
РАЗРАБОТКА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ОДНОКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОГРАНИЧЕННЫМ ВРЕМЕНЕМ ПРЕБЫВАНИЯ В ОЧЕРЕДИ

А.Ю. Холодов (Астрахань)

Постановка задачи

В рассмотрение вводится система массового обслуживания (СМО) $G/G/1$ с ожиданием. Заявки поступают в систему через временные интервалы, описываемые произвольной функцией распределения $A(t)$. СМО имеет одно обслуживающее устройство (узел), в котором поступающая заявка обслуживается в течение временного интервала, описываемого некоторой произвольной функцией распределения $B(t)$. Если вновь поступившая заявка «застает» обслуживающее устройство «занятым» (обслуживающее другую заявку), она «ожидает» обслуживания в очереди. Определим дисциплину прохождения заявками очереди как FIFO. Кроме того, для вышеописанной «классической» системы с ожиданием, вводится условие на временное ограничение пребывания заявки в очереди, причем необходимо рассмотреть три варианта:

1. время пребывания в очереди является константой (const), одинаковой для всех заявок;
2. время пребывания в очереди является случайной величиной, имеющей закон распределения, одинаковый для всех заявок;
3. время пребывания в очереди определяется посредством некой функциональной зависимости, одинаковой для всех заявок.

Совершенно очевидно, что первые два варианта являются частными случаями третьего, но их рассмотрение необходимо для установления адекватности разрабатываемой имитационной модели, так как для некоторых СМО ($M/M/1$) получены аналитические выражения функциональных характеристик для стационарного процесса.

При вполне понятной «академичности» поставленной задачи она имеет важное прикладное значение, в частности, при рассмотрении бизнес-процессов поставок, хранения и реализации скоропортящихся продуктов. Например, если рассмотреть СМО, где поток входящих заявок имеет пакетную структуру (одновременно поступает несколько заявок – пакет, а временные интервалы между поступлениями пакетов описываются некоторой функцией распределения, причем количество заявок в пакете также может являться случайной величиной) и время пребывания в очереди заявок пакета является константой (const), различной для всех пакетов (третий вариант временного ограничения), то введенная система описывает бизнес-процесс реализации скоропортящихся продуктов различных видов, имеющих свой срок хранения.

Методы исследования

Единственным методом исследования описанной выше СМО является имитационное моделирование с последующим статистическим анализом данных имитационных экспериментов, с целью получения функциональных характеристик системы. На рисунке 1 представлена имитационная блок-схема, разработанная в среде AnyLogic.

Необходимо сразу отметить, что объект `queue` имеет порт `outTimeout`, использование которого позволит реализовать имитационную модель СМО с первым вариантом на временное ограничение, пребывания в очереди. Но, поскольку задача направлена на реализацию 3-го варианта, данный подход неприемлем.

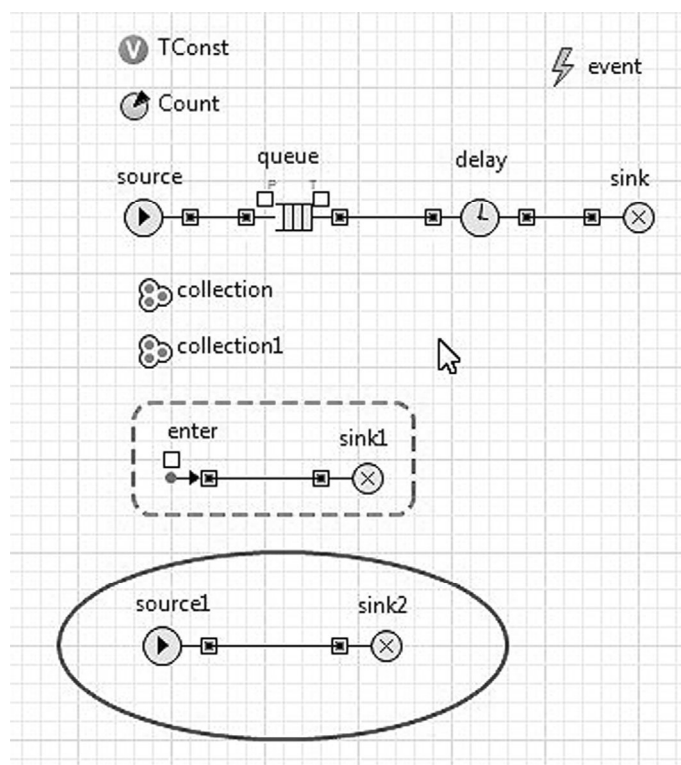


Рис. 1. Блок-схема имитационной модели с ограниченным временем ожидания

Рассмотрим логику функционирования имитационной модели. Сформирован класс заявок с 3-мя полями: первое поле – счетчик; второе поле – фиксирует модельное время поступления заявки; третье поле – определяет модельное время ожидания в очереди. Данные поля инициализируются при поступлении заявки в систему в объекте **source**. Нахождение заявок в очереди реализуется посредством формирования динамической структуры – коллекции (**collection**): вновь поступающая заявка добавляется в коллекцию. При «освобождении» обслуживающего устройства (объект **delay**), заявка начинает обслуживаться и элемент с соответствующим индексом удаляется из коллекции. Проверка условия на ограничение времени ожидания осуществляется посредством события **event** с циклическим режимом функционирования и постоянным периодом (очевидно, что период срабатывания события должен быть небольшой величиной, хотя бы на порядок меньше минимально возможного значения времени ожидания). Если текущее модельное время больше либо равно сумме значений в полях, фиксирующих времена поступления и ожидания, то заявка покидает очередь посредством метода **remove()** и удаляется из коллекции. В качестве расширения функциональных возможностей модели реализовано два подхода: первый – «передача» удаленных заявок посредством объекта **exit** в некий модуль модели (пунктирный прямоугольник на рис. 1); второй – формирование из удаленных заявок входящего потока (овал на рис. 1).

Основным моментом при разработке имитационных моделей является установление их адекватности функционирования реальным вероятностным процессом. В данном случае, для установления адекватности используем тот факт, что для СМО $M/M/1$ с ограниченным временем ожидания, равным τ (const), для стационарного процесса существует аналитическое выражение интенсивности выходящего потока «удаленных» заявок – λ_0 (формула Баррера [1]):

$$\lambda_0 = P_0 \frac{\lambda^2}{\mu} e^{\tau(\lambda-\mu)},$$

где $P_0^{-1} = \begin{cases} 1 + \frac{\lambda}{\mu} \frac{\lambda e^{\tau(\lambda-\mu)} - \mu}{\lambda - \mu}, & \lambda \neq \mu, \\ 2 + \lambda\tau, & \lambda = \mu \end{cases}$, λ – интенсивность простейшего входящего потока и

μ – интенсивность экспоненциального закона, описывающего время обслуживания.

Были проведены 2-е серии имитационных экспериментов, получены графические представления интенсивностей выходящего потока «удаленных» заявок (рис. 2) и рассчитаны значения λ_0 согласно формуле Баррера:

а) $\lambda = \mu = \tau = 1 - \lambda_0 = 1/3$;

б) $\lambda = 2, \mu = \tau = 1 - \lambda_0 = 1.101$.

На основании анализа полученных имитационных данных можно сделать заключение об адекватности разработанной имитационной модели.

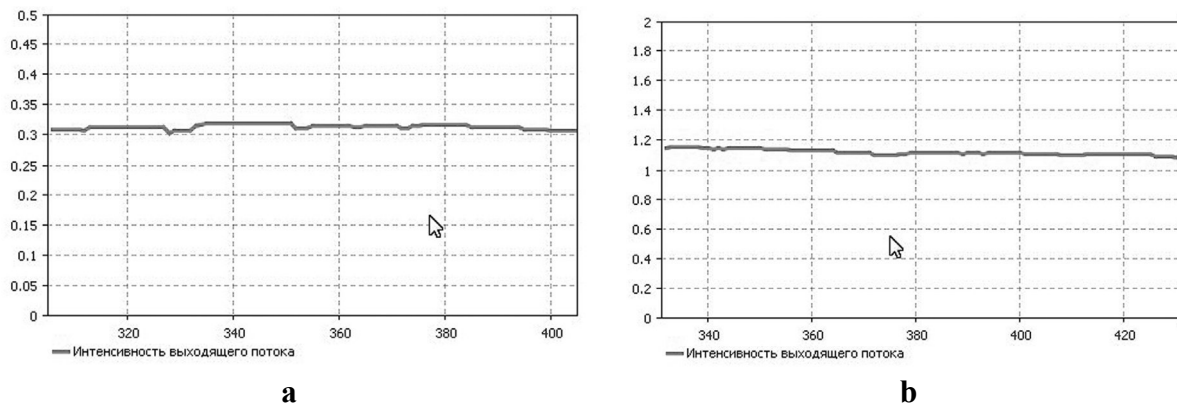


Рис. 2. Графические представления интенсивностей выходящего потока «удаленных» заявок: а) $\lambda = \mu = \tau = 1$; б) $\lambda = 2, \mu = \tau = 1$

Заключение

Таким образом, в заключении хотелось бы отметить, что подход, основанный на использовании динамических структур (коллекций) и события с циклическим режимом функционирования является оправданным для разработки имитационных моделей с ограниченным временем пребывания заявок в очереди и позволяет значительно расширить функциональные возможности модели (3-й вариант временных ограничений). Также данную методику можно использовать для разработки имитационных моделей, описывающих СМО с приоритетами и «эгоистичными дисциплинами» прохождения заявками очередей.

Литература

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. Изд. 5-е, испр. – М.: Изд-во ЛКИ, 2011. – 400 с.