

**ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ  
ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ****И.М. Якимов, А.П. Кирпичников (Казань)**

Предлагается методика моделирования дискретных производственных процессов, состоящая из следующих шести этапов [1,2].

1. Предварительный анализ объекта и постановка задач.
2. Разработка программной имитационной модели в системе GPSS World.
3. Построение стратегического плана проведения экспериментов и проведение имитационных экспериментов по стратегическому плану.
4. Оценка достоверности результатов.
5. Построение математической модели производственных процессов, состоящей из совокупности уравнений регрессии.
6. Вывод формул для вычисления оптимальных значений количества работников на выделенных операциях производственного процесса.

Реализация методики осуществлена на примере исследования функционирования предприятия, выполняющего следующие работы:

- изготовление воздухопроводов, комплектующих изделий к ним, калориферов и других вентиляционных и сантехнических изделий и оборудования;
- монтаж и автоматизация систем вентиляции, отопления и кондиционирования воздуха;
- пуско-наладка, обязательным условием которой является испытание вентиляционных систем на эффективность с использованием автоматизации и всех систем сигнализации и оповещения в случае аварийной или чрезвычайной ситуации.

Для моделирования выделены следующие виды работ: вентиляционные; сантехнические; электромонтажные и пуско-наладочные.

После всех операций, производится контроль.

Далее последовательно рассмотрим все этапы исследования в соответствии с предложенной методикой.

**1. Математическая постановка задач**

1. Ставится задача разработки математической модели производственных процессов, состоящей из совокупности уравнений регрессии, функционально представляемых в следующем виде:

$$y_j = f_j(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7); \quad j = \overline{1, k} \quad (1)$$

где  $y_j$  –  $j$ -й результативный показатель эффективности;

$x_i$  –  $i$ -й фактор, влияющий на производственный процесс;

$k$  – количество результативных показателей эффективности.

Перечень отобранных для исследования переменных приведен в табл. 1.

2. По математической модели (1) ставится задача оптимизации.

Целевая функция выбирается из перечня результативных показателей эффективности. Наиболее целесообразно в качестве целевой функции принять доход от производственной деятельности.

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \rightarrow \max. \quad (2)$$

На остальные результативные показатели и оптимизируемые факторы  $x_i$ ;  $i=1,5$  накладываются ограничения. Объективные факторы  $x_6$  и  $x_7$  в процессе оптимизации не меняются.

3. Ставится задача вывода формул для вычисления оптимальных значений оптимизируемых показателей по значениям объективных факторов.

$$x_i = f_i(x_6, x_7); \quad i = \overline{1,5}. \quad (3)$$

Таблица 1

№	Код	Наименование
1	$y_1$	Доход от выполненных работ в тыс. руб.
2	$y_2$	Количество договоров, выполненных за три года
3	$y_3$	Среднее время выполнения работ по договору в раб. днях
4	$y_4$	Вероятность выполнения работ в договорные сроки
5	$y_5$	Среднее время срыва договорных работ в рабочих днях
6	$y_6$	Коэффициент занятости вентиляционщиков в долях от 1000
7	$y_7$	Коэффициент занятости сантехников в долях от 1000
8	$y_8$	Коэффициент занятости электромонтажников в долях от 1000
9	$y_9$	Коэффициент занятости пуско-наладчиков в долях от 1000
10	$y_{10}$	Стандартное отклонение времени выполнения договорных работ
11	$x_1$	Количество вентиляционщиков
12	$x_2$	Количество сантехников
13	$x_3$	Количество электромонтажников
14	$x_4$	Количество пуско-наладчиков
15	$x_5$	Количество контролеров
16	$x_6$	Среднее время между поступлением заказов на проведение договорных работ в рабочих днях
17	$x_7$	Плановое время выполнения работ по договору в рабочих днях

## 2. Разработка программной имитационной модели на языке GPSS W

Для имитации вероятностных процессов используются экспоненциальные, равномерные и треугольные законы. Общее количество операторов в имитационной модели 221, из них 161 блок и 60 команд.

Календарный период моделирования – три года.

## 3. Построение стратегического плана моделирования

В качестве ядра стратегического плана принят план дробного факторного эксперимента (ДФЭ). В качестве основных факторов взяты пять оптимизируемых факторов  $x_1 - x_5$  и в качестве дополнительных два объективных фактора  $x_6$  и  $x_7$ . К вершинам пятимерного куба добавляется центральная точка и  $2 \cdot k = 14$  звездных точек. Таким образом, общее количество вариантов будет:  $N_2 = 1 + 2^k + 2 \cdot k = 1 + 2^5 + 2 \cdot 7 = 47$ .

## 4. Оценка достоверности результатов имитационного моделирования

Оценка достоверности результатов имитационного моделирования проведена по времени выполнения работ по договору. Принято условие, чтобы доверительная вероятность по каждому из 47 вариантов была не меньше 0.9. Для вычисления доверительной вероятности использована формула, полученная на основании неравенства Чебышева.

$$\beta_i = 1 - 1 \cdot \frac{y_{10}^2}{Q \cdot (0.05 y_3)^2}; \quad i = \overline{1,47} \quad (4)$$

где  $Q = 900$  – количество транзактов, зарегистрированных в таблице;

$y_3$  – среднее время выполнения работ по одному договору;

$y_{10}$  – стандартное отклонение времени выполнения работ по одному договору.

По результатам моделирования установлено, что доверительная вероятность во всех вариантах превышает 0.9, что вполне приемлемо.

### 5. Построение математической модели производственных процессов, состоящей из совокупности уравнений регрессии

По результатам имитационного моделирования построена математическая модель производственного процесса, состоящая из 10 уравнений регрессии. Для примера приведем одно из них.

$$\begin{aligned}
 y_1 = & 308969493 - 24017849 \cdot x_1 - 3527922 \cdot x_2 + 13194944 \cdot x_3 + 12711254 \cdot x_4 - \\
 & - 13660204 \cdot x_5 - 7213850 \cdot x_6 - 3303245 \cdot x_7 + 2248336 \cdot x_1^2 + 396496 \cdot x_2^2 - 1006031 \cdot x_3^2 - \\
 & - 3335095 \cdot x_4^2 - 647249 \cdot x_5^2 + 113127 \cdot x_6^2 + 23027 \cdot x_7^2 - 124552 \cdot x_1 \cdot x_6 - 4412 \cdot x_1 \cdot x_7 - \\
 & - 85573 \cdot x_2 \cdot x_6 - 7782 \cdot x_2 \cdot x_7 + 105351 \cdot x_3 \cdot x_6 - 56288 \cdot x_3 \cdot x_7 + 18406 \cdot x_4 \cdot x_6 + \\
 & + 136462 \cdot x_4 \cdot x_7 + 88093 \cdot x_5 \cdot x_6 + 172593 \cdot x_5 \cdot x_7.
 \end{aligned} \tag{5}$$

По вычисленным значениям коэффициентов эластичности и удельных весов показателя эффективности  $y_1$  построены диаграммы, приведенные на рис.1–2.

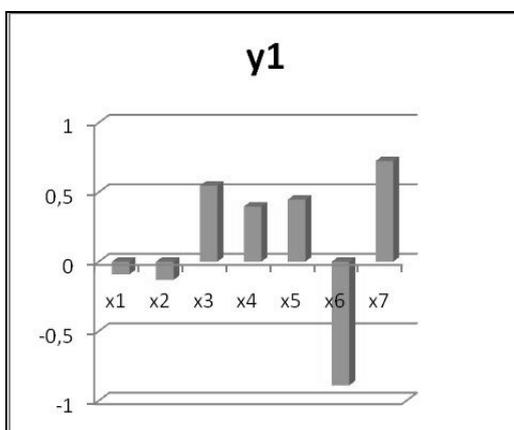


Рис.1

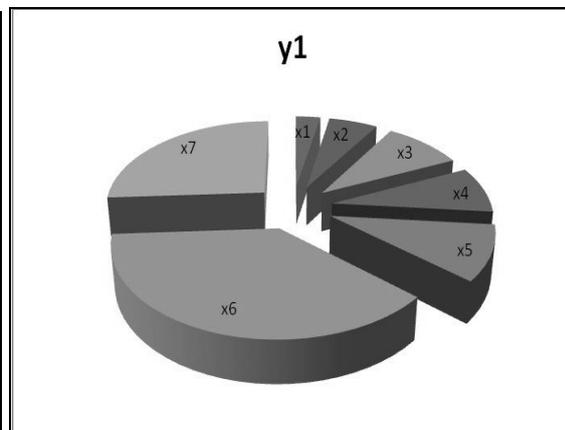


Рис.2

Полученная диаграмма (рис.1) позволяет сделать вывод, что сильное отрицательное влияние на доход предприятия оказывает  $x_6$  – время между поступлением заказов. Чем меньше время между поступлением заказов, тем больше доход предприятия, и это не противоречит здравому смыслу. Положительное влияние оказывают факторы  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$  и  $x_7$ . Чем больше плановое время выполнения работ ( $x_7$ ), тем больше доход, так как затраты на штрафы за просрочку работу сводятся к минимуму. Чем больше количество рабочих  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$ , тем больше доход предприятия. Количество рабочих на вентиляционных и сантехнических работах  $x_1$  и  $x_2$  можно уменьшить, так как их влияние на прибыль – отрицательное.

### 6. Вывод формул для вычисления оптимальных значений количества работников на операциях производственного процесса

Решим задачу оптимизации (2) как задачу нахождения максимального значения результативного показателя эффективности  $y_1$  – дохода предприятия от производственного процесса, за вычетом расходов на покрытие штрафов за несвоевременно выполненные работы и на заработную плату работников в рублях, за счет выбора оптимального количества рабочих на производственных операциях и контролеров  $x_i$ ,  $i = \overline{1, 5}$  при ограничениях на другие результативные показатели эффективности и факторы. Ограничения на показатели эффективности заданы так, что фактически не превышают лучшие результаты, достигнутые предприятием за последнее время, и представляют собой минимальные и максимальные из ранее достигнутых значений.

Для оптимизации выбран метод касательных и использована имеющаяся в ППП Excel 2007 соответствующая стандартная процедура оптимизации.

По результатам оптимизации проведен регрессионный анализ с помощью стандартной процедуры программы Statistica 8.0 и выведены формулы для вычисления значений оптимизируемых факторов по объективным факторам.

$$x_{1onm} = -28,64 + 0,33038 \cdot x_6 + 0,925063 \cdot x_7 - 0,006608 \cdot x_6^2 - 0,006608 \cdot x_7^2. \quad (6)$$

$$x_{2onm} = -73,48 + 0,770886 \cdot x_6 + 2,158481 \cdot x_7 - 0,015418 \cdot x_6^2 - 0,015418 \cdot x_7^2. \quad (7)$$

$$x_{3onm} = 5,66 + 0,00000027 \cdot x_6 + 0,00000069 \cdot x_7 - 0,00000005 \cdot x_6^2 - 0,00000005 \cdot x_7^2. \quad (8)$$

$$x_{4onm} = 3,17 + 0,00000006 \cdot x_6 + 0,0000002 \cdot x_7 - 0,00000001 \cdot x_6^2 - 0,00000001 \cdot x_7^2. \quad (9)$$

$$x_{5onm} = -26,274293 - 0,188831 \cdot x_6 + 0,860097 \cdot x_7 + 0,003835 \cdot x_6^2 - 0,006165 \cdot x_7^2. \quad (10)$$

Полученные формулы (6) – (10) пригодны для вычисления конкретного количества работников в зависимости от значений объективных факторов.

Вычислим оптимальные значения для трех различных сценариев.

Для наименее загруженного режима:

$$x_1 = 5; x_2 = 5; x_3 = 6; x_4 = 4; x_5 = 1; x_6 = 35 \text{ дней}; x_7 = 60 \text{ дней}; y_1 = 51199865 \text{ руб.}$$

Для режима со средней загрузкой:

$$x_1 = 6; x_2 = 10; x_3 = 6; x_4 = 4; x_5 = 1; x_6 = 25 \text{ дней}; x_7 = 70 \text{ дней}; y_1 = 56298777 \text{ руб.}$$

Для режима с максимальной загрузкой:

$$x_1 = 8; x_2 = 12; x_3 = 6; x_4 = 5; x_5 = 1; x_6 = 15 \text{ дней}; x_7 = 80 \text{ дней}; y_1 = 102624160 \text{ руб.}$$

### Заключение

В работе получены следующие основные результаты:

1. Разработана блок-схема алгоритма и имитационная программная модель производственных процессов изготовления и монтажа оборудования.
2. Построен стратегический план проведения имитационных экспериментов, который позволяет вычислить все коэффициенты степенного полинома, включая коэффициенты как при самих факторах, так и при всех сочетаниях факторов между собой в виде их произведений и проведены имитационные эксперименты по стратегическому плану.
3. Проведена оценка достоверности результатов. Доверительная вероятность по 47 вариантам эксперимента выше 0,9.
4. Построена математическая модель процесса изготовления и монтажа оборудования, состоящая из совокупности уравнений регрессии, которые отображают взаимное влияние факторов на показатели эффективности процесса. Вычислены удельные веса и коэффициенты эластичности, показывающие степень влияния факторов на показатели эффективности.
5. Получены формулы (6)–(10) для вычисления оптимального количества рабочих и контролеров производственных процессов, пригодные для практического применения на конкретном исследованном предприятии.
6. Предложенная методика пригодна для исследования широкого круга дискретных производственных процессов.

### Литература

1. **Якимов И.М.** Компьютерное моделирование: учеб. пособие. – Казань: Изд-во КНИТУ им. А.Н. Туполева. – 2008. – 220 с.
2. **Якимов И.М., Мокшин В.В.** Компьютерные технологии моделирования и обработки экспериментальных данных: учеб. пособие. – Казань. Изд-во КНИТУ им. А.Н. Туполева. – 2012. – 124 с.