

К ОЦЕНИВАНИЮ ОЧЕРЕДИ ПРИ САМОПОДОБНОЙ НАГРУЗКЕ

О.И. Кутузов, С.А. Марфин (Санкт-Петербург)

Характерной особенностью трафика компьютерных сетей с коммутацией пакетов является его статистическая самоподобность или фрактальность. Фрактальные свойства трафика оказывают существенное влияние на характеристики сети. На практике внимание концентрируют на статистических характеристиках построения очередей, поскольку буферизация рассматривается как обеспечивающая ресурсами стратегия.

Самоподобность делает очевидным присутствие долговременной зависимости в трассах трафика. Это, в свою очередь, оправдывает использование моделей, которые внедряют свойство долговременной зависимости (ДВЗ), характеризуемой распределениями с тяжелыми хвостами – РТХ [1].

Распределение Парето $Pa(k; \alpha)$ – наиболее распространенное РТХ с плотностью распределения вероятностей (ПРВ) вида

$$\omega(x) = \frac{\alpha k^\alpha}{(x)^{\alpha+1}}; \alpha > 0; x > 0,$$

где α – параметр формы, k – нижний граничный параметр, т.е. минимальное значение для случайной переменной x . Чем меньше значение параметра α , тем «тяжелее» хвост РП. Распределение Парето (РП) используется для моделирования веб-страниц, размеров дисковых файлов, пульсаций данных ФТР и т.д.

Математическое ожидание (м.о.) и дисперсия РП определяются как [1]

$$m = \frac{\alpha k}{\alpha - 1} \text{ и } \sigma^2 = \frac{\alpha k^2}{(\alpha - 1)^2 (\alpha - 2)}. \quad (1)$$

Таким образом, для оценивания влияния самоподобия можно использовать формулы (1) при $\alpha > 2$, а при $1 < \alpha < 2$, что представляет основной диапазон самоподобия трафика [2], требуется применение имитационного моделирования. Проблемы корректной реализации фрактальных случайных величин (с.в.) $Pa(k; \alpha)$ исследуются в [3–5].

В многочисленных публикациях отмечается, что для самоподобного трафика требуются буферы гораздо большего размера, чем предсказывает классический анализ очередей, в основе которого лежит предположение о пуассоновском потоке [1, 2, 6].

Насколько больше? При каких условиях?

При решении практических задач мы должны оценивать характеристики СМО (например, среднюю либо максимальную длину очереди) при конечных дисперсиях.

Для ответа на поставленные выше вопросы хотя бы в первом приближении, оценим и сопоставим характеристики СМО М/М/1 и М/Па/1 (например, среднюю и максимальную длины очередей) при конечных дисперсиях. Это вытекает из того, что размер буфера фрактальной СМО ограничен, следовательно, очередь также ограничена, и, следовательно, ограничены ее м.о. и дисперсия.

В работе [7] получено пороговое значение $\alpha = (1 + \sqrt{2})$, при превышении которого для экспоненциальной СМО М/М/1 средняя длина очереди оказывается большей, чем для СМО М/Па/1 при одинаковой входящей нагрузке для обеих СМО.

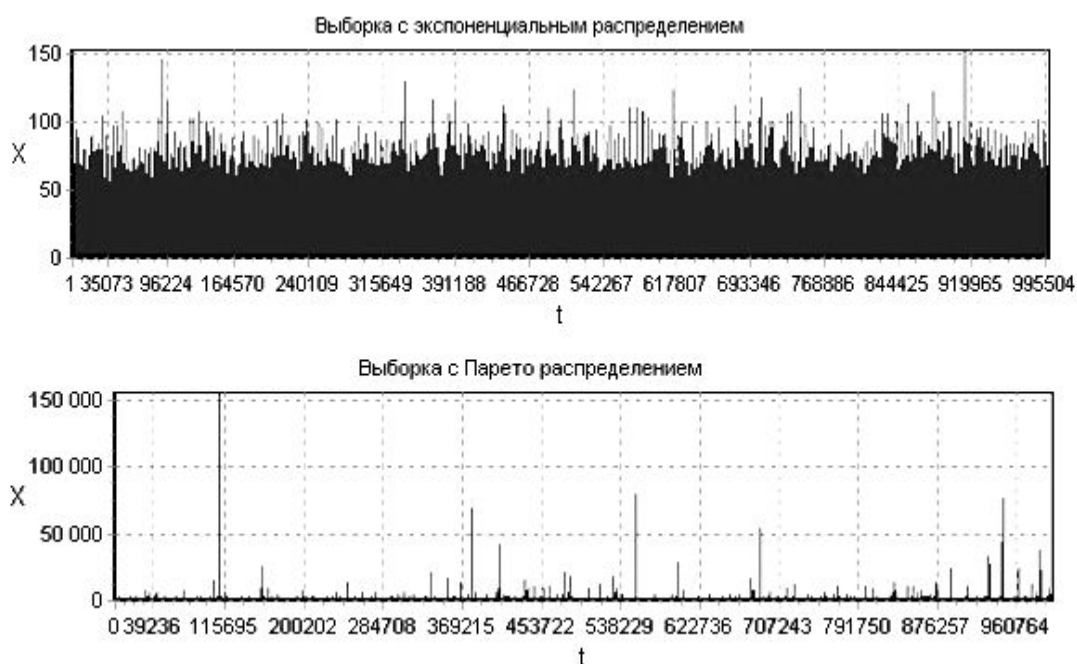
Оценивание влияния самоподобия на характеристики очереди при значениях $1 < \alpha \leq 2$ выполним с применением численного эксперимента.

Сопоставление характеристик очереди при экспоненциальном распределении (РЭ) и РП размеров поступлений (длительностей сообщений) производит «удручающее» впечатление (см. табл. 1).

Таблица 1

	α	ρ			
		0,25	0,5	0,7	0,9
$\frac{L_c(\Pi)}{L_c(\Theta)}$	1,1	16820,8	5708,0	1959,1	808,3
	1,5	12,7	12,9	14,6	24,1
	2,41	0,95	0,96	0,94	0,97
$\frac{L_m(\Pi)}{L_m(\Theta)}$	1,1	1384,9	1373,1	730,9	278,4
	1,5	51,5	44,5	35,0	22,9
	2,41	7,0	8,5	6,2	3,9

Однако обратимся к выборке значений из Парето и экспоненциально распределенных с.в. (рис. 1)



**Рис. 1. Выборочные значения случайных величин
(РЭ: $\lambda = 0,1$; РП: $\alpha = 1,1$; $m = 10$, без ограничения random)**

Обращает внимание, что максимальные значения ординат длительностей поступлений, распределенных по Парето, почти в 1000 раз превышают аналогичные значения при экспоненциальном распределении. Но ведь размеры поступлений отображают возможные длительности сообщений одного и того же трафика. Поэтому такой значительной разницы в отображении максимальных значений длительностей сообщений быть не должно.

При «прямом» моделировании это значительное различие изначально заложено в генерации реализаций с.в. рассматриваемых распределений. Максимальные выборочные

значения с.в. (длительностей сообщений), экспоненциально – и Парето распределенных, существенно разнятся.

Так, при $rnd_{\min} = 10^{-4}$ для РП: при $m=10$, $\alpha = 1,1$ имеем $y_{\max}^{\Pi} = \frac{1,618}{\sqrt[1,1]{10^{-4}}} = 17000,3$;

при $\alpha = 2$; – $y_{\max}^{\Pi} = 505$.

Для экспоненциального распределения $-y_{\max}^{\Xi} = m \ln \frac{1}{10^{-4}} = 92,2$.

При увеличении диапазона дискретности эта разница в возможных выборочных максимальных значениях еще более возрастает.

Получается, что такое прямое сопоставление значений очередей в СМО М/М/1 и М/Па/1 некорректно. Максимальные значения сообщений одного и того же реального трафика априори отображаются разными значениями при РП и при РЭ длительности поступлений: при одном и том же датчике случайных чисел заведомо $y_{\max}^{\Pi} > y_{\max}^{\Xi}$.

В табл. 2 представлены статистические характеристики Парето ($\alpha = 1.1$, $k = 5$) и экспоненциально распределенных длительностей поступлений при ограничении, учитывающим возможный диапазон размеров поступающих сообщений l_{\min} , l_{\max} . Такой подход имеет смысл из-за существования верхнего предела на размеры передаваемых файлов.

	М/Па/1				М/М/1			
	1	2	3	4	5	6	7	8
$N_{\Pi/\Xi}$	Лпак. $l_{\min} \div l_{\max}$ Y_{\max}	N2	$\frac{D_2}{m_2^2}$	$\frac{D_1}{m_1^2}$	Лпак, $l_{\min} \div l_{\max}$ Y_{\max}	N2	$\frac{D_2}{m_2^2}$	$\frac{D_1}{m_1^2}$
1	5÷50 1855032,0	1086696	3317,5	0,53	5÷50 603	1703447	1,001	0,29
2	5÷100 2803142,1	1038484	5680,1	1,01	5÷100 567	1262604	0,995	0,45
3	5÷1000 2438309,3	1002970	4668,8	5,97	5÷1000 527	1126757	1,001	0,80
4	5÷2,5E4 14438902,0	1000086	7039,5	63,76	5÷2,5E4 809	1095587	1,003	0,84

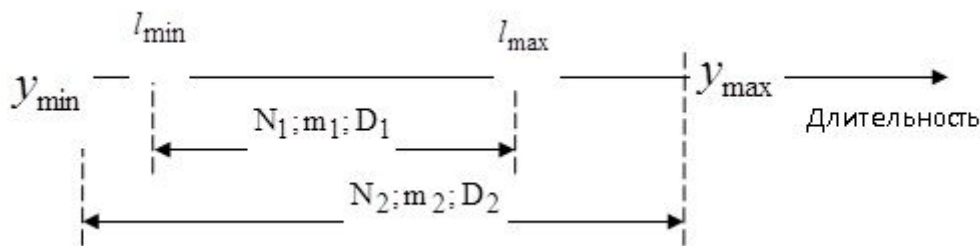


Рис. 2. Схема численного эксперимента, статистики которого представлены в табл. 2

Представленным в табл.2 данным соответствует рис. 2. Среднее значение m_2 размера поступлений при РЭ длительностей поступлений взято равным статистической оценке m_2 РП длительностей поступлений с тем, чтобы сохранить одинаковую нагрузку при обслуживании поступающих требований.

В табл. 3 представлены соотношения средних значений очередей L_{cn} (М/Па/1) и $L_{cэ}$ (М/М/1), вычисленные с использованием формулы Полячека-Хинчина и статистик (Табл. 2, столбцы 3 и 7, соответственно) без учета калибровки моделей потоков к диапазону l_{min}, l_{max} .

Таблица 3

	1	2	3	4	5
$\frac{L_{cn}}{L_{cэ}}$	1659,0	2913,4	2334,9	3467,9	1426,6

В табл. 4 представлены соотношения средних и максимальных (L_{mn} и $L_{mэ}$) значений очередей тех же СМО, соответствующие выборочным данным и покрытию y_{max}^{Π} и $y_{max}^{\mathcal{E}}$ (табл. 2, строки 1 и 2) и покрытию значением y_{max}^{Π} и непокрытию значением $y_{max}^{\mathcal{E}}$ (табл. 2, строки 3, 4, и 5) диапазонов l_{min}, l_{max} .

Таблица 4

	1	2	3	4	5
$\frac{L_{cn}}{L_{cэ}}$	1,25	1,34	3,83	35,2	56
$\frac{L_{mn}}{L_{mэ}}$	1,04	1,43	3,48	38,4	46,1

При перекрытии диапазонов как при экспоненциальном распределении, так и при Парето отличие характеристик очередей процентное (п.п. 1 и 2 табл. 4);

При перекрытии диапазонов при Парето распределении и не перекрытии при экспоненциальном (п.п. 3 и 4, табл.4) отличие возрастает по мере увеличения различия в выборочных максимальных значениях.

Заключение

Анализ представленных в табл. 4 результатов позволяет сделать следующие выводы, связанные с особенностью моделирования и сопоставления очередей М/М/1 и М/Ра/1.

Различие в характеристиках очереди между экспоненциальным обслуживанием и обслуживанием по Парето возрастает при увеличении нагрузки при $\alpha = 1,1$. При $\alpha \geq 1,5$ различие от нагрузки значительно менее заметно и существенно снижается при увеличении значения α . (табл. 1)

Еще в большей степени выравнивание названных характеристик очередей заметно при приведении выборочных значений экспоненциально и Парето распределенных случайных величин к возможному диапазону размеров сообщений реального трафика. Другими словами, калибровка распределений к определенному диапазону протокольных единиц трафика при моделировании обязательна. Эту калибровку непременно надо делать при практических задачах с Парето распределением.

Литература

1. Шелухин О. И., Тенякшев А. М., Осин А. В. Фрактальные процессы в телекоммуникациях / Под ред. О.И. Шелухина. – М.: Радиотехника, 2003.
2. Современные компьютерные сети. 2-е изд. / В. Столингс. – СПб.: Питер, 2003.
3. Задорожный В.Н., Кутузов О.И. Моделирование и расчет буферов фрактальных СМО. Имитационное моделирование. Теория и практика (ИММОД-2011): материалы 5-й все-росс. конф. Том 1. – СПб.: ЦТ СС, 2011. – С. 156–161.
4. Задорожный В.Н., Кутузов О.И. Проблемы генерации случайных величин с фрактальными распределениями / Омский научный вестник. – 2012. – № 3. – С. 20–24.
5. Задорожный В.Н., Кутузов О.И. Методы моделирования очередей в условиях фрактального трафика в сетях с коммутацией пакетов: учеб. пос. – Омск, ОмГТУ. – 2013.
6. <http://niifvt.ru/publikacii/opredelenie-samopodobija-trafika/>
7. Тонг Минь Дык, Кутузов О. И. Оценка влияния самоподобной нагрузки на характеристики очереди // Изв. СПбЭТУ «ЛЭТИ», Сер. «Информатика, управление и компьютерные технологии». – СПб., 2006. – Вып. 3. – С. 35–38.