режимов ГС разной степени жесткости в условиях односторонних событий.
- Разработка интерфейса с графической интерпретацией результатов компьютерного анализа ГС во временной и фазовой областях и возможностью интерактивной манипуляции графическими данными.
- На основе новых информационных технологий объектно-ориентированного программирования разработка и реализация программного комплекса, обеспечивающего эффективное решение системных и вычислительных актуальных проблем компьютерного анализа ГС.

**Методы исследования.** Для решения поставленных задач использовались теория систем, численный анализ систем обыкновенных дифференциальных уравнений, теория формальных языков и грамматик, теория графов и теория программирования.

**Научная новизна.** Получены следующие новые результаты:

- В отличие от лучших мировых аналогов, впервые для эффективной организации вычислительного эксперимента для режимов ГС разной жесткости в ПК ИСМА предложено использовать явные одношаговые и адаптивные методы компьютерного исследования ГС.
- Разработаны теоретические основы управления шагом моделирования с учетом жесткости режимов ГС и устойчивости методов в условиях односторонних событий. Впервые предложен эффективный алгоритм корректного обнаружения событий, который позволяет исследовать ГС с нетривиальными свойствами и особенностями.
- В отличие от принятого в практике формализма ГС в виде гибридных автоматов, предложена структурно-символьная спецификация компьютерных моделей со своими функциональными преимуществами разработки и исследования ГС инструментально-ориентированными средствами.
- Предложена архитектура ПК ИСМА, которая обеспечивает возможность интерактивного вычислительного эксперимента, необходимого при отладке программных моделей с вариацией параметров и структуры в ходе вычислительного эксперимента. Использована объектно-ориентированная технология с API-библиотеками примитивов и методов, обеспечивающая решение важной проблемы унификации и оперативной расширяемости программного обеспечения.
- Предложен графический язык и средства его реализации в виде многопроходного структурного процессора, результатом работы которого является оргграф исполняемой модели, однозначно определенный корректностью программной модели.
- Впервые предложен предметно-ориентированный бездекларативный символьный язык и средства его реализации в виде разработанного и реализованного методом рекурсивного спуска синтаксического распознавателя и семантического анализатора, в результате работы которого формируется матрица переходов, функционально тождественная диаграмме Харела, которая однозначно управляет режимами ГС.

- Предложены и реализованы в рамках ПК ИСМА средства графической интерпретации результатов вычислительного эксперимента с моделями ГС, которые в отличие от известных мировых аналогов позволяют интерактивно манипулировать графическими данными.

**Практическая ценность работы и реализация результатов.** Разработанные методы и алгоритмы реализованы в семействе программных комплексов ИСМА (Свидетельство официальной регистрации программы для ЭВМ № 2005610126. – М.: Роспатент, 2005; Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2007611024. – М.: Роспатент, 2007; Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2007611459. – М.: Роспатент, 2007). Средствами ИСМА решены следующие важные практические задачи:

- в электромеханике – импорт данных из внешнего приложения Excel в программную модель среды ИСМА для исследования методом моделирования функционирования электропривода электрокары (Импорт данных в программной среде ИСМА. – М.: ВНИИЦ, 2006. – №50200600117);
- в военной аэрокосмической области – исследование импульсной системы с запаздыванием в моделях автосопровождения баллистических и космических объектов (Аппроксимация звена чистого запаздывания рядом Паде в программной среде ИСМА. – М.: ВНИИЦ, 2007. – № 50200700715);
- в электротехнике – моделирование высокоточной жесткой системы кольцевого модулятора;
- в биомедицине – исследование режима выброса желчи билиарной системы методом фазовой плоскости и определения стационарной точки равновесия биосистемы (Методология анализа нелинейных динамических систем методом фазовой плоскости в среде ИСМА. – М.: ВНИИЦ, 2006. – №50200600116).

Полученные результаты при моделировании биосистемы средствами ИСМА использованы в отчете НИР НГТУ - ЭИ – 1/02 (Отчет НИР «Исследование одномерной кусочно-дифференциальной модели при описании динамических процессов», № ГР 01.200.205393, Новосибирск, 2002). Инструментальные средства ИСМА использованы при моделировании электромеханических систем в докторской диссертации (В.Н. Аносов, НГТУ, 2008) и кандидатских диссертациях; методика расчета средствами ИСМА использована при моделировании процессов горения в НИИ Экспериментальной и теоретической физики АН Казахстана. В ИВМ СО РАН (Красноярск) программный комплекс ИСМА используется при проектировании новых численных методов с контролем устойчивости, при тестировании новых методов и моделей процессов, представленных в обозначенном классе систем ОДУ.

Кроме того, исследования были поддержаны грантами РФФИ (грант РФФИ №05-01-00579-а, РФФИ №08-01-00621) и Президентской программы «Ведущие научные школы РФ» (грант № НШ – 3431.2008.9).

Программный комплекс ИСМА получил широкое использование в учебном процессе в университетах России и странах ближнего зарубежья: в Новосибирском государственном техническом университете на факультетах

«Автоматика и вычислительная техника» и «Электромеханическом факультете»; в Алматинском Технологическом Университете (АТУ) на кафедре «Информационные технологии»; в Красноярском государственном техническом университете на кафедре МОДУС; в Уральском государственном техническом университете – УПИ и Нижнетагильском технологическом институте (филиал) УГТУ-УПИ; в Санкт-Петербургском политехническом университете. Перечисленные внедрения ПК ИСМА подтверждены актами и справками о внедрении.

**Достоверность результатов** подтверждается решением модельных задач, сравнением результатов моделирования классических и оригинальных ГС в системе ИСМА и известных отечественных и мировых аналогах, а также, где это возможно, сравнением аналитических и практических результатов вычислительного эксперимента.

**Личный вклад.** Все результаты, приведенные в диссертации без ссылок на чужие работы и вынесенные на защиту, получены автором самостоятельно.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались более чем на 20 международных, всероссийских и региональных конференциях: ежегодной международной НТК «Компьютерное моделирование», (С.-Петербург, 2003, 2004, 2006, 2007); 2-й международной конференции «AUTOMATION, CONTROL, AND APPLICATIONS» (ACIT-ACA), (Новосибирск, 2005); 15-й международной конференции по компьютерной графике и её приложениям ГрафиКон'2005 (Новосибирск, 2005); XVI Международной конференции по компьютерной графике и её приложениям ГрафиКон'2006 (Новосибирск, 2006); международной научно-технической конференции «Информационные системы и технологии ИСТ'2003», (Новосибирск, 2003); международной конференции «Basic Science for Biotechnology and Medicine» (Новосибирск, 2006); 4-й международной научно-технической конференции «Измерение, контроль, информатизация» (ИКИ-2003) (Барнаул, 2003); международном российско-корейском симпозиуме по науке и технологиям «KORUS 2003», (Ulsan, Korea, 2003), «KORUS 2005» (Новосибирск, 2005); 3-й международной научно-практической конференции «Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности» (Санкт-Петербург 2007); научно – технической конференции «Научное программное обеспечение в образовании и научных исследованиях» (Санкт-Петербург, 2006, 2008); всероссийских научно-практических конференциях «Имитационное моделирование. Теория и практика» (Санкт-Петербург, 2003, 2005, 2007).

Также промежуточные результаты работы докладывались на ежегодной отчетной научной сессии НГТУ, на семинарах ИВМ СО РАН, ИСИ СО РАН.

**Публикации.** Всего по теме диссертации опубликованы 44 научные работы, в том числе: 14 статей в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК РФ; 7 работ, зарегистрированных в Роспатент и ОФАП; 15 статей в материалах международных и российских конференций; 8 работ опубликованы в докладах АН ВШ, научных журналах и изданиях отечественных и зарубежных университетов.



**Структура и объем работы.** Работа состоит из введения, семи глав, заключения и приложения. Объем работы составляет 292 страницы основного текста, включая 91 рисунок и 13 таблиц. Список использованных источников содержит 209 наименований.

### Краткое содержание работы

В первой главе вводятся строгие определения и ограничения класса ГС и формулируются требования к прикладному математическому и алгоритмическому обеспечению для организации эффективного вычислительного эксперимента с программными моделями ГС.

Гибридные системы характеризуются непрерывным и дискретным поведением. Ограничим непрерывное поведение ГС классом систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) в форме Коши с запаздывающим аргументом в правой части

$$\dot{x} = f[x(t), x(t-\tau), t], \quad t \in [t_0, t_k], \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где  $x \in R^n$  – вектор состояния;  $x(t) = \phi(t)$ ,  $t \in [t_0 - \tau, t_0]$ ;  $t$  – независимая переменная;  $\phi(t)$  –  $r$ -мерная вектор-функция запаздывания,  $r \leq n$ ;  $\tau = \{\tau_1, \dots, \tau_r\}^T$  – вектор чистых запаздываний;  $f: R \times R^n \rightarrow R^n$  – нелинейная вектор-функция, удовлетворяющая условию Липшица.

Введем строгие формальные определения режима ГС, событий и других важных понятий, которые будут использованы в дальнейшем.

**Определение 1.** Режимом ГС будем называть кортеж  $\langle j, x^j, f^j, x_0^j \rangle$ ,  $j \in \{1..m\}$ ,  $f^j: R \times R^{n_j} \rightarrow R^{n_j}$ , где режимное поведение  $x^j(t) \in R^{n_j}$ ; режимная функция  $f^j$  удовлетворяет условиям Липшица для всех  $(t, x^j) \in R \times R^{n_j}$ .

**Определение 2.** Некоторая непрерывно дифференцируемая функция  $g(t, x): R \times R^n \rightarrow R^s$ ,  $s = 1, 2, \dots$  называется событийной функцией и характеризуется предикатом  $pr: g(t, x) < 0$ ,  $pr \in B = \{false, true\}$ .

Событийная режимная функция  $g_j(x, t) < 0$  на всем режимном решении ведет себя таким образом, что соответствующий предикат  $pr_j: g_j(x, t) < 0$  режимного решения является истинным  $pr_j = true$  на всем полуинтервале режимного решения  $[t_j^0, t_j^*) \subseteq [t_0, t_k]$ .

**Определение 3.** Границей режима ГС называется некоторая граница области  $G \subset R^n$ , на которой событийная функция  $g(x, t) = 0$ .

**Определение 4.** Событием ГС будем называть такое состояние ГС в пространстве и времени  $(x, t) \in R^{n+1}$ , когда  $g(t, x): R \times R^n \rightarrow R^s$ ,  $s = 1, 2, \dots$  достигает границы режима.

Задача определения момента времени  $t = t^*$ , когда событийная функция  $g(x, t) = 0$ , является задачей обнаружения событий. Ситуации, когда существуют особые точки или когда физический смысл проблемы диктует условие такое, что фазовая траектория никогда не должна пересекать поверхность события относятся к категории односторонних событий. Именно такие события представляют наибольший практический интерес, и поэтому будут рассматриваться в дальнейшем.

Локальное поведение ГС  $c_j \in C$  характеризуется единственным режимным поведением, полученным на решении задачи Коши с ограничениями

$$\begin{aligned} \dot{y} &= f(t, y), y(t_0) = y_0, t \in [t_0, t_k], \\ \text{pr: } g(t, y) &< 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $y \in R^N$  – вектор состояния;  $f: R \times R^N \rightarrow R^N$  – нелинейная вектор-функция, удовлетворяющая условиям Липшица;  $y_0 \in R^N$  – вектор начальных условий;  $g: R \times R^N \rightarrow R^s, s = 1, 2, \dots$

Здесь и в дальнейшем в отличие от (1) будем рассматривать функцию  $f$  без отклонения аргумента правой части, поскольку (1) легко сводится к (2) аппроксимацией Паде с повышением порядка системы  $N > n$ .

Из введенных определений следует, что ГС является обобщением динамических систем. Этот важный вывод как следствие введенных определений согласуется с введенными понятиями ГС в разных источниках.

Режимные поведения некоторых ГС описываются алгебро-дифференциальными уравнениями (АДУ). Примеры таких систем рассмотрены в работе. Расширим класс (2) введением алгебраических уравнений, при этом ограничимся алгебраическими уравнениями, разрешенными относительно алгебраических переменных  $z$ . Тогда (2) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{y} &= f(t, z, y), \\ z &= \varphi(t, z, y), \\ y(t_0) &= y_0, z(t_0) = z_0, \\ \text{pr: } g(t, y) &< 0, t \in [t_0, t_k], \end{aligned} \quad (3)$$

где  $y \in R^N, z \in R^{N_z}, f: R \times R^{N_z} \times R^N \rightarrow R^N, \varphi: R \times R^{N_z} \times R^N \rightarrow R^{N_z}$ .

Глобальное поведение ГС характеризуется совокупностью согласованных режимных поведений, полученных на множестве решений задачи Коши с ограничениями вида

$$\begin{aligned} \dot{y}^j &= f_j(t, y^j), y^j(t_0) = y_0, t \in [t_0, t_k], \\ \text{pr}_j: g_j(t, y^j) &< 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $y^j \in R^{N_j}, f_j: R \times R^{N_j} \rightarrow R^{N_j}, g_j: R \times R^{N_j} \rightarrow R^{s_j}, s_j = 1, 2, \dots, 1 \leq j \leq m$ .

В настоящее время актуальными являются проблемы поиска решения событийно-непрерывных систем вида (4). Попытки применить классические подходы к анализу гибридных систем пока дают весьма ограниченные результаты. В связи с этим исследования таких систем необходимо проводить методом компьютерного анализа с использованием инструментальных средств.

Во второй главе выполняется сравнительный анализ современных инструментальных средств компьютерного анализа ГС и необходимого математического обеспечения.

Современными средствами реализации моделей из класса (4) являются инструментальные средства или программные системы Simulink/Stateflow, Hybrid Toolbox, DYMOLA, Charon, HyVisual. Из немногочисленных отечественных систем моделирования передовыми являются MVS и AnyLogic. Однако часто при использовании инструментальных средств, к предметному пользователю предъявляются повышенные требования к знанию объектно-ориентированного программирования (ООП), а спецификация простых моделей ГС может оказаться громоздкой в канонизированной форме гибридных автоматов и диаграмм Харела. Известно, что одним из важных критериев при использовании систем моделирования (равно как и программирования), является простота и доступность перехода от абстрактного (математического) описания к компьютерному представлению. Недостаточная компетентность предметного пользователя в вопросах ООП делает такой переход весьма трудным или вообще невозможным.

Из сравнительного анализа инструментария моделирования ГС следует, что спецификация программных моделей включает визуальное структурное представление (HyVisual, Simulink), карты поведений (MVS, AnyLogic, Charon) и символьное описание. Карты поведений являются простым и наглядным графическим способом представления системы дискретных переходов ГС. Символьная модель во всех случаях сопровождается декларативностью, которая может занимать такое же описание, как и сама модель. Переменные программной модели должны иметь простую идентификацию, доступную предметному пользователю. Поэтому в части символьного описания предпочтительнее язык с бездекларативной спецификацией и ориентированный на предметного пользователя.

Современные инструментальные средства моделирования ГС для учета жесткости традиционно используют автоматы решателей, настроенных на использование неявных методов интегрирования, которые оказываются громоздкими в связи с необходимостью декомпозиции матрицы Якоби для систем высокой размерности и при высокоточных расчетах. Кроме того, использование неявных схем небезопасно с точки зрения попадания в зону неопределенности гибридной модели, когда нарушаются условия, определенные событийной функцией. Это тем более важно для гибридных моделей с односторонними событиями. В этом случае оправдано использование явных одношаговых методов

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^m p_i k_i, \quad k_i = hf(t_n + \alpha_i h, y_n + \sum_{j=1}^{i-1} \beta_{ij} k_j) \quad (5)$$

с контролем устойчивости и расширенными областями устойчивости.

Для контроля точности выбирается оценка на основе вложенного метода

$$\delta_n = \sum_{i=1}^m (p_{pi} - p_{(p-1)i}) k_i. \quad (6)$$

В результате для контроля точности вычислений применяется неравенство  $\|\delta_n\| \leq \varepsilon$ , где  $\|\cdot\|$  – некоторая норма в  $R^N$ ,  $\varepsilon$  – требуемая точность расчетов. Шаг по критерию точности  $h^{ac} = qh$ , где с учетом согласованности рассматриваемого метода, значение параметра  $q$  определяется из уравнения  $q^p \|\delta_n\| = \varepsilon$ .

Для контроля устойчивости применяется неравенство

$$v_n = \max_{1 \leq j \leq N} \left[ \frac{\sum_{i=1}^m b'_i k_i + b'_{m+1} f(t_{n+1}, y_{n+1})}{\sum_{i=1}^m b_i k_i + b_{m+1} f(t_{n+1}, y_{n+1})} \right]_j \leq D, \quad (7)$$

где постоянная  $D$  – интервал устойчивости, а коэффициенты  $b'_j$  и  $b''_j$ ,  $1 \leq j \leq n$ , выбираются такими, чтобы левая часть неравенства (7) давала оценку максимального собственного числа матрицы Якоби системы (2) степенным методом.

Учитывая, что  $v_n = O(h)$ , шаг по критерию устойчивости  $h^{st} = rh$ , где  $r$  вычисляется из равенства  $rv_n = D$ .

Для контроля точности и устойчивости одновременно предлагается прогнозируемый шаг вычислять по формуле

$$h_{n+1} = \max \left[ h_n, \min \left( h^{ac}, h^{st} \right) \right], \quad (8)$$

где  $h_n$  есть последний успешный шаг интегрирования.

Для введения критерия устойчивости (7) в явные одношаговые методы необходимо определение интервала устойчивости  $D$  метода, что и является предметом исследования третьей главы.

**В третьей главе** приведены теоретические основы определения интервала устойчивости.

Полином устойчивости  $m$ -стадийного метода Рунге-Кутты  $k$ -го порядка

$$Q(z) = 1 + \sum_{i=1}^k c_i z^i + \sum_{i=k+1}^m c_i z^i$$

ограничен неравенством  $|Q(z)| \leq 1$ , которое определяет допустимые значения  $c_i$ ,  $1 \leq i \leq m$ . Для нахождения  $c_i$ ,  $1 \leq i \leq m$ , одновременно с  $Q(z)$  рассматривается полином Чебышева  $T(z')$  того же порядка, для которого справедливым является неравенство  $|T(z')| \leq 1$  при вещественных значениях  $|z'| \leq 1$ . Если выполнить замену переменных  $z' = 1 - 2z/\gamma$ , то при  $Im(z) = 0$  условие  $|T(z)| \leq 1$  выполняется при  $Re(z) \in [\gamma, 0]$ . Учитывая, что при замене переменных  $T(z) = T(z, \gamma)$ , всегда можно подобрать такое значение  $\gamma = \gamma_{max}$ , при котором  $|T(z)| \leq 1$ . Тогда вещественный интервал  $[\gamma_{max}, 0]$  и будет являться интервалом устойчивости метода.

Коэффициенты  $c_i = 1/i!$ ,  $1 \leq i \leq k$  находятся исходя из требований аппроксимации. Обозначив вещественные экстремумы  $Q(z)$  через  $x_1, \dots, x_{m-1}$ , причем  $x_1 > x_2 > \dots > x_{m-1}$ , находим коэффициенты  $c_i$ ,  $k+1 \leq i \leq m$  из условия, чтобы полином устойчивости в экстремальных точках  $x_i$ ,  $k \leq i \leq m-1$ , принимал заданные значения. Поэтому коэффициенты  $c_i$ ,  $k+1 \leq i \leq m$  являются решением системы уравнений

$$\begin{cases} Q(x_i) = F_i, \\ Q'(x_i) = 0, \quad k \leq i \leq m-1, \end{cases}$$

где  $Q'(x_i) = \sum_{i=1}^m ic_i x^{i-1}$ .

Для численного решения данной задачи используется метод установления. Для стационарной задачи строится нестационарный процесс  $y' = f(y)$ ,  $y(0) = Y_0$ , решение которого с течением времени сходится к решению исходной задачи. Начальные условия  $Y_0$  определяются как экстремальные точки многочлена Чебышева, рассматриваемого на отрезке  $[-2m^2, 0]$ , и вычисляются по формуле  $y_i = m^2 \left( \cos \frac{i\pi}{m} - 1 \right)$ ,  $1 \leq i \leq m-1$ .

Построенный процесс является жесткой системой ОДУ, для ее решения разработан алгоритм МК22 на основе  $L$ -устойчивого численного метода. Для повышения эффективности расчетов в построенном алгоритме МК22 используется контроль точности вычислений и «замораживание» матрицы Якоби. В алгоритме МК22 реализуется следующая численная схема

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + p_1 k_1 + p_2 k_2, \\ D_n k_1 &= h_n f(y_n), \\ D_n k_2 &= h_n f(y_n + \beta k_1) + \alpha k_1, \end{aligned}$$

где значения коэффициентов  $p_1 = \beta = a = 1 - 0.5\sqrt{2}$ ,  $p_2 = 0.5/a$ ,  $\alpha = -2a$  получены с учетом требований  $L$ -устойчивости метода и использования численно построенной матрицы Якоби. Матрица  $D_n$  рассчитывается по

формуле  $D_n = E - ah_n A_n$ , где  $E$  – единичная матрица,  $h_n$  – шаг интегрирования,  $A_n$  – матрица Якоби.

При графической интерпретации функция комплексной переменной  $Q(z)$  представляется на плоскости в виде линий уровня, для которых  $|Q(z)| = d$ . Это позволяет визуально оценить интервал устойчивости исследуемого метода. Представление полинома  $Q(z)$  как функции вещественного аргумента  $x$ ,  $x = Re(z)$  при  $Im(z) = 0$  показывает положение всех вещественных экстремумов и корней  $Q(z)$ .

Построенные и реализованные в ПК ИСМА алгоритмы определения интервала устойчивости унифицированы порядком и числом стадий явных одношаговых схем. Конструктивно на множестве тестов доказана эффективность разработанного модуля.

В четвертой главе разрабатываются эффективные вычислительные схемы для исследования режимов ГС разной степени жесткости, которые являются ядром прикладного математического обеспечения ИСМА. Для задач повышенной жесткости разработан адаптивный алгоритм DISPF1\_RADAU. Для эффективного анализа высокоточных режимов малой и средней жесткости предлагается использовать многостадийные схемы переменного порядка и шага с контролем устойчивости.

В адаптивном алгоритме DISPF1\_RADAU использован оригинальный явный метод DISPF, разработанный в ИБМ СО РАН (Е.А. Новиков) и известный  $L$ -устойчивый метод RADAU5. Адаптивный алгоритм при обнаружении определенной степени жесткости  $\gamma$  передает управление  $L$ -устойчивому методу, а на участках установления переключается на явную схему. Обнаружение жесткости производится контролем неравенства  $h|\lambda|/D < \gamma$ , где  $D$  – интервал устойчивости метода;  $|\lambda|$  – оценка максимального собственного значения матрицы Якоби.

Для сравнительного анализа эффективности (табл. 1) метода DISPF1\_RADAU, рассмотрены пять жестких режимов, приведенных в приложении.

Таблица 1

Анализ эффективности вычислений		
ИСМА	SIMULINK	
DISPF1_RADAU	Ode45	Ode23s
Количество шагов		
128	34789	586
31	47642	343
989	2250865	1652
121	14870	720
291	4725	2861

Критерием эффективности является количество шагов моделирования режимов ГС в ИСМА и Simulink. Из результатов вычислительных экспериментов следует, что эффективность разработанного адаптивного алгоритма в системе ИСМА в 5-10 раз выше, чем в лучших мировых инструментах анализа жестких режимов ГС.

Интерес к многостадийным схемам вызван повышенной точностью и возможностью расширения интервала устойчивости.

Рассмотрим 13-стадийную схему Рунге-Кутты-Фельберга

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^{13} p_i k_i, \quad k_i = hf(t_n + \alpha_i h, y_n + \sum_{j=1}^{i-1} \beta_{ij} k_j) \quad (9)$$

с известными параметрами  $\alpha_i, \beta_{ij}, 1 \leq i \leq 13, 1 \leq j \leq 12$ .

При известных значениях коэффициентов  $p_{7i}, p_{8i}, 1 \leq i \leq 13$  схема (9) имеет соответственно седьмой и восьмой порядок точности. Локальную ошибку  $\delta_n$  метода седьмого порядка можно оценить с учетом (6) по формуле

$$\delta_n = \sum_{i=1}^{13} (p_{8i} - p_{7i}) k_i. \quad (10)$$

В результате для контроля точности вычислений применяется неравенство  $\|\delta_n\| \leq \varepsilon$ , где  $\|\cdot\|$  – некоторая норма в  $R^N$ ,  $\varepsilon$  – требуемая точность расчетов.

Построим неравенство для контроля устойчивости. Вычислим первые три стадии  $k_1, k_2$  и  $k_3$  схемы (9) применительно к линейной задаче  $y' = Ay$  с постоянной матрицей  $A$ . С учетом известных коэффициентов  $\alpha_i, \beta_{ij}, 1 \leq i \leq 13, 1 \leq j \leq 12$  при  $X = hA$  получим

$$k_1 = Xy_n, \quad k_2 = \left( X + \frac{1}{27} X^2 \right) y_n, \quad k_3 = \left( X + \frac{1}{9} X^2 + \frac{1}{162} X^3 \right) y_n.$$

После несложных преобразований имеем

$$12k_3 - 18k_2 + 6k_1 = \frac{2}{27} X^3 y_n, \quad k_2 - k_1 = \frac{2}{27} X^2 y_n.$$

Теперь оценку максимального собственного числа матрицы Якоби  $\nu_n$  можно вычислить степенным методом в соответствии с (7) по формуле:

$$\nu_n = \max_{1 \leq i \leq N} |(12k_3 - 18k_2 + 6k_1)_i| / |(k_2 - k_1)_i|. \quad (11)$$

Тогда для контроля устойчивости можно применять неравенство  $\nu_n \leq D$ .

Области устойчивости методов, построенные средствами ИСМА, приведены на рис. 1, откуда видно, что интервал устойчивости метода седьмого и восьмого порядка приблизительно равен пяти. Поэтому положим в неравенстве (7) для контроля устойчивости  $D = 5$ .

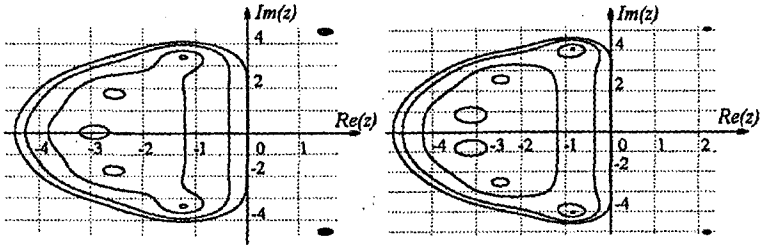


Рис. 1. Область устойчивости метода (9) седьмого порядка (слева) и восьмого порядка (справа)

На основе стадий численной схемы (9) построен метод первого порядка точности с более широкой областью устойчивости. Область устойчивости построенного метода первого порядка точности по вещественной оси примерно в 18 раз шире ( $D_1 = 90$ ) области устойчивости численной схемы (9) восьмого порядка. Кроме того, метод первого порядка по числу вычислений правой части задачи (2) почти в два раза дешевле. Поэтому для задач, в которых шаг ограничен в основном по устойчивости, предполагается теоретическое повышение эффективности в 36 раз.

Построен метод переменного порядка и шага RKF78STP с контролем устойчивости. В качестве критерия переключения с метода высокого порядка на метод первого порядка используется неравенство (7). При расчетах по методу высокого порядка переход на метод первого порядка осуществляется при нарушении неравенства  $\nu_n \leq 5$ . Обратный переход происходит в случае выполнения условия  $\nu_n \leq 5$ .

Для конструктивного доказательства эффективности RKF78STP рассмотрены задачи из приложения с примерами жестких режимов ГС. Результаты расчетов сведены в табл. 2, где в качестве критерия эффективности приведено суммарное число вычислений правой части.

Таблица 2  
Сравнение результатов с контролем устойчивости

№	RKF78	RKF78ST	RKF78STP
2	564907	305709	59630
3	28859	16454	4403
4	944229	497836	18394
5	244898	131827	12696
6	191313	59281	19313

Расчеты проводились с задаваемой точностью  $\varepsilon = 10^{-6}$ . Из сравнения результатов следует, что контроль устойчивости (RKF78ST) приводит к повышению эффективности расчетов почти в 2 раза по сравнению с классической схемой седьмого порядка точности (RKF78), а введение



переменного порядка метода с контролем устойчивости (RKF78STP) позволяет увеличить эффективность в 5-10 раз.

Использование неравенства для контроля устойчивости фактически не приводит к увеличению вычислительных затрат, поскольку оценка максимального собственного числа матрицы Якоби системы (2) осуществляется через заранее вычисленные стадии и не приводит к росту числа вычислений правой части. Применение на участке установления методов низкого порядка точности с расширенными областями устойчивости позволяет значительно увеличить размер шага интегрирования без увеличения вычислительных затрат. На переходных участках, где определяющую роль играет точность вычислений, эффективными являются методы более высокого порядка точности, но с небольшой областью устойчивости.

Также в библиотеку методов ПК ИСМА включен 13-стадийный метод Дорманда-Принса с контролем устойчивости (DP78ST). Оригинальный метод Дорманда-Принса с контролем точности получил широкое распространение и включен в библиотеки известных зарубежных (MATLAB/Sfateflow, HyVisual.) и отечественных (MVS, AnyLogic) инструментальных средств моделирования ГС.

Классический метод Дорманда-Принса является явным методом типа Рунге-Кутты, основанным на 13-ти стадийной численной формуле (9) с известными константами  $\alpha_i$ ,  $\beta_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq 13$ ,  $1 \leq j \leq 12$ . В работе приводятся коэффициенты  $p_{7i}$ ,  $p_{8i}$ ,  $1 \leq i \leq 13$  схемы (9), при которых метод имеет соответственно седьмой и восьмой порядок точности. Тогда для контроля точности схемы восьмого порядка можно использовать оценку (10). Аналогично (11) получено выражение

$$v_n = 8 \max_{1 \leq i \leq N} \frac{|(2k_3 - 3k_2 + k_1)_i|}{|(k_2 - k_1)_i|}, \quad (12)$$

которое определяет оценку максимального собственного числа матрицы Якоби метода Дорманда-Принса (DP78ST). Тогда для контроля устойчивости метода DP78ST можно применять неравенство (7).

Поскольку и в рассмотренном методе FEL78ST, и в методе DP78ST используется 13-стадийная численная схема (9), то области устойчивости для методов одинаковых порядков точности будут также одинаковыми с интервалом устойчивости, равным пяти. Поэтому выбор шага в методе DP78ST будет отличаться только оценкой максимального собственного числа (12).

Из сравнения результатов расчетов, приведенных в диссертации, следует, что контроль устойчивости в DP78ST приводит к повышению эффективности расчетов почти в 2 раза по сравнению с классической схемой и не уступает лучшим мировым аналогам, например методу DVERK78 системы Maple 9.5.

В пятой главе рассмотрены вопросы корректного обнаружения событий. Большинство гибридных симуляторов разделяют задачу фазу обнаружения, за

которой следует фаза локализации. В этих симуляторах фаза обнаружения заключается в проверке истинности выражения  $g(y(t)) \geq 0$ . Если результат ложь, происходит численное интегрирование дифференциальных уравнений на один шаг вперед. Эта процедура повторяется, пока не произойдет шаг, на котором  $g(y(t_k)) \geq 0$  будет истинно. В этой точке считается, что событие произошло на полуинтервале  $(t_{k-1}, t_k]$ . Некоторые системы после этого активизируют фазу локализации для более точного определения результата, а некоторые просто принимают, что событие произошло в момент  $t_k$ . Фаза локализации обычно основана на методе дихотомии или алгоритмах, анализ которых приведен в настоящей главе. Как только событие локализовано, интегратор останавливается и происходит переход в новое локальное состояние. Хотя этот базовый метод зарекомендовал себя хорошо для многих задач, существуют ситуации, когда он склонен к сбоям (рис. 2).

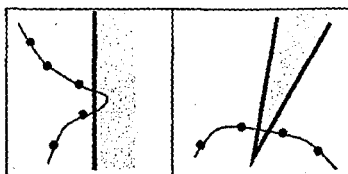


Рис. 2. Нетривиальные ситуации обнаружения событий

Первый вариант, когда граница режима ГС пересекается так, что событийная функция имеет несколько корней на полуинтервале  $t^* \in (t_{k-1}, t_k]$ . Похожая ситуация возникает когда множество значений событийной функции тонкое или имеет острые углы. В обеих ситуациях большинство стандартных методов могут дать сбой.

В своих работах L.F. Shampine и C.W. Gear продемонстрировали неэффективность, которая возникает если не использовать специальные методы управления шагом в задаче обнаружения событий. J.M. Esposito и V. Kumar предложили алгоритм управления шагом. Однако, в предложенном алгоритме при выборе шага, которым управляется процесс асимптотического приближения решения к границе режима, не учитывается критерий устойчивости методов численного интегрирования, что существенно важно в ГС с жесткими режимами.

Рассмотрим режим односторонней ГС в виде автономной задачи Коши с ограничениями

$$y' = f(y), y(t_0) = y_0, g(y, t) < 0.$$

Решение будем определять явными методами, которые в векторной форме записываются в виде  $y_{n+1} = y_n + h_{n+1}\varphi_n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , где  $h_{n+1}$  – очередной шаг интегрирования,  $\varphi_n$  – заданная гладкая  $N$ -мерная вектор-функция, зависящая от правой части задачи (2).

**Теорема.** Выбор шага по формуле

$$h_{n+1} = (\gamma - 1) \frac{g_n}{\frac{\partial g_n}{\partial y} \cdot \varphi_n + \frac{\partial g_n}{\partial t}}, \quad (13)$$

где  $\gamma \in [0, 1)$ , обеспечивает поведение событийной динамики как устойчивой линейной системы, которая асимптотически приближается к границе режима  $g(y, t) = 0$ . Кроме того, если  $g(y_0, t_0) < 0$ , то  $g(y_n, t_n) < 0$  для всех  $n$ .

Рассмотрим явный двухстадийный метод Рунге-Кутты с постоянным шагом

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + p_1 k_1 + p_2 k_2, \\ k_1 &= hf(t_n, y_n), \\ k_2 &= hf(t_n + \beta h, y_n + \beta k_1). \end{aligned} \quad (14)$$

При  $\beta = 1$  коэффициенты метода определяются однозначно  $p_1 = p_2 = 0.5$ , а неравенство для контроля точности вычислений имеет вид  $0.5 \|k_2 - k_1\| \leq \varepsilon$ , где  $\|\cdot\|$  – некоторая норма в  $R^N$ ,  $\varepsilon$  – требуемая точность интегрирования. Тогда согласно (7) оценку максимального собственного числа  $\nu_{n,2} = h \lambda_{n \max}$  матрицы Якоби системы (14) можно вычислить по формуле

$$\nu_{n,2} = 2 \max_{1 \leq i \leq N} \left( \left| k^i_3 - k^i_2 \right| / \left| k^i_2 - k^i_1 \right| \right).$$

Область устойчивости метода второго порядка, полученная в инструментальной среде ИСМА, приведена на рис. 3.

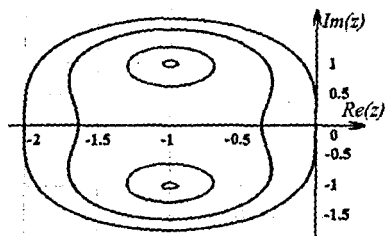


Рис. 3. Область устойчивости метода второго порядка

Интервал устойчивости численной схемы (14) приблизительно равен двум. Поэтому для контроля устойчивости можно применять неравенство  $\nu_{n,2} < 2$ . В результате прогнозируемый шаг  $h_{n+1}^p$  с учетом точности и устойчивости для метода второго порядка в соответствии с (8) вычисляется по формуле

$$h_{n+1}^p = \max \left[ h_n, \min \left( h^{ac}, h^{st} \right) \right]. \quad (15)$$

Построен алгоритм выбора шага с учетом точности, устойчивости и динамики событийной функции в соответствии с (13) – (15).

Для иллюстрации работы алгоритма рассмотрена типичная гибридная система двух осциллирующих масс на пружинах. Система может находиться в одном из двух локальных состояний: «Раздельно» и «Вместе». Поведение системы в каждом из состояний описывается системой алгебро-дифференциальных уравнений типа (3).

При условии  $(s < abs((m_1 + m_2) \cdot a_1))$  имеем:

$$\begin{aligned}
 x'_1 &= v_1; \\
 v'_v &= k_1(n_1 - x_1)/m_1; \\
 a_1 &= k_1(n_1 - x_1)/m_1; \\
 x'_2 &= v_2; \\
 v'_2 &= k_2(n_2 - x_2)/m_2; \\
 a_2 &= k_2(n_2 - x_2)/m_2.
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

При условии  $(x_1 = x_2)$  and  $(v_1 > v_2)$ :

$$\begin{aligned}
 a_1 &= (k_1 n_1 + k_2 n_2 - x_1(k_1 + k_2))/(m_1 + m_2); \\
 v'_1 &= (k_1 n_1 + k_2 n_2 - x_1(k_1 + k_2))/(m_1 + m_2); \\
 x'_1 &= v_1; \\
 a_2 &= (k_1 n_1 + k_2 n_2 - x_1(k_1 + k_2))/(m_1 + m_2); \\
 v'_2 &= (k_1 n_1 + k_2 n_2 - x_1(k_1 + k_2))/(m_1 + m_2); \\
 x'_2 &= v_2; \\
 s' &= -s,
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

где  $m_1, m_2$  – массы грузов;  $k_1, k_2$  – жесткости пружин;  $n_1, n_2$  – нейтральные координаты грузов;  $x_1, x_2$  – координаты грузов;  $v_1, v_2$  – скорости грузов;  $a_1, a_2$  – ускорения грузов;  $s$  – общая жесткость пружин в состоянии «Вместе».

Результаты анализа в ИСМА с разработанным алгоритмом обнаружения (рис. 4, справа) совпадают с результатами приведенной в работе эталонной модели в системе NuVisual. Традиционный анализ системы без алгоритма обнаружения приводит к некачественным результатам (рис. 4, слева).

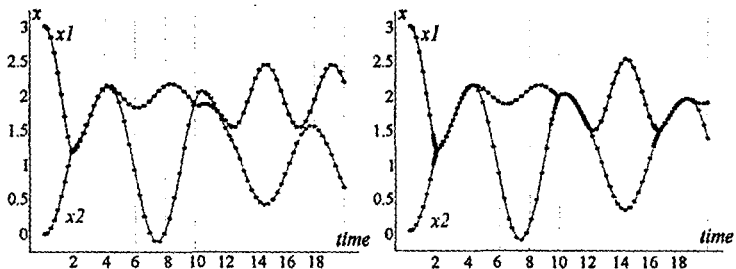


Рис.4. Динамика ГС двух масс

В шестой главе исследуются вопросы системного наполнения инструментальных средств и вопросы реализации системного и математического обеспечения. Исходя из сформулированных требований для реализации программного комплекса, разработана архитектура ПК ИСМА, представленная на рис. 5.

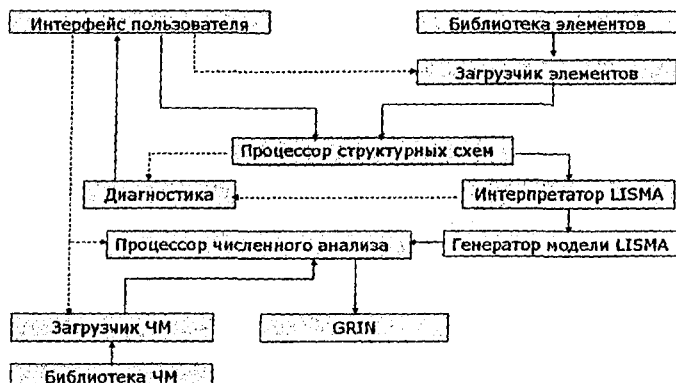


Рис. 5. Архитектура ПК ИСМА

Библиотеки численных методов и графических примитивов реализуются в виде отдельных программных модулей и загружаются соответствующими загрузчиками во время выполнения программы. Такой подход позволяет выделить некоторый набор функций и классов, необходимых для реализации библиотек примитивов и численных методов в виде API. Благодаря этому появляется возможность унификации и расширяемости системы ИСМА новыми методами и примитивами без перекомпиляции всей системы.

Структурно-символьная спецификация использует структурный и символьный подходы при описании ГС. Визуальное структурирование ГС отвечает традиционным требованиям описания, принятого в инженерной практике, а дополнение структур символьным описанием расширяет класс описываемых систем.

Программная модель на языке LISMA рассмотренной ГС двух масс

```

k1=1; k2=2; // жесткости пружин
n1=1; n2=2; // нейтральные координаты тел
m1=1; m2=1; // массы тел
x1=0; x2=3; // начальные координаты
separate[s<abs(k1*n1-k2*n2-x1*(k1-k2))|s
    s~=10;
    x1'=v1;
    v1'=k1*(n1-x1)/m1;
    a1~=k1*(n1-x1)/m1;
    x2'=v2;
    v2'=k2*(n2-x2)/m2;
  
```

```

a2~:=k2*(n2-x2)/m2;
from;
together { (x1>=x2) and (v1>=v2) } is
s=10;
v1=(m1*v1+m2*v2)/(m1+m2);
v2=v1;
v1'=(k1*n1+k2*n2-x1*(k1+k2))/(m1+m2);
a1~=(k1*n1+k2*n2-x1*(k1+k2))/(m1+m2);
x1'=v1;
v2'=(k1*n1+k2*n2-x2*(k1+k2))/(m1+m2);
a2~=(k1*n1+k2*n2-x2*(k1+k2))/(m1+m2);
x2'=v2;
s'=-s;
from separate;

```

разработана в соответствии с (16), (17).

С учетом (4), условия пребывания ГС в локальном состоянии с поведением  $c_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ , определяются предикатами  $pr_i : g_i(t, x^i) < 0$ . Переход из текущего состояния в новое с непрерывным поведением  $c_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ , определяется отрицанием  $\overline{pr_i} : g_i(t, x^i) \geq 0$ . Тогда условия перехода из локального состояния  $i$  в состояние  $j$  будут определяться новым предикатом

$$pr_k = \overline{pr_i} \wedge pr_j; i, j \in \{1..m\}, 1 \leq k \leq m^2.$$

По аналогии с теорией графов пару поведений  $(c_i, c_j)$  будем называть смежными поведением ГС, если для них  $pr_k = true$ ,  $1 \leq k \leq m^2$ . Если рассматривать непустое множество поведений  $C$  как вершины, а непустое множество предикатов  $P = \{pr_k\}$  как множество ориентированных дуг, соединяющих смежные вершины  $(c_i, c_j)$ , то орграф  $G(C, P)$  называется диаграммой Харела. Рассмотрим формирование матрицы переходов на примере ГС двух масс. Множество предикатов  $P = \{pr_1, pr_2\}$  для данной задачи определяется с учетом (16), (17). Сгенерированная матрица переходов принимает вид как показано в табл.3.

Таблица 3

Матрица переходов			
Состояния	init	separate	together
init	false	false	false
separate	pr1	false	pr1
together	false	pr2	false

Анализ визуальной модели происходит в 4 этапа. На первом этапе рекурсивным способом анализируются все вложенные схемы и проверяется

корректность связей примитивов. На втором этапе производится анализ алгебраических петель рекурсивным поиском в глубину на ориентированном графе. На третьем этапе производится сортировка операций и генерируется оргграф с правой частью ОДУ. В общем виде сконструированный программой оргграф ОДУ имеет вид, как показано на рис. 6.

Узлами графа (1,2,3) являются примитивные операции, исключая операции интегрирования. Стартовые узлы графа (4,5,6) являются генераторами сигналов и операциями интегрирования.

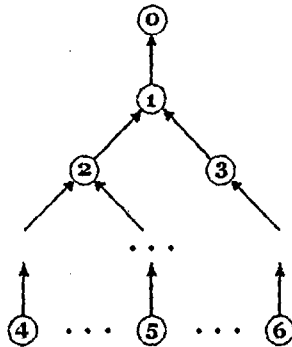


Рис. 6. Общий вид оргграфа

На четвертом этапе запускается процесс моделирования. Основную роль здесь играет численный решатель с приведенной в табл. 4 библиотекой методов, интегрированных в инструментальную среду ИСМА. Анализ оргграфа дает искомое значение правой части ОДУ в заключительном узле (0).

В седьмой главе приводятся примеры, подтверждающие эффективность разработанного прикладного математического, алгоритмического и программного обеспечения.

Разработанное и реализованное в инструментальной среде ИСМА математическое и программное обеспечение позволило достаточно просто нетрадиционными методами решать задачи проектирования по синтезу и анализу импульсных систем автосопровождения (АС) инструментальными средствами. Сложная логика законов управления дискретно-непрерывных систем не ограничивает класс задач исследования в связи с новой идеологией спецификации множества непрерывных поведений гибридной системы. Представленная спецификация программной модели АС доступна предметному специалисту и резко снижает трудоемкость подготовки компьютерной модели и реализации задачи на ЭВМ по сравнению с традиционными подходами. Это позволяет при проектировании сосредоточиться на существе моделирования процессов при синтезе и анализе сложных технических систем управления.

Таблица 4

## Библиотека численных методов ИСМА

Метод (p,m)	Свойства метода
Явные	
Эйлера(1,1)	Постоянный шаг, гладкие режимы ГС
Стек (4,5)	Контроль устойчивости, нежесткие режимы
DISPF(5,6)	Контроль устойчивости, режимы ГС средней и малой жесткости
RKF78STP(7,13)	Контроль устойчивости, переменный порядок и шаг, режимы ГС средней жесткости и высокой точности
DP78ST(8,13)	Контроль устойчивости, переменный шаг, режимы ГС средней жесткости и высокой точности
RK4 (4,4)	Постоянный шаг, нежесткие режимы ГС
RK2 (2,2)	Постоянный шаг, нежесткие режимы ГС
Неявные	
RADAU5(3,3)	Жесткие режимы ГС
МК(2,2)	Аппроксимация матрицы Якоби, жесткие режимы
Адамса-Мултона (6,6)	Гладкие режимы, средней жесткости

Рассмотренный пример моделирования кольцевого модулятора показывает, что универсальные современные пакеты дают сбой при решении этой задачи, поскольку она является жесткой и высокоточной. Для качественного решения этой задачи требуется вычисление матрицы Якоби. Однако вычисление матрицы Якоби на каждом шаге приводит к значительным затратам и, как оказывается, становится недоступным для традиционных неявных схем, которые используются в рассмотренных современных универсальных пакетах. Идея замораживания матрицы Якоби, реализованная в методе МК22, рассмотренного в главе 3 диссертации, приводит к значительно меньшим вычислительным затратам и получению качественного конечного результата решения. Причем за счет контроля устойчивости даже при невысоком порядке точности метода МК22 получены лучшие оценки эффективности по сравнению с передовыми мировыми аналогами такими, как метод Гира в программе DLSODE. Программная модель кольцевого модулятора на языке LISMA проста и доступна предметному специалисту, не компетентному в области программирования и не нагружает пользователя современными парадигмами объектно-ориентированного программирования. Средства реализации программной модели в ИСМА не уступают лучшим мировым аналогам и по некоторым критериям превосходят последние, как это демонстрируется в рассмотренном примере кольцевого модулятора.

Разработана гибридная модель билиарной системы (БС), реализованная средствами графического языка в ИСМА. При моделировании БС имитационные эксперименты показали достаточную адекватность



разработанной модели и согласованность выбранных параметров модели с физиологическими данными. Аналитически обосновано, что поведение БС на фазовой плоскости является устойчивым фокусом с определенными координатами точки покоя. Полученные аналитические результаты полностью совпадают с результатами вычислительного эксперимента в системе ИСМА, что в очередной раз свидетельствует об эффективности разработанных программных средств компьютерного исследования сложных ГС разной природы.

В заключении главы приводятся данные, где средствами ИСМА успешно решены задачи компьютерного анализа ГС из разных областей: электромеханики, аграрной промышленности, экономики и других.

### Заключение

Диссертационная работа является обобщением научных исследований в области прикладного математического и программно-алгоритмического обеспечения, связанного с решением важной научно-практической задачи компьютерного анализа ГС инструментальными средствами ИСМА. Решение сформулированных проблем обосновано на следующих основных результатах, которые имеют самостоятельное научно-практическое значение и отличают ПК ИСМА от лучших мировых аналогов.

1. На основе явного метода переменного порядка и шага и  $L$ -устойчивого метода с разработанным алгоритмом контроля жесткости впервые построен адаптивный алгоритм для анализа режимов ГС повышенной жесткости. Теоретически и конструктивно доказана эффективность интегрированного в библиотеку методов ИСМА адаптивного алгоритма, который выгодно отличает ПК ИСМА от лучших зарубежных (Simulink/Stateflow, HyVisual) и отечественных (MVS, AnyLogic) программных комплексов.

2. Впервые разработаны многостадийные алгоритмы переменного порядка и шага с контролем устойчивости для анализа нежестких и средней жесткости режимов ГС повышенной точности. Теоретически и конструктивно доказана эффективность разработанных и встроенных в библиотеку методов ИСМА многостадийных алгоритмов, не уступающих лучшим мировым программным комплексам, например, DLSODE программной системы MAPLE.

3. С учетом выбранной численной аппроксимации решения впервые доказана теорема и разработан алгоритм управления шагом интегрирования, обеспечивающий асимптотическое приближение к границе режима ГС. Реализованный в ПК ИСМА алгоритм обеспечивает корректное обнаружение односторонних событий с нетривиальными свойствами режимов ГС, что выгодно отличает ПК ИСМА от передовых систем HyVisual и MATLAB с современными алгоритмами корректного обнаружения событий.

4. Разработан символьный бездекларативный язык LISMA и средства его реализации в виде многопроходного языкового процессора. Язык отличается

простыми и естественными конструкциями так, что с точностью до знаков операций повторяет математическое описание, и не обременен категориями, недоступными не профессиональному в программировании пользователю. Синтаксис языка LISMA, как это видно из многочисленных приведенных примеров, с достаточной степенью точности отражает семантику режимов ГС и механизм дискретных переходов.

5. Разработан графический язык структурных схем и средства его реализации в виде многопроходного структурного процессора. Визуальное структурирование ГС отвечает традиционным требованиям описания, принятого в инженерной практике для представления и анализа непрерывных систем, что отчасти позволяет воспользоваться богатым арсеналом методов анализа локальных поведений гибридных систем и открывает широкие возможности исследования средствами ИСМА технических систем в традиционно принятой идеологии. Обоснованная и разработанная в инструментальной среде ИСМА структурно-символьная спецификация дополняет известные формализмы сетей Петри в системе DYMOLA, гибридных автоматов и диаграмм Харела в системах HyVisual и MVS и имеет свои функциональные преимущества, ориентированные на предметного пользователя.

6. Разработана новая методология описания и исследования ГС в окружении инструментально-ориентированного ПК ИСМА, которая позволяет значительно снизить трудоемкость перехода от математической к компьютерной модели. Новая методология ориентирована на предметного пользователя и включает традиционную в инженерной практике структурную композицию динамических систем с возможностью введения текстового блока для описания и анализа дискретных событий.

7. На основе новых информационных технологий объектно-ориентированного программирования в программном комплексе ИСМА реализован оригинальный подход организации библиотек методов и примитивов, позволяющий с минимальными затратами решить важную проблему унификации и расширяемости программного обеспечения.

8. Разработан эффективный режим активного вычислительного эксперимента с гибридными моделями, который позволяет интерактивно в реальном масштабе времени производить отладку программной модели доступной вариацией структуры и параметров.

9. Конструктивно доказана эффективность инструментально-ориентированного подхода при исследовании средствами ИСМА сложных ГС разной природы с нетривиальными свойствами и особенностями, которые ограничивают использование современных мировых аналогов.

Основные научные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Шорников Ю.В. Методика повышения точности программных сигналов на станках с ЧПУ с использованием инструментальных средств ИСМА / Ю.В. Шорников, Ю.Б. Соколовский // Научный вестник НГТУ. – 2004. – №1(16). – С. 17-21.
2. Шорников Ю.В. Компьютерное моделирование билиарной системы специализированными средствами / Ю.В. Шорников // Научный вестник НГТУ. – 2004. – №3(18). – С. 31-42.
3. Аносов В.Н. Математическая модель аккумуляторной батареи как элемента САУ транспортного средства / В.Н. Аносов, Ю.В. Шорников // Научный вестник НГТУ. – 2005. – № 3(21). – С. 131-136.
4. Аносов В.Н. Характеристики управляющих воздействий тягового электропривода автономного напольного транспортного средства / В.Н. Аносов, В.М. Кавешников, Ю.В. Шорников // Научный вестник НГТУ. – 2005. – № 3(21). – С. 37-44.
5. Новиков Е.А. Контроль устойчивости метода Фельберга седьмого порядка точности / Е.А. Новиков, Ю.В. Шорников // Вычислительные Технологии. – 2006. – № 4. – Т.11. – С. 65-72.
6. Шорников Ю.В. Визуально-лингвистическое моделирование гибридных систем / Ю.В. Шорников // Научный вестник НГТУ. – 2006. – № 2(23). – С. 65-72.
7. Новиков Е.А. Алгоритм переменного порядка и шага на основе стадий метода Фельберга седьмого порядка точности / Е.А. Новиков, Ю.В. Шорников, О.В. Никонова // Научный вестник НГТУ. – 2006. – № 4(25). – С. 105-118.
8. Шорников Ю.В. Моделирование сложных динамических и гибридных систем в ИСМА / Ю.В. Шорников // Научный вестник НГТУ. – 2007. – №1(26). – С. 79-88.
9. Новиков Е.А. Контроль устойчивости метода Дорманда-Принса / Е.А. Новиков, Ю.В. Шорников // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2007. – №4(32). – С. 95-103.
10. Шорников Ю.В. Инструментально-ориентированный анализ жестких динамических и гибридных систем явными методами / Ю.В. Шорников // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – №2(28). – С. 72-75.
11. Горячкин В.В. Исследование системы автосопровождения методом моделирования гибридных систем в среде ИСМА / В.В. Горячкин, Ю.В. Шорников // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2008. – №6. – Т.6. – С. 65-69.
12. Шорников Ю.В. Моделирование гибридных систем явными методами / Ю.В. Шорников // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – № 4(30). – С. 307-311.
13. Новиков Е.А. Численное моделирование гибридных систем явными методами / Е.А. Новиков, Ю.В. Шорников // Вычислительные технологии. – 2008. – №2. – Т.13. – С. 88-104.

14. Шорников Ю.В. Визуально – лингвистическое моделирование билиарной системы / Ю.В. Шорников, И.Н. Томилов // Научный вестник НГТУ. – 2008. – №4(33). – С. 53 – 61.
15. Шорников Ю.В. Теория и практика языковых процессоров: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ. – 2004. – 208с.
16. Новиков Е.А. Особенности компьютерного моделирования кинематики сыпучих сред / Е.А. Новиков, Ю.В. Шорников // Вестник КрасГАУ. – 2006. – №10. – С. 77-82
17. Новиков А.Е. Аппроксимация матрицы Якоби в (2,2)-методе решения жестких систем / А.Е. Новиков, Е.А. Новиков, Ю.В. Шорников // Докл. АН ВШ РФ. – 2008. – №1(10). – С. 31-44.
18. Шорников Ю.В. Автоматизация построения областей устойчивости одношаговых методов / Ю.В. Шорников, Д.Н. Достовалов // Докл. АН ВШ РФ. – 2008. – №2(12). – С. 135-144.

#### **Зарегистрированные в Роспатент и ОФАП**

19. Шорников Ю.В. Программа исследования областей устойчивости численных методов «RStable» / Ю.В. Шорников, Е.А. Новиков, М.В. Солодовникова // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 50200700692. – М.: ВНИИЦ. – 2007.
20. Шорников Ю.В. Адаптивный алгоритм численного анализа жестких систем / Ю.В. Шорников, Е.А. Новиков, М.С. Денисов // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2007611459. – М.: Роспатент. – 2007.
21. Шорников Ю.В. Программа языкового процессора с языка LISMA (Language of ISMA) / Ю.В. Шорников, И.Н. Томилов // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2007611024. – М.: Роспатент. – 2007.
22. Шорников Ю.В. Аппроксимация звена чистого запаздывания рядом Паде в программной среде ISMA / Ю.В. Шорников, М.В. Солодовникова // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 50200700715. – М.: ВНИИЦ. – 2007.
23. Шорников Ю.В. Импорт данных в программной среде ISMA / Ю.В. Шорников, В.С. Дружинин // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 50200600117. – М.: ВНИИЦ. – 2006.
24. Шорников Ю.В. Методология анализа нелинейных динамических систем методом фазовой плоскости в среде ISMA / Ю.В. Шорников, В.С. Дружинин // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 50200600116. – М.: ВНИИЦ. – 2006.
25. Шорников Ю.В. Инструментальные средства машинного анализа / Ю.В. Шорников, В.С. Дружинин, Н.А. Макаров, К.В. Омельченко, И.Н. Томилов // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2005610126. – М.: Роспатент. – 2005.

Отпечатано в типографии Новосибирского  
государственного технического университета  
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20,  
тел./факс (383) 346-08-57  
формат 60 X 84/16, объем 2.0 п.л., тираж 120 экз..  
заказ № 693 подписано в печать 20.04.09 г.