

**МОДЕЛЬНО-АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА ОПТИМАЛЬНОЙ  
ОРГАНИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ РЕГУЛЯРНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ****О.Ю. Лукомская (Санкт-Петербург)**

В настоящее время проблемой в сфере транспорта является точное регулирование (или управление) движения потоков транспортных средств, обеспечивающее оптимальное во времени и безопасное в движении функционирование транспортной системы. Первым базовым принципом в любой логистической системе является правильная временная организация обслуживания потоков транспортных средств [1].

Рассмотрение любого транспортного процесса (ТП), с точки зрения управления возможно в 3-х аспектах [1]:

- 1) планирование;
- 2) измерение текущего состояния объекта управления;
- 3) регулирование.

*Планирование* определяет расчетную траекторию движения (времена прохождения транспортного средства через узлы обслуживания).

*Измерение* (учет) связано с измерением текущих значений параметров объекта.

*Регулирование* определяет отклонение фазовой точки от заданной траектории посредством анализа результата работы транспортного средства в смежные промежутки времени, осуществляет формирование на основе этой информации компенсирующих управляющих воздействий и, по возможности, возврат этой точки на плановую траекторию.

Прежде, чем приступить к описанию математической модели временного планирования движения регулярных транспортных потоков, определим объект планирования и случайные факторы, влияющие на него.

*Объект временного планирования.* Оборот транспортных потоков (ТП) (или ресурсов) поддерживается множеством транспортных средств (ТРС) и коммуникационной сетью. Коммуникационная сеть определяется множеством линейных транспортных коммуникаций (в дальнейшем – трасс) и заданным на нем отношением графического порядка. Саму же трассу можно формально представить линейным графом  $G(A, B)$ , вершинам  $a \in A$  которого сопоставлены пункты ( $j = 1, n$ ) обслуживания (ПО) потоков (порты, шлюзы, склады, железнодорожные узлы и др.), характеризующиеся, прежде всего, временем  $T_o$  и связанной с ним интенсивностью  $q$  обслуживания, а дугам  $b \in B$  – участки трассы, характеризующиеся, в свою очередь, метрической протяженностью  $L_{jj+1}$ , максимально допустимой скоростью  $V_{jj+1}$  движения ТРС и связанной с нею пропускной способностью  $p$  трассы.

Для определенности будем полагать, что:

- а) во множестве  $A$  выделены одна начальная и одна конечная вершины,
- б) пункты обслуживания транспортной системы (ТС) имеют один вход и один выход,
- в) транспортные потоки движутся по трассе во встречных направлениях,
- г) внутри ПО может находиться одно ТРС,
- д) движение ТРС по трассе – двухстороннее.

Основной целью временного планирования транспортных процессов в таких системах является минимизация или полное исключение нетехнологических потерь времени из-за неритмичной или несогласованной совместной работы двух основных субъектов ТП – «водитель – оператор ПО» упомянутых выше простоев, и достигается она посредством решения задачи *временной регуляризации* движения ТРП посредством замены гладкой кривой движения потоков дискретной  $f(N\epsilon, t)$ , где  $N\epsilon$  – количество узлов дискретизации,  $t$  – временной интервал [2].

Основные случайные факторы, влияющие на качество управления регулярными транспортными потоками – случайность значений времен входа ТРС в систему обслуживания и случайность значений времен обслуживания ТРС в ПО. Первый из них уместно отнести к оператору планирования, второй – к оператору регулирования хода ТП.

Физическая интерпретация процесса идентификации движения ТРП сводится к формулировке условий согласованного и непрерывного движения ТРС в системе обслуживания. После выполнения процедуры дискретизации они примут вид [2]:

1) согласованности:

$$\forall i = 1, n; \quad \forall j = 1, m; \quad \forall p = 1, k$$

$$\text{а) } \left[ \left( \uparrow T_{ij}^{\text{BX}} + \downarrow T_{pj}^{\text{ВЫХ}} \right) - \left( \uparrow T_i^{\text{BX}} + \downarrow T_p^{\text{BX}} \right) \right] - T_{\text{пл}} = 0, \quad (1-\text{а})$$

$$\text{б) } \left| \left| \uparrow T_{ij}^{\text{BX}} - \downarrow T_{pj}^{\text{ВЫХ}} \right| - \left| \uparrow T_i^{\text{ВЫХ}} - \downarrow T_p^{\text{BX}} \right| \right| - 2 \cdot T_0 = 0, \quad (1-\text{б})$$

$$\text{в) } \uparrow V_{jj+1}^{\text{пл}} = \downarrow V_{j+1j}^{\text{пл}}, \quad (1-\text{в})$$

2) непрерывности движения

$$\text{г) } L : V_{\text{сп}}^{\text{пл}} - T_{\text{пл}} = 0, \quad (1-\text{г})$$

где  $T_{\text{пл}} = z \times T_0$ ,  $V_{\text{сп}}^{\text{пл}} = \left( \sum_{j=0}^m V_{jj+1}^{\text{пл}} \times L_{jj+1} \right) / L$ ,  $T_{ij}^{\text{BX}}$ ,  $T_{pj}^{\text{ВЫХ}}$  ( $T_{ij}^{\text{ВЫХ}}$ ,  $T_{pj}^{\text{BX}}$ ) – соответственно времена прихода  $i$ -того ТРС в  $j$ -тый ПО и выхода из него;

$z$  – общее количество узлов дискретизации,  $T_{\text{пл}}$  – плановое время прохождения ТРС по трассе,  $L$ , протяженность трассы;  $T_j^{\text{BX}}$ ,  $T_p^{\text{ВЫХ}}$  – времена входа ТРС на трассу,  $V_{\text{сп}}^{\text{пл}}$  – средневзвешенное по длинам участков трассы значение плановой скорости движения ТРС.

Коэффициент временного согласования движения встречных транспортных потоков [3]:

$$K_c = 1 - \frac{T_{\text{нт}}}{T_{\text{пл}}}. \quad (2)$$

При отсутствии нетехнологических временных  $T_{\text{нт}}$  потерь ТРС при их движении по трассе  $K_c = 1$ . При этом наблюдается полная согласованность встречных транспортных потоков в сети, характеризуемая отсутствием в ней конфликтов между ТРС за обладание транспортным ресурсом. На практике из-за наличия различных временных задержек  $K_c < 1$ . Тогда возникает потребность в таком управлении ТП в сети, чтобы она стремилась вернуться в равновесное (или в близкое к нему) состояние.

Математическая формулировка задачи:

1. Пусть в евклидовом подпространстве  $M_0 \subset M$  задана система базисных векторов  $x_1, x_2, \dots, x_{m+1}$ , отождествляемых с номерами ПО, а результат  $\vec{y}_0$  (или  $\overleftarrow{y}_0$ ) упомянутой выше временной дискретизации представлен линейной комбинацией этих векторов в виде [3, 4]:

$$\left| \vec{y}_0 \right| = T_0 \cdot \sum_{j=1}^{m+1} z_{0j} \cdot x_j, \quad \left| \overleftarrow{y}_0 \right| = T_0 \cdot \sum_{j=m+1}^1 z_{0j} \cdot x_j, \quad (3)$$

где  $z_{0j}$  есть целочисленный коэффициент, равный количеству узлов дискретизации между смежным ПО.

2. Пусть последовательность времен прибытия ТРС во все ПО системы выражается вектор-строками:

$$\left| \vec{p}_i \right| = \left| \vec{y}_0 \right| + \left| c_i \right|, \quad \left| \overleftarrow{p}_k \right| = \left| \overleftarrow{y}_0 \right| + \left| c_k \right|, \quad (4)$$

где  $\left| c_i \right| = \left| T_{i1}^{\text{BX}}, T_{i2}^{\text{BX}}, \dots, T_{im+1}^{\text{BX}} \right|$ ,  $\left| c_k \right| = \left| T_{im+1}^{\text{BX}}, T_{im}^{\text{BX}}, \dots, T_{i1}^{\text{BX}} \right|$  задают преобразование параллельного переноса вектора  $\left| \vec{y}_0 \right|$  (или  $\left| \overleftarrow{y}_0 \right|$ ) на величину  $T_i^{\text{BX}}$  (или  $T_k^{\text{BX}}$ ) в подпространстве  $M_0$ , где  $T_i^{\text{BX}}$  (или  $T_k^{\text{BX}}$ ) – времена входа ТРС в систему обслуживания ТРП во встречных направлениях.

3. Введем в рассмотрение два подпространства  $M_1 \subset M_0$  и  $M_2 \subset M_0$ , на которые в ходе процесса регуляризации будем проецировать векторы  $\left| \overleftarrow{p}_k \right|$  и  $\left| \vec{p}_i \right|$ . Сопоставим этим

подпространствам одноименные прямоугольные матрицы размерностью  $\vec{n} \times m$  и  $\overleftarrow{n} \times m$  соответственно. В начале процесса регуляризации обе матрицы пусты, а в конце его примут вид:

$$\mathbf{M}_1 = \vec{Y}_0 + \mathbf{C}_1, \quad \mathbf{M}_2 = \overleftarrow{Y}_0 + \mathbf{C}_2, \quad (5)$$

где  $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2$  – матрицы значений времен входа ТРС в систему обслуживания, составленные из векторов  $\left| c_i \right|$  и  $\left| c_k \right|$ ; векторы  $\vec{Y}_0$  и  $\overleftarrow{Y}_0$  – постоянные составляющие матриц  $\mathbf{M}_1$  и  $\mathbf{M}_2$ , обусловленные результатами временной дискретизации функций  $f(N_0, t)$ , а матрицы  $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2$  – переменные.

4. Ситуацию, когда два ТРС из встречных транспортных потоков одновременно находятся у противоположных входов ПО, будем считать *конфликтной*, приводящей к простоям одного из ТРС [4].

5. Процедуре поиска конфликтных ситуаций сопоставим оператор F [2], осуществляющий проекцию вектора  $\left| \vec{p}_i \right|$  (или  $\left| \overleftarrow{p}_k \right|$ ) на матрицу  $\mathbf{M}_2$  (или  $\mathbf{M}_1$ ), а факту разрешения этих конфликтов – *условие ортогональности* указанных входных векторов соответствующим матрицам. Этому условию отвечают соотношения (1-а) и (1-б).

6. В силу необратимости времени и связанных с ним транспортных событий, ортогонализацию вектора  $\left| \vec{p}_i \right|$  (или  $\left| \overleftarrow{p}_k \right|$ ) будем проводить итеративным увеличением значений элементов вектора  $\left| c_i \right|$  (или  $\left| c_k \right|$ ) на величину  $T_0$ .

Теперь процедура временной идентификации движения транспортных потоков при  $K_c = 1$  будет заключаться в поиске таких значений матриц  $\mathbf{C}_1$  и  $\mathbf{C}_2$ , чтобы расстояния между векторами, обозначаемые знаком  $\left| \dots \right|$ , были минимальными и кратными  $T_0$ , а матрицы  $\mathbf{M}_1$  и  $\mathbf{M}_2$  были взаимно ортогональны:

$$\left\| \left| \vec{p}_i \right|, \mathbf{M}_2 \right\| \rightarrow \min_{\{T_{ij}^{\text{BX}}\}}, \quad \left\| \left| \overleftarrow{p}_k \right|, \mathbf{M}_1 \right\| \rightarrow \min_{\{T_{ij}^{\text{BX}}\}} \quad (6)$$

$$(\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2) = 0 \quad \text{или} \quad (\mathbf{M}_2, \mathbf{M}_1) = 0. \quad (7)$$

Организованность потоков и вместе с нею организованность ТП удобно выразить матрицей  $M_3$  корреспонденций, образованной матрицами  $M_1$  и  $M_2$  и устанавливающей какое ТРС с каким корреспондирует, в каком ПО и в какое время. Тогда, опираясь на [2], моделью временной организации ТРП в системе обслуживания потоков будем называть множества ТРС и ПО с заданным на них отношением пространственно-временной связности, представленном матрицей корреспонденций  $M_3$ .

«Потоковая» формулировка задачи имеет вид:

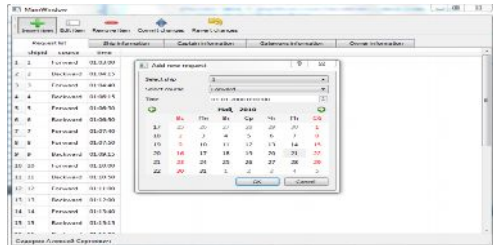
$$\left| \sum x_{ip}^j - \sum x_p^j \right| = 2^n \cdot T_0, \tag{8}$$

$$i \in I_l^+, j \in J_j^+ \quad i \in I_l^-, j \in J_j^-, \quad p \in P_p^-, j \in J_j^- \quad p \in P_p^+, j \in J_j^+,$$

$$0 \leq x_{ip}^j, x_p^j \leq T_{пл}, \quad 0 \leq V_{jj+1}^{пл} \leq V_{jj+1}^{доп}, \quad \text{где } 0 \leq x_{ip}^j, x_p^j \leq T_{пл}, \quad x_{ip}^j = \left| T_{ij}^{вх} - T_{pi}^{вых} \right|, \quad x_p^j = \left| T_{ij}^{вх} - T_{pi}^{вых} \right|$$

– величины «временных» потоков, и соответствует закону сохранения и непрерывности потока, когда разность величин втекающего и вытекающего «временных» потоков в  $j$ -той вершине графа  $G(A, B)$  должна равняться интенсивности обслуживания ТРС в ней (в рассматриваемом случае  $2 \cdot T_0$ ). При этом  $n = 1$  ввиду линейности графа  $G(A, B)$ .

На рисунке приведены фрагменты программной реализации имитационной модели: заполнение заявочного листа, номинального времени движения судов от шлюза к шлюзу, расписание движения судов через шлюзы, график движения судов по Волго-Донскому судоходному каналу в один из дней навигационного периода [2, 5]. И то и другое свидетельствует об отсутствии нетехнологических простоев судов.



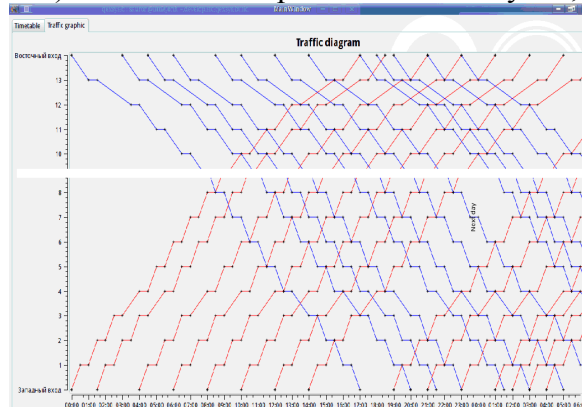
а) заполнение заявочного листа;

Таблица 2. Время движения судов от шлюза к шлюзу по каналу

| Название узла | Время шлюзования/ шаг дискретизации | Расстояние до следующего шлюза, км | Скорость движения на данном участке, км/ч | Время движения, час | Время движения, мин |
|---------------|-------------------------------------|------------------------------------|---|---------------------|---------------------|
| 301           |                                     | 1,20                               | 2,40                                      | 0,50                | 0:30                |
| 1             | 0:30                                | 1,40                               | 2,80                                      | 0,50                | 0:30                |
| 2             | 0:30                                | 1,70                               | 3,40                                      | 0,50                | 0:30                |
| 3             | 0:30                                | 8,00                               | 8,00                                      | 1,00                | 1:00                |

б) номинальное время движения судов;

в) расписание движения судов;



г) график движения судов по Волго-Донскому судоходному каналу.

Рис. Фрагменты программной реализации имитационной модели

---

В заключение отмечу, что представленная модельно-алгоритмическая разработка временной организации ТРП в линейных коммуникационных транспортных системах позволяет серьезно упростить алгоритмы планирования и регулирования транспортных потоков и может быть использована в железнодорожном и автомобильном транспорте, а также при временном согласовании работ укрупненных систем обслуживания ТРС – водных бассейнов, портов, железнодорожных узлов и пр.

### Литература

1. **Оппельт В.** Основы техники автоматического регулирования. – М: Мир. 1960. – С. 683.
2. **Кокаев О.Г.** Об организации диспетчерского управления движением транспортных потоков в шлюзовых системах судопропуска // Транспорт. Наука. Техника. Управление. – М.: ВИНТИ, 2005. – № 12.
3. **Кокаев О.Г., Лукомская О.Ю., Селиверстов С.А.** О технологии анализа транспортных процессов в современных условиях хозяйствования // Транспорт Российской Федерации. – 2012. – № 2. – С. 30–34.
4. **Лукомская О.Ю., Трифанов В.Н.** Об управлении движением транспортных потоков // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». Автоматизация и управление. – 2009. – № 5. – СПб.: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2009. – С. 39–44.
5. **Лукомская О.Ю.** Система информационной поддержки планирования и регулирования транспортного процесса на внутренних водных путях. Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». Электротехника и автоматика. – 2007. – № 1. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2007. – С. 16–20.