

---

## ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА САМОЛЕТНОГО ТИПА

М.В. Бураков, Д.А. Рычков (Санкт-Петербург)

### Введение

Имитационная модель динамики движения летательного аппарата самолетного типа разработана на кафедре «управления в технических системах» для исследования возможности использования регуляторов различного типа, в том числе интеллектуальных систем управления. Она может быть использована в рамках научных исследований систем управления, аэродинамики, динамики полета, имитационного моделирования, а также при проведении занятий по данной тематике.

Данная модель описывает трехмерное движение летательного аппарата самолетного типа с помощью систем дифференциальных уравнений, которые наиболее полно написаны в отечественных источниках литературы [1-4].

Основная трудность синтеза закона управления автопилотом заключается в том, что самолет является многосвязной системой с различными нелинейностями. При использовании аппарата классической теории управления это приводит к необходимости рассматривать линейризованные модели, что снижает практическую значимость полученных результатов.

### 1. Тип моделирования и применяемые средства

Среди ряда современных специальных программных систем компьютерной математики особо выделяется матричная математическая система MATLAB корпорации MathWorks [5]. Эта система является мощным средством для реализации различных видов моделирования, в том числе и имитационного. Система имеет средства диалога, и комплексной визуализации, а также программные пакеты для расширения функций. Особо стоит отметить графический пакет моделирования Simulink, позволяющий исследовать линейные и нелинейные динамические системы.

Преимущества, перечисленные выше, делают программный продукт Matlab-Simulink подходящим инструментом для создания объекта управления, регулятора и проведения имитационного моделирования динамики полета.

Несмотря на то что Simulink содержит собственные блоки, позволяющие описать динамику движения летательного аппарата, его использование требует определенных знаний и навыков, т.к. имеются различия в обозначениях и направлениях осей в отечественной и зарубежной литературе по динамике полета.

Для разработки данной модели применялся программный пакет имитационного моделирования MATLAB 7.11.0. (R2010b). Возможно функционирование модели на более ранней версии при условии наличия необходимых библиотек.

### 2. Структура модели

Для упрощения анализа и лучшего понимания принципов функционирования всей системы в целом и каждой из ее частей в отдельности, модель разделена на определенные подсистемы (блоки). Далее рассмотрим каждую из частей более подробно.

#### 2.1. Интерфейс пользователя

Интерфейс содержит блок обработки управляющих воздействий, главный блок и блок полетной информации. Модель оснащена интерфейсом, который содержит графические элементы отображения, имитирующие основную часть приборной панели пилота (рис. 1). Реализованы индикатор приборной скорости, авиагоризонт, альтиметр, координатор поворота, указатель направления, вариометр, а также цифровой индикатор угла атаки и индикатор критического угла атаки.



Рис. 1. Интерфейс пользователя

**2.2. Блок «Внешняя среда».** Осуществляет математическое вычисление значений параметров атмосферы, таких как температура воздуха, давление и плотность воздуха по входному параметру высоты полета [6].

$$T_H = T_0 - 0.0065H \text{ [K]}, \quad (1)$$

где  $T_0$  – температура у поверхности земли,  $T_H$  – температура на высоте  $H$ .

Давление воздуха  $P$  можно вычислить по формуле:

$$P = P_0 \left(1 - 0.0065 \frac{H}{T_0}\right)^{5.25} \text{ [Н/м}^2\text{]}, \quad (2)$$

Формула для вычисления плотности воздуха  $\rho$ :

$$\rho = 0.00348 \frac{P}{T} \text{ [кг/м}^3\text{]}. \quad (3)$$

Вычисленные значения соответствуют ГОСТ 4401-73. Погрешность для высот, не превышающих 11 километров, составляет не более 0,15%. Также служит для генерации ветра и содержит константу ускорения свободного падения  $g$ , принятую равной 9,81.

**2.3. Подсистема «Самолет».** Содержит в себе данные о выбранном объекте управления. Подсистема разделена на блоки «Сенсоры», «Автопилот», «Двигатель», «Исполнительные устройства», «Инертность и Геометрия», «Аэродинамика». В качестве объекта управления был выбран самолет Cessna 172 SkyhawkII как летательный аппарат со сравнительно простой аэродинамикой. Аэродинамические коэффициенты были подобраны исходя из полярны крыла самолета, также использовались данные найденные в источниках литературы [7-8]. Для моделирования другого ЛА достаточно отредактировать либо заменить данную подсистему.

**2.4. Блок решения систем дифференциальных уравнений.** С учетом сил и моментов сил, создаваемых конструкцией самолета и его силовой установкой, вычисляются угловые и пространственные координаты, скорости и ускорения, путем решения системы динамических (4) и системы кинематических (5) уравнений поступательного движения, системы динамических (6) и системы кинематических (7) уравнений вращательного движения, а также системы уравнений геометрических соотношений (8).

В ходе вычислений, производимых в скоростной системе координат, происходит интегрирование всех систем уравнений, кроме системы уравнений геометрических соотношений (8). Обязательным ненулевым начальным условием является только скорость полета  $V$ .

$$\begin{aligned} V &= \int_0^t [P \cos(\alpha - \alpha_W) \cos(\beta - \beta_W) + X_a \cos(\alpha - \alpha_W) \cos(\beta - \beta_W) + \\ &\quad + Y_a \sin \alpha_W \sin \beta_W - mg \sin \theta] / m \, dt \\ \theta &= \int_0^t (P [\sin(\alpha - \alpha_W) \cos \gamma_a + \cos(\alpha - \alpha_W) \sin(\beta - \beta_W) \sin \gamma_a] + \\ &\quad + X_a \sin \alpha_W \sin \beta_W + Y_a \cos \gamma_a \cos \alpha_W \cos \beta_W - Z_a \sin \gamma_a - mg \cos \theta) / mV \, dt, \quad (4) \\ \Psi &= \int_0^t (P [\sin(\alpha - \alpha_W) \sin \gamma_a - \cos(\alpha - \alpha_W) \sin(\beta - \beta_W) \cos \gamma_a] + \\ &\quad + Y_a \sin \gamma_a + Z_a \cos \gamma_a) / mV \cos \theta \, dt \end{aligned}$$

где  $t$  – время моделирования,  $P$  – сила тяги двигателя;  $\alpha$  – угол атаки;  $\alpha_W$  – изменение угла атаки, вызванное ветром;  $\beta$  – угол скольжения;  $\beta_W$  – приращение угла скольжения, вызванное ветром;  $Y_a$  – аэродинамическая подъемная сила;  $m$  – масса самолета;  $\theta$  – угол наклона траектории;  $\gamma_a$  – аэродинамический угол крена;  $Z_a$  – аэродинамическая боковая сила;  $\Psi$  – угол пути.

$$\begin{aligned} L &= \int_0^t V \cos \theta \cos \Psi + W_x \, dt \\ H &= \int_0^t V \sin \theta + W_y \, dt, \quad (5) \\ Z &= \int_0^t -V \cos \theta \sin \Psi + W_z \, dt \end{aligned}$$

где  $L, H, Z$  – координаты самолета в нормальной земной системе координат;  $W_x, W_y, W_z$  – составляющие скорости ветра.

$$\begin{aligned} \omega_x &= \int_0^t \frac{M_x + (J_z - J_y) \omega_y \omega_z}{J_x} \, dt \\ \omega_y &= \int_0^t \frac{M_y + (J_x - J_z) \omega_x \omega_z}{J_y} \, dt, \quad (6) \\ \omega_z &= \int_0^t \frac{M_z + (J_y - J_x) \omega_x \omega_y}{J_z} \, dt \end{aligned}$$

где  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – скорость крена, рысканья и тангажа соответственно;  $M_x, M_y, M_z$  – моменты крена, рысканья и тангажа соответственно;  $J_x, J_y, J_z$  – осевые моменты инерции по продольной, нормальной и боковой оси соответственно.

$$\begin{aligned} \gamma &= \int_0^t \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \, dt \\ \psi &= \int_0^t \operatorname{sec} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \, dt, \quad (7) \\ \vartheta &= \int_0^t \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \, dt \end{aligned}$$

где  $\gamma$  – угол крена;  $\psi$  – угол рысканья;  $\vartheta$  – угол тангажа.

$$\begin{aligned} \alpha &= \arcsin \left( \frac{[\sin \vartheta \cos \gamma \cos(\Psi - \psi) + \sin \gamma \sin(\Psi - \psi)] \cos \theta + \sin \theta \cos \vartheta \cos \gamma}{\cos(\beta - \beta_W)} \right) \\ \beta &= \arcsin \left( \cos \theta [\sin \vartheta \sin \gamma \cos(\Psi - \psi) - \cos \gamma \sin(\Psi - \psi)] - \sin \theta \cos \vartheta \sin \gamma \right), \quad (8) \\ \gamma_a &= \arcsin \left( \frac{\cos(\alpha - \alpha_W) \sin(\beta - \beta_W) \sin \vartheta - \cos \vartheta [\sin(\alpha - \alpha_W) \sin(\beta - \beta_W) \cos \gamma - \cos(\beta - \beta_W) \sin \gamma]}{\cos \theta} \right) \end{aligned}$$

### 3. Особенности модели

В модели предусмотрено 3 режима работы:

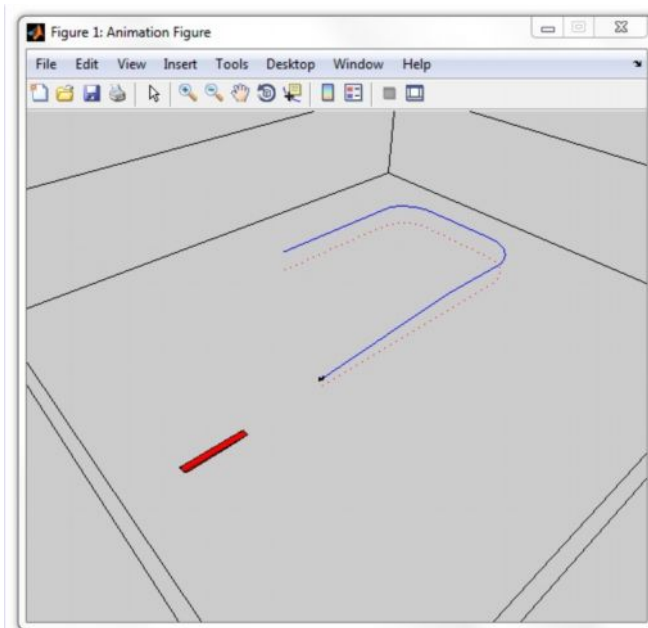
В ручном режиме оператор с помощью USB джойстика подает управляющие воздействия и с помощью интерфейса наблюдает за параметрами полета в реальном времени. Этот режим используется, если необходимо проверить, как модель управляется и насколько она соответствует своим аналогам из симуляторов, которые распространяются на коммерческой основе.

Автоматический режим используется, когда модель выполняет маневры, предварительно установленные в задающем устройстве пользователем до начала симуляции. Задающие устройства содержат требуемые углы крена, тангажа и рысканья. Разность между текущими и заданными значениями параметров подается на регуляторы, которые имитируют автопилоты каналов крена тангажа и рысканья соответственно.

Третий режим работы соответствует ситуации, когда необходимо изучить реакцию объекта управления на определенное отклонение управляющих поверхностей (елероны, руль высоты, руль направления), не используя регуляторы. В этом режиме не используются регуляторы, отсутствует обратная связь в канале управления, а задающие устройства содержат информацию о требуемых углах отклонения управляющих поверхностей.

Модель поддерживает добавление в свою структуру новых элементов, таких как механизация крыльев и шасси.

Любой сигнал в системе можно исследовать с помощью стандартных средств Matlab/Simulink. Для возможности просмотра траектории, пройденной летательным аппаратом, можно воспользоваться средствами визуализации MATLAB, такими как VirtualRealityToolbox или блок Matlab-based animation (рис. 2), входящий в состав библиотеки AerospaceBlockset.



**Рис. 2. Траектория, пройденная летательным аппаратом**

Для моделирования динамики полета приняты некоторые допущения, которые препятствуют использованию модели в качестве авиасимулятора или авиационного тренажера:

Не учитываются вращение и сферичность Земли.

Самолет представляет собой абсолютно жесткое тело.

Используется упрощенная модель динамики вращательного движения, исключая из рассмотрения центробежные моменты.

Существуют определенные сингулярности, свойственные данной математической модели [7], обходимые в более совершенных моделях динамики полета с помощью использования кватернионов.

#### **Заключение**

Данная имитационная модель находит применение в исследовании принципов управления и стабилизации сложной системы; исследовании динамики полета больших и малых летательных аппаратов самолетного типа малой и средней маневренности. Служит показательным примером моделирования сложной системы на основе физических формул и уравнений и может быть использована в учебном процессе.

Не смотря на то что имитационная модель не является оптимальной по критериям полноты математического описания и быстродействия, вследствие применения большого количества тригонометрических функций, она имеет наглядную и логичную структуру, а также полностью соответствует той математической модели, которая описывается в отечественной технической и учебной литературе.

На момент написания доклада готовится передача модели в фонд программ Северо-западного регионального центра информационных технологий (СЗЦИТ).

#### **Литература**

1. **Воробьев В.Г., Кузнецов С.В.** Автоматическое управление полетом самолетов. – М.: «Транспорт», 1995.
2. **Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В.** Динамика самолета. Пространственное движение. – М.: «Машиностроение», 1983.
3. **Лысенко Н.М.** Практическая аэродинамика маневренных самолетов: учебник для летного состава, военное издательство министерства обороны СССР. – М., 1977.
4. **Боднер В.А.** Теория автоматического управления полетом. – М.: «Машиностроение», 1973.
5. **Сивохин А.В. Мещеряков Б.К.** Решение задач оптимального управления с использованием математической системы MATLAB и пакета имитационного моделирования SIMULINK, Лабораторный практикум по основам теории управления. – Пенза, 2006.
6. **Palmer G.** Physics for Game Programmers, Apress, 2005.
7. Roskam J. Airplane flight dynamics and automatic flight controls, 6-е изд. «DAR corporation», 2001.
8. **McIver J.** Cessna Skyhawk II / 100 Performance Assessment [Электронный ресурс] / Веб-сайт компании Temporal Images (Aeronautics – Cessna 172 Performance Assessment) – URL: <http://temporal.com.au/c172.pdf>, яз. англ., (дата обращения 3.09.2013).