

МОДИФИЦИРОВАННАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ¹

М.Е. Степанцов (Москва)

В течение трех прошедших лет автор занимался разработкой, тестированием и усовершенствованием дискретной математической модели, описывающей в динамике развитие транспортной сети на основе ресурсов узлов этой сети, которые создаются благодаря функционированию самой сети. В работе [1] была предложена такая модель, характеризующаяся функционированием сети в условиях отсутствия единого планирующего центра и ее развитием на основе принципа самоорганизации. Впоследствии в эту модель был внесен ряд изменений, представленных в [2].

Основной идеей модели является введение для каждого вида перевозимых грузов некоей величины, названной потенциалом, которая численно характеризовала потребность в данном товаре, существующую в узле транспортной сети. Именно разность потенциалов между узлами и создавала в модели потоки товаров. Темпы развития узлов в модели полагались пропорциональными квадрату потока товаров, перевозимых через данный узел (в модифицированном варианте модели [2] темпы развития узлов задавались неотрицательной возрастающей функцией модуля суммарного потока товаров).

Поскольку исходная модель была подробно изложена в материалах конференции ИММОД-2011 [3], ниже будут перечислены лишь модификации, использованные при ее усовершенствовании.

1. Первоначально модель базировалась на полном графе, вершины и ребра которого изображали соответственно узлы и коммуникации транспортной сети. При этом отсутствие коммуникации между двумя узлами транспортной сети задавалось нулевой пропускной способностью соответствующего ребра, а в процессе развития системы такая коммуникация могла появиться. Данное положение оказывается несоответствующим моделируемой реальности в двух случаях.

Во-первых, иногда некоторая коммуникация принципиально не может быть создана из-за существующих природных условий. Во-вторых, в случае, когда некоторый узел 3 расположен близко к линии, соединяющей узлы 1 и 2, и при этом существуют коммуникации 1-3 и 3-2, не имеет смысла рассматривать возможность создания новой коммуникации 1-3.

Таким образом, модель [2] отличается от базовой отсутствием требования полноты графа.

2. В исходной модели на каждом временном шаге для каждого вида товаров k и для каждой вершины i рассматривалась задача

$$\left| \varphi_{ik} - \left(\sum_j S_{ijk} + P_{ik} \right) \right| \mapsto \min$$

при ограничениях

$$\sum_k |S_{ijk}| \leq W_{ij}$$

¹ Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проекты 11-06-00193-а и 11-06-00471-а.

Здесь φ_{ik} – потенциал товара вида k в вершине i , P_{ik} – выпуск товара вида k в вершине i , S_{ijk} – поток товара вида k из вершины j в вершину i , W_{ij} – пропускная способность ребра (i, j) . Эти задачи решались последовательно для каждого вида товаров. Таким образом, виды товаров в исходной модели были упорядочены «по значимости», то есть, прежде всего, минимизировалась нехватка товара с номером $k=1$, затем $k=2$ и так далее. Такой подход в большинстве случаев не адекватен моделируемой реальности.

Поскольку в рассматриваемой задаче предполагается стихийно складывающаяся схема перевозок, более адекватным представляется реализация в рамках модели следующего алгоритма:

1.

$$\forall k \forall i \quad \varphi_{ik} = P_{ik}$$

2.

$$i_{MjMkM} : |\varphi_{iMkM} - \varphi_{jMkM}| = \max |\varphi_{ik} - \varphi_{jk}|$$

Здесь максимум берется по всем существующим неотмеченным ребрам графа. Если максимум достигается на нескольких ребрах и видах товара, то один из вариантов выбирается случайно.

3. Предполагаем без ограничения общности, что $\varphi_{iMkM} > \varphi_{jMkM}$

$$\varphi_{jMkM} := \varphi_{jMkM} + 1$$

$$\varphi_{iMkM} := \varphi_{iMkM} - 1$$

$$S_{iMjMkM} = S_{iMjMkM} + 1$$

4. Если

$$\sum_k |S_{iMjMkM}| = W_{iMjM},$$

то отмечаем ребро $(i_1(M), j_1(M))$.

5. Если существуют неотмеченные ребра и

$$\max_{i,j,k} |\varphi_{ik} - \varphi_{jk}| > 1,$$

то переходим к пункту 2, иначе конец алгоритма.

3. Исходная модель характеризовалась обратной связью в виде увеличения размера узлов, что являлось результатом успешного (в том или ином смысле) функционирования сети. Увеличение размера узла приводило, в частности, к повышению возможности развития прилегающих коммуникаций (увеличения пропускной способности инцидентных данной вершине ребер).

Изменение размера вершин задавалось пропорциональным сумме квадратов потоков товаров через вершину.

Однако данное правило имеет своим следствием неограниченное увеличение размера узлов, средние темпы которого пропорциональны самим этим размерам. В результате в модели наблюдается экспоненциальный рост масштаба размеров узлов, а следовательно, и выпуска, и спроса на товары. В связи с этим при моделировании реальной си-

туации приходилось учитывать некоторый экспоненциально растущий средний уровень размера узлов, с которым и следовало сравнивать динамику отдельных узлов.

Помимо этого, возникал и вопрос о том, что динамика развития узлов связана именно с количеством перевозимых через них товаров. Более адекватным представляется предположение о том, что темпы развития узла зависят от степени удовлетворения спроса на товары в этом узле.

Таким образом, имеет смысл задать динамику изменения размера вершин следующим образом:

$$V_i' = V_i \left(1 + F \left(\sum_{k: \varphi_k < 0} |\varphi_{ik}| \right) \right)$$

Здесь V_i и V_i' – размер вершины на данном и следующем временных шагах соответственно, F – функция благополучия узла, численно задающая темпы его роста. Данная функция должна убывать на всей области определения и равняться нулю при некотором фиксированном значении аргумента, меньшем характерного масштаба объемов спроса в модели.

На основе исходной модели в работе [4] были построены имитационные схемы сетей железных дорог России и Украины. С их помощью были разыграны несколько сценариев развития этих сетей с горизонтом прогноза до 50 лет. Оказалось интересным повторить эти расчеты на основе модифицированной модели с использованием тех же исходных данных, которые применялись для калибровки [5] и задания начальных параметров имитационных схем.

Для железнодорожной сети России в [4] был разыгран базовый сценарий (использовавшийся для сравнения), а также сценарии:

- 1) прекращения железнодорожного сообщения с Дальним Востоком;
- 2) прекращения железнодорожного сообщения с Украиной и Белоруссией;
- 3) прекращения железнодорожных перевозок грузов из портов на Балтийском море.

Те же сценарии были рассмотрены при помощи модифицированной модели, при этом прекращение сообщения с Украиной и Белоруссией рассматривалось теперь по отдельности.

Результаты имитационного моделирования позволяют сделать следующие выводы:

- 1) железнодорожное сообщение с Дальним Востоком является существенным фактором экономической целостности России (сохранения экономических связей Дальнего Востока с остальной страной), но не оказывает существенного влияния на экономическое развитие страны в целом;
- 2) железнодорожное сообщение с Белоруссией и перевозки через порты Балтийского моря важны для успешного экономического развития России.

Для железнодорожной сети России в [4] был разыгран базовый сценарий (использовавшийся для сравнения), а также сценарии:

- 1) прекращения железнодорожного сообщения с Россией;
- 2) прекращения железнодорожного сообщения с Европой;

Эти же сценарии были рассмотрены при помощи модифицированной модели.

Результаты имитационного моделирования позволяют сделать следующие выводы:

- 1) железнодорожное сообщение с Россией не оказывает существенного влияния на экономическое развитие Украины;

2) железнодорожное сообщение с Европой является слабым положительным фактором экономического развития Украины, однако может быть замещено грузовыми морскими перевозками через Одессу настолько, насколько для этого хватит мощности порта (решение этого вопроса лежит вне рамок модели).

Следует иметь в виду, что перечисленные результаты получены на основании данных, в значительной степени являющихся оценками и продуктом экстраполяции и аппроксимации. Они могут рассматриваться как некоторое приближенное отражение общих тенденций. Более конкретные и адекватные результаты могут быть получены при оперировании точными исходными данными во взаимодействии с заинтересованными организациями, что и рассматривается автором как перспективное направление развития модели.

Литература

1. **Малинецкий Г. Г., Степанцов М. Е.** Дискретная математическая модель динамического развития транспортной сети // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2009. – Том 49. – № 9. – С.1565–1570.
2. **Степанцов М. Е.** О возможной модификации дискретной математической модели динамического развития транспортной сети // Компьютерные исследования и моделирование. – 2013. – Т.5. – № 3. – С. 395–402.
3. **Степанцов М.Е.** Моделирование некоторых сценариев развития систем железных дорог России и Украины // Пятая всероссийская науч.-практ. конф. по имитационному моделированию и его применению в науках и промышленности «Имитационное моделирование: теория и практика» ИММОД-2011. Труды конференции. – СПб: ОАО Центр технологии и судостроения, – 2011. – Т.1. – С. 282–285.
4. **Агапова Г.И., Гавдаева А.В., Степанцов М.Е.** Моделирование динамики развития железнодорожных сетей. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2011, № 73.
5. **Stepantsov M.E.** On calibrating the dynamic model of a transport network // Труды Третьей международной конференции «Математическое моделирование социальной и экономической динамики» (MMSED-2010). 23–25 июня 2010 года. – М.: ЛЕНАНД, 2010. – С. 247–251.